



## Comitato per l'Educazione Scientifica di Base

Il Comitato, ufficialmente e formalmente nato il 24 giugno 2008, è formato da *cultori interessati alla diffusione e potenziamento della cultura scientifica presso i giovani dall'infanzia sino ai quindici anni* (Art. 1 dello Statuto).

*Il Comitato ha per oggetto e scopo sociale:*

- la creazione di un marchio distintivo e la sua divulgazione;
- la raccolta di fondi, attraverso libere donazioni, per produrre, sviluppare, e diffondere materiali a carattere didattico di ausilio all'insegnamento scientifico specifico per studenti dai 5 ai 15 anni in qualunque forma e formato ed opererà su tutto il territorio nazionale;
- la promozione di mutua collaborazione tra i Promotori e i sostenitori.

*A tale fine, civile, sociale e culturale intende promuovere ogni iniziativa utile e necessaria volta a perseguire lo scopo prefissato, in particolare:*

- operare con ogni mezzo legittimo per informare, coinvolgere e mobilitare insegnanti, scuole, Istituzioni ed in generale la pubblica opinione;
- organizzare convegni, dibattiti, incontri, seminari, eventi;
- allestire e mantenere un sito internet per comunicare e promuovere le varie iniziative;
- agevolare il dibattito sull'insegnamento scientifico nel nostro Paese nella fascia scolare di interesse del Comitato.

*Il Comitato non ha scopo di lucro ed eventuali utili non potranno essere per nessun motivo divisi tra i soci.* (Art. 2 dello Statuto).

Materiali in preparazione di prossima pubblicazione

### N. 1 **La didattica laboratoriale con esempi**

Il laboratorio non è solo un'aula appositamente costruita, anzi spesso non è neppure un'aula. Laboratorio è un *habitus* mentale che si costruisce a partire da svariate situazioni.

### N. 2 **Giocare seriamente**

Raccolta di proposte/esperienze per passare dalla Scienza informale a quella formale cercando di lasciare inalterato il gusto del sapere.

### N. 3 **Nella misura in cui...**

La misura come pratica per comprendere.

### N. 4 **E gli altri che fanno?**

Percorsi e pratiche didattiche internazionali a confronto.

### N. 5 **Storia, tecnologia e altri approcci**

Come sviluppare un discorso scientifico a partire dallo spessore storico e dallo sviluppo tecnologico.

Il Comitato si sosterrà con la raccolta di libere donazioni ed in segno di riconoscenza verranno inviate in omaggio copie dei materiali prodotti (per maggiori dettagli consultare il sito [www.insegnarescienza.it](http://www.insegnarescienza.it)).

Per inviare un contributo utilizzare il cc IT35J0306911531100000000042 intestato a Comitato per l'Educazione Scientifica di Base.

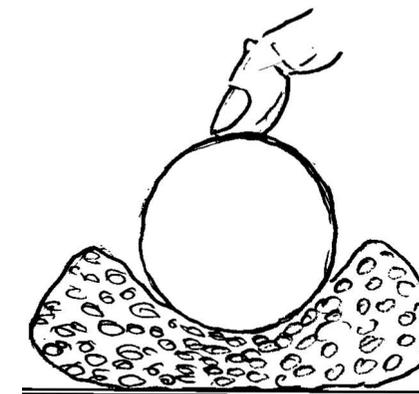
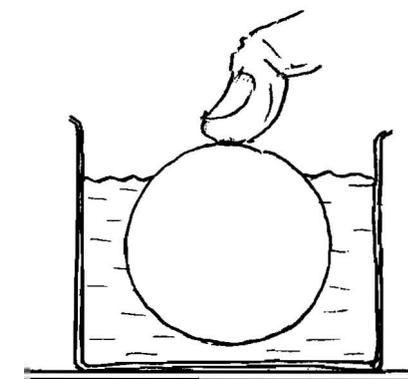


## Per l'Educazione Scientifica di Base

Collana di testi e strumenti di lavoro  
per l'insegnamento scientifico  
dalla scuola elementare al biennio della superiore

Maria Arcà, Paolo Guidoni

## Guardare per sistemi, guardare per variabili



Guardare per sistemi, guardare per variabili

AIF Editore

Prodotto con il contributo dei fondi della legge 6/2000



**Maria Arcà, Paolo Guidoni**

***Guardare per sistemi, guardare per variabili***

supplemento al Bollettino trimestrale dell'Associazione per l'Insegnamento della Fisica n. 2, aprile-giugno 2008

Publicato per la prima volta da Emme Edizioni della Petrini Junior nel 1987

**Direttore Responsabile**

Rita Serafini

**Gruppo redazionale**

Rita Serafini (*Caporedattore*)

Germano Bellisola, Brunella Danesi, Riccardo Govoni, Anna Maria Mancini,  
Vincenzo Terreni

**Direzione**

Dipartimento di Fisica dell'Università - 41100 Modena

Periodico trimestrale registrato dal Tribunale di Modena con atto n. 540 del 29-1-1973

**Stampa**

Monotipia Cremonese s.n.c. - Via Costone di Mezzo, 19 - 26100 Cremona

Tariffa Associazione Senza Fini di Lucro

“Poste Italiane s.p.a. - Spedizione in abbonamento postale -

D.L. 353/2003 (conv. in L. 27/02/2004 n° 46) art. 1, comma 2, DCB (Cremona)”

**In copertina**

L'immagine è tratta dalle illustrazioni di corredo al testo

Tutti i diritti sono riservati, nessuna parte di questa pubblicazione può essere tradotta, riprodotta, copiata o trasmessa senza l'autorizzazione dell'Editore.

Periodico iscritto all'Unione Stampa Periodica Italiana

Notizie sull'attività dell'AIF si possono trovare in rete all'indirizzo: [www.aif.it](http://www.aif.it)



**Comitato per l'Educazione Scientifica di Base**

**Presidente:** Rita Serafini

**Sede legale:** via G. Frescobaldi, 2, 40141, Bologna

**Sede amministrativa:** via G. Susani, 2, 46100, Mantova

**Redazione:** via Campo di Marte, 4M-1, 06124, Perugia

**Codice Fiscale** 91298060376

**IBAN** IT35J0306911531100000000042

[www.insegnarescienza.it](http://www.insegnarescienza.it)



# Indice

6	<b>Prefazione</b>
8	<b>Presentazione</b>
11	<b>Introduzione</b>
14	<b>Capitolo 1 Sistemi, classi, variabili</b>
14	1.1. Sistemi e variabili
15	1.2. I modi di guardare
16	1.3. I nomi degli oggetti e dei fenomeni
19	1.4. Schematizzare per riconoscere
20	1.5. L'ombra nella nebbia
20	1.6. Fenomeni e processi
23	1.7. I sistemi
25	1.8. Relazioni tra sistemi
26	1.9. Forme di sistemi
27	1.10. Caratteristiche per classificare e variabili per ordinare
29	1.11. Differenze e cambiamenti
32	1.12. Le variabili
33	1.13. Confronti per variabili
34	1.14. Variabili intensive e variabili estensive
36	1.15. Variabili complesse e classificazione
37	1.16. Strategie per interpretare il cambiamento
42	1.17. Come si impara a capire
43	<b>Capitolo 2 I primi discorsi di Biologia</b>
43	2.1. Il mondo dei viventi
44	2.2. Sviluppo, crescita, cambiamento
45	2.3. Interazioni tra sistemi
46	2.4. Adattamenti e invarianze
47	2.5. In classe
48	Il tronchetto della felicità: ma da dove usciranno le foglie?
49	I topi neri e i topi grigi: chi sono, che fanno?
51	La pala di fico d'India secca
51	Il cordone delle uova di rospo: cosa è?
52	Come sono cambiate le uova
52	La storia del girino
54	L'insetto che si vede sulla finestra
55	Lo sviluppo e il cambiamento: aspettando i pulcini
56	Nell'uovo
57	Siamo sicuri che è Cipì?

<b>58</b>	<b>Capitolo 3 La logica della misura</b>
58	3.1. La logica del confronto
59	3.2. Numeri e variabili
60	3.3. Le variabili estensive
63	3.4. Le variabili intensive; scale e trasduzioni
64	3.5. Trasduzione e linearità
66	3.6. Variabili complesse
<b>67</b>	<b>Capitolo 4 Stare in equilibrio: il galleggiamento</b>
67	4.1. Galleggiare e andare a fondo: i sistemi liquidi
69	4.2. A galla e a fondo: modi per classificare e per ordinare
71	4.3. Una variabile per spiegare
72	4.4. Costruendo la proporzione
74	4.5. Pesi con un volume, volumi con un peso
80	4.6. Un modello a contrappesi
82	4.7. I giochi del galleggiamento: come cominciare
83	La mano nell'acqua
83	Chi va su e chi va giù
84	Tappi e bulloni
86	Tappi e chiodi
87	Boccette e chiodi
89	4.8. Ma cosa fa l'aria?
<b>90</b>	<b>Capitolo 5 Regole per gli equilibri statici: pesi e tavolette</b>
90	5.1. Le regole dello star pari
92	5.2. Equilibrio e simmetria
93	5.3. Dall'effetto del peso alle variabili per l'equilibrio
94	5.4. Strategie di numeri interi
95	5.5. Il punto di appoggio
96	5.6. Costruendo la proporzione
102	5.7. L'equilibrio come "zero"
104	5.8. Strumenti per pesare
106	5.9. Osservazioni sul peso
107	5.10. Effetto del volume - effetto del peso
110	5.11. Equilibri tra volumi
112	5.12. La strategia dei fattori di correzione
114	5.13. Ancora il peso specifico
<b>116</b>	<b>Capitolo 6 La ricostruzione cognitiva dei fatti</b>
<b>120</b>	<b>Capitolo 7 Sistemi in equilibrio e variabili di equilibrio. Gli equilibri stazionari</b>
120	7.1. Classi di stati

120	7.2. Cosa succede a una pentola sul fuoco?
122	7.3. I cambiamenti nel tempo
124	7.4. Le variabili
126	7.5. Relazioni tra variabili
129	7.6. I grafici
136	7.7. Riscaldamento e ebollizione
137	7.8. Il confronto fra gli stati stazionari
139	7.9. Gli equilibri: osservazioni conclusive

## **145 Capitolo 8 La complessità dei sistemi**

145	8.1. Guardare per sistemi
146	8.2. Scambi, flussi, equilibri
147	8.3. Macchine, organismi e ambienti
148	8.4. Interazioni specifiche
149	8.5. Individui e specie, sviluppo e evoluzione: una parentesi
152	8.6. Strutture e funzioni di interfaccia e controllo
155	8.7. Una caratteristica del sistema vivente: l'omeostasi
158	8.8. Meccanismi di segnalazione, elaborazione e controllo
160	8.9. Recettori, trasduttori e controllori di variabili
162	Il corpo, il cervello, gli occhi...
163	8.10. Modalità di controllo: soglie e saturazioni
164	8.11. Feedback e correlazioni
168	8.12. I modi della trasduzione e del controllo
170	8.13. Per insegnare biologia

## **174 Capitolo 9 La formalizzazione**

174	9.1. Date forma al mondo
176	9.2. Le rappresentazioni
179	9.3. Variabili e spazio
179	9.4. Una variabile - una linea
181	9.5. I problemi della metafora spaziale
183	9.6. Due variabili - due linee
186	9.7. Punto, linea, superficie
191	9.8. Lo spazio geometrico
195	9.9. Lo spazio astratto
201	9.10. Se c'è di mezzo il tempo
204	9.11. Intrecci fra variabili

## **207 Pubblicazioni degli Autori**

## **208 Gli Autori**

## Prefazione

Il nostro sembra essere un Paese senza memoria, un Paese in cui periodicamente si riaffacciano all'attenzione problemi non risolti che, per il solo fatto di parlarne, sembra si avvicinino a trovare una soluzione che però anno dopo anno non arriva. Una riflessione su dove sta andando il nostro sistema formativo, dalla scuola per l'infanzia all'Università, è indispensabile e urgente perché la formazione culturale delle nuove generazioni è il tema che precede ogni altro. In assenza di un sistema formativo solido ed omogeneo nella sua efficacia e diffusione non è possibile programmare un futuro di sviluppo per l'Italia. In questi anni la scuola e l'Università hanno attraversato un periodo particolarmente convulso a causa di interventi riformatori non sempre lineari e compiuti. Questo ha generato disorientamento e sconforto non solo nei giovani che hanno iniziato i loro studi, ma anche nelle famiglie, nei cittadini e negli stessi insegnanti della scuola e dell'Università. L'aspetto che colpisce di più del nostro sistema formativo è la difficoltà ad insegnare ed apprendere le Scienze sperimentali.

Questa difficoltà si incontra al primo ingresso nella scuola anche a causa della formazione dei docenti della scuola primaria di tipo prevalentemente pedagogico lasciando la costruzione e il consolidamento delle competenze scientifiche di base in una posizione di scarso rilievo. Da questo scaturisce un progressivo allontanamento dalle Scienze da parte di molti studenti che pur avevano iniziato il loro cammino scolastico manifestando curiosità e interesse per le Scienze.

Il lavoro che proponiamo, *Guardare per sistemi, guardare per variabili*, ha una storia lunga, è stato pubblicato dalle Edizioni Emme della Petrini Junior per la prima volta nel 1987 insieme ad altri titoli rivolti a docenti di Scienze sperimentali di ogni scuola, con una attenzione particolare a quelli della scuola elementare. Il testo ha avuto una buona diffusione fino all'esaurimento delle scorte, ma l'Editore non ha manifestato l'intenzione di procedere alla ristampa. Crediamo di fare un servizio alla cultura e alla scuola rimettendo a disposizione dei docenti italiani questa pubblicazione che rappresenta in modo esemplare non solo un percorso di conoscenza rigoroso e approfondito, ma un esempio concreto di come si possa far scuola e insegnare Scienze in modo diretto ed efficace senza bisogno di attrezzature complicate e costose, partendo dall'osservazione e dalla sperimentazione diretta. Per insegnare ed imparare le Scienze occorre partire dalla Natura con scolari e studenti protagonisti di una avventura di ricerca che non dovrà mai essere noiosa né deludente. Il tentativo di riempire la testa dei giovani con risposte a domande che non si sarebbero mai posti è ormai chiaramente fallito: non si acquista conoscenza e si favorisce l'allontanamento dalla Scienza.

Dobbiamo ringraziare proprio i risultati negativi ottenuti dai nostri giovani nelle prove internazionali a cui sono stati sottoposti nei test OCSE - PISA che hanno posto sotto gli occhi di tutti la difficile situazione in cui versa l'insegnamento nella nostra scuola. Gli stessi dati tuttavia mostrano anche che il livello qualitativo dei nostri studenti presenta situazioni di grave ritardo insieme ad aree in cui si riescono ad ottenere stabilmente risultati incoraggianti. Da alcuni anni inoltre sono partite varie iniziative dal Ministero, sollecitato dalle Associazioni professionali dei docenti e dalla Confin-

dustria, volte a potenziare l'insegnamento delle Scienze sperimentali e della Matematica e a rendere più appetibili gli studi universitari di tipo scientifico.

Con questo primo volume intendiamo iniziare una operazione che ci auguriamo serva a fornire ai docenti di Scienze sperimentali -dalla scuola elementare al biennio delle superiori- degli strumenti di studio e di lavoro altamente selezionati che li aiutino nel lavoro di ogni giorno senza perdere di vista gli obiettivi formativi di lungo periodo.

Il Gruppo promotore di questa iniziativa ha intenzione di procedere annualmente alla pubblicazione di tre o quattro volumi che proponano percorsi didattici coerenti e motivati e/o riflessioni teoriche; vuole inoltre mettere a disposizione dei colleghi spazi di discussione per fare il punto sulla situazione ed esaminare novità e proposte che emergono nel nostro Paese e nel Mondo. Questa iniziativa nasce dalla speranza di far partire una riflessione di grande respiro che coinvolga i molti docenti impegnati nella ricerca, spesso solitaria e faticosa, di trovare la strada giusta per mantenere alta l'attenzione e interesse dei loro allievi per guidarli alla conoscenza dei fenomeni naturali.

Vogliamo contribuire ad avviare un processo di lungo periodo che consenta ai docenti di sviluppare la propria professionalità utilizzando strumenti messi a punto dalla ricerca didattica ormai da lungo tempo.

È certo che si tratta di un percorso senz'altro difficile e rischioso ma è anche l'unico.

*Comitato per l'Educazione Scientifica di Base*

## Presentazione <sup>1</sup>

L'educazione scientifica di base, cioè la formazione e l'organizzazione delle conoscenze e dei modi di pensare sui fatti di realtà nell'ambito della scuola dell'obbligo, ha assunto nel corso degli ultimi anni un ruolo sempre più centrale nella progettazione e nella pratica educativa. Ci si rende sempre più conto, infatti, di quanto la capacità di mobilitare, coordinare e sviluppare le dimensioni cognitive necessarie alla comprensione dei fatti naturali di ogni tipo, costituisca da un lato una componente culturale autonoma e insostituibile; da un altro, un potente e continuo stimolo e supporto alla costruzione di conoscenza individuale; e, infine, un urgente obiettivo sociale nel rendere le persone più capaci di gestire operativamente, piuttosto che subire, la complessità e variabilità del mondo reale. Espressioni diverse di questa crescente consapevolezza non sono mancate in Italia: anche se, più volte, la carenza di una cultura scientifica di base nella maggioranza dei cittadini, e quindi degli insegnanti e dei legislatori, ha portato (e porta) a sviluppi e sbocchi ambigui e contraddittori.

...

...l'educazione scientifica di base è da tempo caratterizzata, da una notevole quantità di sforzi sul piano sia della sperimentazione autonoma (da parte di insegnanti, singoli o a gruppi) sia della ricerca, per lo più appoggiata a piccoli gruppi di universitari. Molti di questi sforzi possono essere accomunati dalla ricchezza dei risultati ottenuti; dalla loro sostanziale episodicità (temporale, spaziale, di argomento); dalla mancanza di efficace comunicazione e scambio (aggiornamenti, incontri e convegni di ogni tipo non sono risultati adatti né sufficienti ad innescare processi di sviluppo coerente); da una sistematica ostilità da parte della struttura burocratico-organizzativa (scolastica e universitaria), che a lungo si è rifiutata sia di sostenere adeguatamente tali sforzi (selezionandoli, indirizzandoli, finanziandoli), sia di diffonderne le acquisizioni, e utilizzarne le indicazioni.

...

La costruzione iniziale di ogni proposta di lavoro, la sua sperimentazione in classe, la sua riorganizzazione e presentazione finale è sempre appoggiata ad una stretta collaborazione fra "esperti" universitari di vari settori disciplinari ed insegnanti, gli uni e gli altri impegnati in un lavoro di ricerca sulla comprensione e la didattica di argomenti di scienze. Questo significa che, da un lato, le varie proposte sono state messe a punto attraverso un'interazione pluriennale -spesso difficile, sempre feconda- fra ragazzi, insegnanti e ricercatori: dall'altro, che si è cercato di renderne la presentazione il più possibile autonoma dal contesto particolare in cui esse si sono sviluppate, e quindi più facilmente utilizzabile da altri insegnanti impegnati nel cambiamento didattico.

Tutte le proposte investono un'area di esperienza fenomenologica, conoscenza scientifica, rappresentazione ed espressione abbastanza vasta; tutte cercano di mostrare, al loro interno, tracce e modalità di percorsi possibili, con livelli di specificità e generalità assai diversi. In ogni caso, tuttavia, rimane la necessità che tali percorsi vengano specificamente definiti e concretizzati attraverso il lavoro quotidiano degli insegnanti, diventando così reali percorsi di crescita di conoscenza per ragazzi di

condizioni culturali e ambientali differenti. Per questo motivo tutte le proposte sono rivolte agli insegnanti, e ne sollecitano e investono la professionalità di mediatori creativi di trasmissione culturale. In particolare, tutte le proposte sottolineano (ciascuna in modi diversi, più o meno diretti o impliciti) quattro aspetti dell'insegnamento la cui integrazione sembra indispensabile perché si possa insegnare, e si possa imparare, con significato:

Competenza pedagogica differenziata: è necessario non solo saper “stare” con i ragazzi -o, più banalmente, saperli “tenere”- è necessario imparare a farlo in modi che siano adatti a definire e chiarire cosa si sta facendo, e perché, e come lo si può fare. Non può esistere una pedagogia (né una programmazione, né una valutazione...) indifferenziata: servono modi di gestire l'interazione fra le persone, e fra le persone e le cose, adatti agli obiettivi che di volta in volta ci si propone di conseguire; non si può “fare” la biologia come la fisica, la fisica come la matematica, le scienze come la grammatica, e così via; non si può gestire allo stesso modo con i ragazzi un argomento da iniziare o un argomento da approfondire.

Competenza disciplinare differenziata e integrata: è necessario, per costruire nei ragazzi atteggiamenti positivi riguardo alla conoscenza del mondo (alle scienze), che l'insegnante abbia, e soprattutto sia disponibile ad acquisire, una “conoscenza del mondo” riguardo agli argomenti trattati che abbia spessore e significato culturale anche al di là delle immediate utilizzazioni in classe. Questo non implica (soltanto) conoscenza di schemi disciplinari garantiti da un manuale (spesso incapaci di presa su come di fatto “vanno le cose”); né (soltanto) padronanza di schemi di attività, garantiti da successo sul piano della motivazione (spesso incapaci di far vedere cosa c'è di generale “dietro” le sequenze di fatti e operazioni; né infine (soltanto) analisi statistica di test oggettivi (al posto di attività, discussioni, interpretazioni). Significa, nello spirito in cui queste guide sono scritte, porsi in posizione di mediazione attiva sostanzialmente unitaria nei modi e negli scopi per tutta la scuola di base -fra come vanno le cose, come le pensa e le vede il ragazzo, come le ristruttura operativamente e concettualmente la cultura adulta.

Competenza di programmazione e strutturazione dell'intervento didattico e dell'attività di classe: sulla base di quanto detto nei punti precedenti, i percorsi di crescita di conoscenza attraverso l'interazione (adulto - ragazzo - mondo dei fatti - mondo delle spiegazioni) devono materializzarsi in strutture e sequenze di cose da dire, da far succedere, da vedere ... da ricordare. Anche in questo caso, se vengono suggeriti vari modi possibili di organizzare l'iter didattico, resta ineliminabile la responsabilità dell'insegnante nel progettare, sulla base delle condizioni oggettive in cui si trova, cosa e come fare per realizzare il percorso suggerito; nell'aggiustare continuamente il progetto sulla base di quello che, di fatto, in classe succede.

Competenza di “ascolto” -in senso lato- nei confronti dei ragazzi: la ricerca, l'esperienza indicano questo aspetto come determinante per l'esito dell'intervento didattico. È infatti indispensabile per l'insegnante sapere quali sono le perplessità, i dubbi, le sicurezze evocate dall'argomento intorno a cui si lavora; sapere cosa i ragazzi pensano e sanno (ciascuno a suo modo) e come essi cambiano (o non cambiano - ciascuno a

suo modo) il loro sapere nel corso del tempo. Ed è altrettanto indispensabile per i ragazzi poter constatare (ascoltare ... vedere ...) che gli altri ragazzi non “sanno” esattamente le stesse cose, e che la discussione e il cambiamento a partire dalle diversità sono possibili, e utili.

(Naturalmente, gli esempi più o meno ampi di cose dette e fatte dai ragazzi riportati nelle proposte non sono da intendersi come modelli da riprodurre, ma come suggerimenti per interpretare e valorizzare quello che normalmente accade in classe). Tutte le proposte di lavoro si riferiscono, deliberatamente, a tipi di fatti e fenomeni molto comuni nella vita quotidiana di ognuno: tutte concordano nel sottolineare che l'educazione scientifica, responsabile non solo di porre le basi della conoscenza del mondo ma anche di costruirne i significati, non può che partire da una analisi di evidenze dirette. D'altra parte è ovvio che non si può, a scuola, ricostruire collettivamente e razionalmente la conoscenza su “tutto”: perciò le proposte, tutte, possono acquistare nella loro realizzazione un valore emblematico - approdando, sostanzialmente, non solo a sapere meglio certe determinate cose, ma anche a sapere “cosa vuol dire sapere le cose”. Se un approccio di questo genere ha successo, deve diventare possibile acquisire molte altre conoscenze in maniera assai più rapida (dalla semplice lettura e discussione di libri, per esempio) ma altrettanto significativa.

...

Resterebbe da affrontare il complesso problema della “valutazione”: come giudicare la validità delle proposte, della loro gestione da parte dell'insegnante, delle sollecitazioni al lavoro di classe che ne possono derivare, della loro appropriazione e rielaborazione individuale. A questo aspetto gli insegnanti sono giustamente sensibili e su di esso ricercatori con diversa competenza ed esperienza sono, non a caso, discordi. Sembra tuttavia che si possa trarre dall'insieme di queste proposte una indicazione comune: che la valutazione, in tutti i suoi aspetti, non può che essere strettamente intrecciata alla progettazione e allo sviluppo del lavoro, organizzata, nello scopo nel modo e nei mezzi, in connessione a quello che giorno per giorno, anno per anno, in classe si cerca di far succedere, e di fatto succede. Se però non può esistere una prassi universale di valutazione, buona per tutti i contenuti e metodi di lavoro didattico, certamente servono criteri per capire l'efficacia di quello che si fa, e si potrebbe fare. È possibile, determinando obiettivi complessivi da raggiungere attraverso percorsi a lungo termine, scandire obiettivi parziali di comprensione, di conoscenza, di attivazione di abilità che possono essere realizzati e verificati lungo il percorso, tenendo conto dei fatti come sono, e dei ragazzi come sono.

Forse, è troppo poco come indicazione concreta, ma anche questo, come tutti gli altri, è solo un discorso per cominciare.

Ottobre 1986

*Paolo Guidoni*

<sup>1</sup> Riproponiamo la Prefazione originale, pur eliminando alcuni passaggi, nella convinzione che alcune questioni affrontate siano ancora attuali e, purtroppo, irrisolte. [N.d.R.]

# Introduzione

## **Insegnare**

*Insegnare*, gradualmente, sta cambiando significato: da forma di comunicazione che va in una sola direzione -chi sa spiega o fa vedere a chi non sa- si sta culturalmente trasformando in una forma dialettica di relazione e si considera compito essenziale dell'insegnamento non solo trasmettere contenuti e abilità, ma anche fare in modo che chi impara si appropri del loro significato. Perché *insegnare* acquisti un senso, bisogna dunque cominciare col capire come si fa a capire: per quali strade, con quali connessioni gli eventi e le loro spiegazioni, le evidenze dell'esperienza e le loro rappresentazioni si organizzano in strutture "con significato". In ogni caso l'insegnamento, buono o cattivo che sia, modifica le persone che imparano: ogni "sapere", come ogni modo di sapere, rende diversi; ogni cambiamento delle conoscenze influenza sia ciò che si potrà imparare in seguito sia, a volte, i modi stessi in cui capire diventa possibile. In un certo senso però anche insegnare rende diversi. In particolare, insegnare scienza rende più consapevoli della complessità dei fatti e della difficoltà della loro comprensione; mette in evidenza come quello che si cerca di spiegare a tutti prenda ogni volta, e in ciascuno, una forma diversa: le tante forme di quello che i ragazzi capiscono. E mentre si costruisce conoscenza negli altri, ci si accorge che anche le proprie conoscenze si trasformano e cambiano nello spiegare e nello spiegarsi le cose, nel cercare i modi che incidono più profondamente sulla formazione di chi apprende. E si impara che quello che sembra evidente non è evidente per tutti, che ogni nuova informazione si trasforma entrando a far parte dei diversi patrimoni individuali, che ogni padronanza di nuovi significati è condizionata da precedenti esperienze, che la comunicazione e il linguaggio sono spesso ambigui, che le interpretazioni dei fatti non sempre sono coerentemente organizzate né si trovano facilmente parole adatte a esprimerle.

## **Le conoscenze dei ragazzi**

Insegnare scienza diventa allora una sistematica interazione culturale, che impone un continuo riscontro del capire fra persone diverse, una continua progettazione e preparazione del capire stesso. Bisogna saper immaginare quali sono le difficoltà profonde che i ragazzi incontrano nell'organizzare coerentemente il proprio pensiero e che implicitamente generano molti cattivi apprendimenti. Se insegnare non è facile, capire è difficile: anche perché non esiste un unico modo giusto di conoscere il mondo. Ognuno, di volta in volta, tenta percorsi diversi, capaci di mettere in evidenza particolari aspetti della realtà: finché, in una comprensione più ampia, vari modi si intrecciano e si integrano in una ricostruzione più coerente, più efficacemente finalizzata a uno scopo, comunque sempre suscettibile di essere migliorata. E sempre, in ogni capire, confluiscono approcci analitici e sintetici, per analogia o per inferenza, per continuità o per discretizzazione, per organizzazione numerica o per organizzazione spaziale, spesso difficili da specificare e da gestire soprattutto

davanti a proposte di insegnamento che tendono a cambiare il modo di capire e quindi a rimettere in questione le complesse reti di significato finora costruito.

### **La conoscenza dei fatti**

D'altra parte per insegnare scienza è necessaria una buona conoscenza dei fatti di realtà: bisogna saperli vedere nella forma concreta del loro svolgersi "naturale", e nelle loro potenzialità di ricostruzione astratta; bisogna portare i ragazzi a vederli allo stesso modo e a padroneggiare gli strumenti formali adatti ad interpretarli secondo la cultura adulta. Allo stesso tempo bisogna selezionare, dalla complessità del reale, quello che meglio si presta didatticamente per avviare chi impara ad una autonomia di conoscenza, al piacere di capire, alla soddisfazione di fare un lavoro intelligente e produttivo, motivante e gratificante insieme. Si devono scegliere fatti "emblematici" che permettano di capirne altri ad essi simili, che siano di sostegno per la schematizzazione e la interpretazione di altre situazioni, che si prestino ad aprire problemi e interessi su cui si possa lavorare e discutere in classe. Per insegnare scienze si scelgono così fatti "naturali" adatti ad essere trasformati in fatti "artificiali", riproducibili in laboratorio, in esperimenti, in attività concrete: perché i ragazzi si cimentino con le regole del mondo anche attraverso le difficoltà delle "vere ricostruzioni artificiali", anche attraverso la complessa relazione che lega ogni schematizzazione ai fenomeni rispetto a cui deve risultare significativa.

### **Il curriculum**

La conoscenza del mondo prende lentamente forma nelle persone, si organizza nei diversi "capire" individuali; e attraverso sempre nuove esperienze cambia forma, per accogliere -comprendere- nuovi aspetti di realtà. Ogni modo di insegnare si propone perciò di sviluppare nei ragazzi la conoscenza dei fatti insieme alla capacità di capirne altri. La strada da percorrere è abitualmente indicata dal curriculum didattico che, rivolgendosi di anno in anno a diversi aspetti del reale, propone vari argomenti in un programma strutturato. D'altra parte la traduzione del curricolo in insegnamento richiede di volta in volta un profondo ripensamento sulle attività suggerite: per vederne le potenzialità e i collegamenti, interni e esterni, nella situazione concreta; per strutturare la didattica in maniera né chiusa né ripetitiva. La riflessione sui contenuti curriculari propone quindi ogni volta all'insegnante la necessaria scelta di un proprio piano di lavoro ed è importante saper guardare come in trasparenza i diversi argomenti per immaginarne le trame e gli sviluppi, la ricchezza o i limiti.

### **Questa proposta**

I diversi aspetti di *insegnare*, conoscitivi didattici e curriculari, vorrebbero essere contemporaneamente presenti in questo libro, attraverso l'articolazione dei diversi temi. Si è cercato infatti di individuare in ogni argomento proposto le potenzialità di sviluppo di conoscenza che vi sono implicite, le radici sotterranee con cui affonda nella esperienza comune, le tracce per una rielaborazione curricolare; si è cercato di discutere gli aspetti di evidenza fenomenologica (i fatti come vanno, gli esperimenti

che si fanno per capirli) alla luce sia delle spiegazioni che comunemente si sentono dare dai ragazzi sia delle possibilità di rielaborazione formalizzata dei fatti stessi.

Non proponiamo quindi una serie di itinerari didattici sistematici; piuttosto, un invito ad affrontare a fondo difficoltà e problemi connessi alla comprensione di alcuni argomenti di Fisica, di Biologia e di Matematica che fanno parte dell'abituale curriculum di scienze nella scuola di base, dalla scuola dell'infanzia alla scuola media.

I modi di guardare e spiegare caratteristici delle varie discipline fanno da necessario sfondo: ognuno con sue specificità e suoi strumenti particolari. Tuttavia i diversi saperi specializzati si differenziano gradualmente a partire da strutture di conoscenza profonde che ne costituiscono la base comune: e iniziano a prendere forma, per ciascuno, anche nei modi in cui bambini piccoli discutono tra loro e con i loro insegnanti mentre pensano e parlano sulle cose che succedono e che si fanno succedere. Questo libro, dunque, riguarda i modi di organizzare, attraverso i vari argomenti trattati, un significato delle conoscenze; è un tentativo di contribuire a un capire consapevole che renda più vivi, meno episodici, meglio correlati i diversi aspetti del mondo reale. Abbiamo così cercato di mettere in evidenza, a volte più minuziosamente a volte meno, i processi attraverso cui si può giungere dai fatti a una loro ricostruzione "scientifica" schematica simbolica e formale: i processi secondo cui le cose accadono, insieme a quelli secondo cui le cose si possono capire. Facendo questo emergono percorsi possibili, non itinerari rigidi, suggerimenti di cose da fare, uniti a suggerimenti per interpretare quello che avviene in classe. Non abbiamo indicato specifici obiettivi da raggiungere, né prodotti-risultato per i diversi intervalli di età: la conoscenza "scientifica" del mondo è in sé un processo aperto, in cui ognuno trova, secondo i propri scopi e le proprie possibilità, il limite della propria ricerca; e ogni fatto conosciuto sempre invita a nuove domande, a nuove modellizzazioni, a nuove analogie, a nuove correlazioni con altri fatti. E se certe cose si possono cominciare a capire anche molto presto (a scuola dell'infanzia o, relativamente tardi, nella scuola media) sembra importante non dimenticare la necessità e il diritto dei bambini di arrivare a capire; sembra importante che a qualunque livello della scuola di base un insegnante padroneggi nella loro completezza alcuni degli itinerari attraverso cui si può costruire conoscenza fra 4 e 14 anni.

Questo libro si rivolge quindi ad insegnanti a cui piace insegnare nonostante le difficoltà del lavoro quotidiano, ad insegnanti che considerano indispensabile per la propria professionalità evitare a sé e ai ragazzi il condizionamento delle linee di lavoro costrittive, a chi ha piacere ad esplorare, in autonomia, la ricchezza di conoscenza e di significato che le cose che succedono offrono a chi le guarda con interesse.

# Capitolo 1

## Sistemi, classi, variabili

### 1.1. Sistemi e variabili

I giorni passano, l'uno uguale all'altro e tutti diversi... si fanno sempre le stesse cose e mai le stesse.... si cresce, si invecchia, si cambia... (si vive), si cambia posto (si va), si cambia tempo (si aspetta), si cambia modo (si prova)... si imparano cose nuove che qualcun altro sapeva già... si fanno nuove esperienze su cose che sono sempre andate allo stesso modo.

Viviamo totalmente immersi in un flusso di eventi: di alcuni sentiamo parlare, altri ci succedono intorno, succedono a noi, vi partecipiamo; eventi che a volte si ripetono più o meno uguali, che altre volte sono per noi più o meno “nuovi”.

Gli oggetti, gli spazi, le persone costituiscono lo sfondo multiforme contro cui si stagliano le nostre azioni, la nostra stessa esistenza: ma nello svolgersi della nostra vita nel tempo ogni situazione, ogni gesto sono per noi sempre nuovi; poiché ogni presente non è ancora mai stato vissuto, poiché situazioni di vita, semplici o complesse, non si ripetono mai identiche nel tempo e nello spazio.

Su questo sfondo, nel continuo addentrarci nel futuro avendo memoria del passato, sappiamo tuttavia riconoscere forme di spazi e di eventi, configurazioni e atteggiamenti di cui abbiamo già avuto esperienza; ci troviamo continuamente in situazioni simili ad altre già vissute, ne riconosciamo o ne progettiamo le variazioni.

Costruiamo dunque nuove azioni, nuovi comportamenti, nuove interpretazioni, sulla base di quanto abbiamo via via imparato in innumerevoli altre occasioni e sappiamo prevedere, talvolta, come le cose andranno a finire: perché sappiamo *confrontare* continuamente *aspetti* delle esperienze attuali con il *ricordo* di altri che appartengono ad esperienze passate, affrontate in altri momenti nella loro contingente specificità. Aspetti del nuovo e ricordi parziali del già vissuto si sovrappongono e si integrano mentre viviamo; appaiono le differenze, appaiono le somiglianze: alcune ora trascurabili, altre ora rilevanti.

Dalla esperienza e dal ricordo si costruiscono aspettative, e si impara a prevedere l'evolversi nel tempo di alcune situazioni: talvolta fin nei dettagli minuti, talvolta solo a grandi linee. Di altre invece non si sa prevedere nulla: non si ha esperienza sufficiente. E progredendo in questo gioco vitale, vedendolo giocare agli altri, si apprende gradualmente a mettere relazioni stabili tra fatti diversi, a capire come vanno le cose: si identificano “cause”, se ne aspettano “effetti”.

Contemporaneamente, confrontando lo svolgersi di fatti e di fenomeni, si costruiscono e si definiscono i *modi di guardare* adatti a mettere in luce somiglianze e differenze tra esperienze singole, o tra gruppi di esperienze: modi di guardare che, più facilmente, permettono di trovare coerenze di interpretazione e di previsione, che danno più estesa e organica padronanza sul reale. Si sviluppano così i *criteri*, le *strategie*, i *processi* del comportamento cognitivo: più specifici o più generali a seconda dello scopo che si propongono di raggiungere, del contesto in cui sono impegnati.

## 1.2. I modi di guardare

Il mondo ci diventa comprensibile quando la sua complessità può essere scandita in aspetti e frammenti più facilmente analizzabili; e quando questi, pur nel loro progressivo differenziarsi, possono essere nuovamente correlati tra loro. L'attività continua e sistematica di *separare* e *riconnettere* aspetti di realtà impegna criteri, strategie e processi di pensiero che costituiscono il comportamento cognitivo di ogni individuo e determina, ad altri livelli, lo sviluppo della cultura costruita complessivamente nel tempo dalla specie umana.

Ogni aspetto del mondo corrisponde dunque ad un modo “umano” di guardare il mondo e può trattarsi di modi estremamente specifici, per esempio quelli con cui le discipline più sofisticate mettono a fuoco i loro oggetti particolari, o di modi non specialistici, ampi e flessibili, capaci di raccogliere in reti di relazioni aspetti di realtà e di interpretazione anche molto diversi. Non esiste, e non servirebbe, un unico “modo di guardare”, né il progressivo ampliarsi delle conoscenze tende a costruirlo: piuttosto la conoscenza individuale, la conoscenza comune, la conoscenza scientifica sviluppano nel tempo repertori sempre più ricchi, non solo di contenuti ma anche di atteggiamenti cognitivi, adatti alle realtà a cui specificamente si rivolgono, agli obiettivi che via via si prefiggono. La varietà delle situazioni reali porta così ogni persona, e la cultura complessiva, a padroneggiare e a impiegare, contemporaneamente e alternativamente, molteplici e diversi modi di guardare, e a costruirne intrecci capaci di adattarsi, specificamente e nel loro insieme, alle diverse circostanze, capaci di cogliere con efficacia gli aspetti che di volta in volta si vogliono mettere in evidenza. Sono i diversi modi di guardare che ci consentono di vedere più aspetti anche in oggetti familiari che per esempio, a seconda dei casi o degli scopi, ci consentono di vedere una pianta come un elemento decorativo, come un vivente da accudire quotidianamente, come un prototipo di fanerogama angiosperma, come una fabbrica di carboidrati o come una catturatrice di fotoni. Modi di guardare intrecciati e complessi, su cui è importante fermarsi a riflettere: perché è vero che ogni pianta può essere tutto questo, e anche molto altro, ma dipende da noi e dai nostri intenti coglierne l'uno, o l'altro, o l'altro aspetto, in diversi momenti e con diverse finalità.

Criteri, strategie e processi di pensiero assai diversi sono dunque contemporaneamente implicati nella organizzazione delle conoscenze individuali e socializzate, nella scelta e nella costruzione degli atteggiamenti cognitivi essenziali: per esempio di quelli, molto generali, che consentono di vedere (cioè di scandire, correlare, formalizzare, organizzare, interpretare...) il mondo nei suoi *aspetti dinamici di cambiamento e continua trasformazione*; e di quelli, altrettanto generali, che consentono di vederne gli *aspetti di staticità e permanenza*...

Tuttavia all'origine delle varie strategie vi sono comportamenti cognitivi di base che, davanti alla *complessità* di ogni sistema reale, consentono di *discretizzarla*, cioè di scandirla in elementi parziali, di suddividerla operando distinzioni e ponendo confini e di *schematizzarla*, privilegiandone certi aspetti e non altri. E questo per potere, in seguito, meglio arricchire gli schemi, per ricomporre insieme, guidati da una intenzione da un significato o da un progetto, le componenti individuate.

Si può allora, per esempio, scandire il mondo individuandovi strutture di *sistemi*, caratterizzati da loro specifiche complessità (i sistemi fisici, i sistemi viventi, i sistemi sociali...); organizzati al loro interno; capaci di funzionare -ciascuno a suo modo- mantenendo la propria individualità nel tempo e nello spazio. E si può vedere come siano reciprocamente correlati e strutturati anche i sistemi fatti emergere individualmente dal loro sfondo e selezionati ciascuno da modi di guardare definiti.

Alternativamente, e contemporaneamente, si può guardare il mondo individuandovi reti di *fenomeni* (fenomenologie fisiche, fenomenologie biologiche, fenomenologie sociali etc.); costruendo e modellando, a partire dalle forme e dalle concatenazioni delle cose che succedono, gli strumenti cognitivi adatti per comprenderne correlazioni, somiglianze e differenze. E, guardando nei fenomeni i modi del loro svolgersi, si possono prevedere e interpretare le configurazioni e le relazioni che, pur attraverso cambiamenti e trasformazioni, rimangono invarianti nel tempo.

In questo modo si colgono progressivamente, nelle trasformazioni e interazioni complesse che caratterizzano sistemi e fenomeni, anche singoli aspetti, attributi, modi di essere che possono essere individuati e osservati proprio in quanto soggetti a un cambiare che ne conserva l'identità; fino a scoprire, attraverso relazioni reciproche colte anche percettivamente, rappresentate con forme o espresse con linguaggi, come tali *aspetti variabili* possano essere reciprocamente integrati a individuare il cambiamento complessivo di ciò che si sta osservando.

Per esempio, nelle continue trasformazioni che caratterizzano una crescita restano relativamente invarianti molte relazioni tra le diverse parti dell'organismo che si sviluppano quasi in proporzione, molte relazioni tra le diverse funzioni che da esse sono svolte; mentre variano nel tempo le dimensioni stesse delle parti, o variano di volta in volta le attività che rispondono ad eventuali stimoli.

Quando una palla cade a terra, ci aspettiamo di vedere una sequenza di rimbalzi: ogni volta organizzati in modo tale che sappiamo riconoscerne e prevederne l'andamento, ma ogni volta diversi per altezza, per frequenza, per rumore.

### **1.3. I nomi degli oggetti e dei fenomeni**

La capacità di vedere, esprimere, rappresentare e collegare le somiglianze e le differenze, i cambiamenti e le permanenze, i modi di essere e di diventare delle cose e delle situazioni, è alla base di ogni forma di conoscenza: necessaria per conquistare consapevolezza del mondo in cui si vive, per discuterne con gli altri, per ricordare, per prevedere, per fare.

Tuttavia rendere cognitivamente esplicita e controllata tale capacità richiede tempo e attenzione. Non tanto perché sia difficile accorgersi che le cose sono tutte diverse, e che continuamente cambiano, mentre sono sempre, almeno in parte, anche uguali, a se stesse e alle altre. Piuttosto perché bisogna trovare parole e modi adatti a esprimere e a rappresentare differenze e cambiamenti, permanenze e invarianze: dopo averli, in qualche modo, notati; dopo averli individuati ascoltando da altri parole che vi si riferiscono.

Sappiamo “naturalmente” vedere la *stabilità delle forme* degli oggetti che ci circondano; siamo abituati a riconoscere configurazioni stabili nel tempo e sappiamo ritrovare in

oggetti diversi, completamente o in parte, le forme conosciute. A queste forme sappiamo dare un *nome*.

Per esempio, diamo il nome di pera a pere anche molto diverse tra loro, riconoscendo una forma e varie caratteristiche comuni; ma sappiamo individuare anche in altri oggetti una forma a pera. Così riconosciamo il sapore della pera, che non è il sapore della forma della pera, ma è il sapore che sentiamo quando mangiamo un frutto a forma di pera. Così riconosciamo la marmellata di pere come qualcosa -con forma di marmellata- fatta con qualcosa che aveva forma, e sapore, e consistenza, di pera.

I suoni delle parole con cui indichiamo oggetti, azioni e fenomeni ci fanno dunque ricordare e rappresentare mentalmente le loro immagini, e i loro significati: tutti sappiamo però che ci sono suoni o parole di cui non conosciamo il significato, come ci sono oggetti e fenomeni che non sappiamo bene caratterizzare -di cui non conosciamo il nome- che forse non hanno un nome. E poi, i nomi degli oggetti e delle situazioni, dei fenomeni e dei modi di cambiare, non bastano certamente a rappresentare in parole il mondo nei suoi aspetti molteplici, nei suoi succedere, nei suoi processi: sono necessari anche gli altri e diversi tipi di parole, connessi ogni volta in una struttura linguistica complessa e variata che solo nel suo intreccio dà significato pieno alle sue parti, e assume così significati corrispondenti alla struttura del reale.

Ogni *comprensione* di fatti è dunque resa possibile, e sostenuta, da *rappresentazioni* dei fatti stessi evocate mentalmente e realizzate concretamente con criteri diversi, attraverso “linguaggi” e “codici” di differente specificità (verbali, iconici, mimici, simbolici, formali, gestuali...). Ogni linguaggio -ciascuno con una sua grammatica, una sua semantica e una sua sintassi, ciascuno con una sua flessibilità d'uso- riflette poi specifiche caratteristiche della complessità del reale ed ogni linguaggio si costruisce su questa corrispondenza, attraverso forme (non necessariamente verbali) che continuamente si scambiano e si confrontano tra esseri umani. E ciò che può essere facile da rappresentare con un gesto, o con un disegno, può essere difficile da dire a parole e viceversa.

Il dare *nomi* costituisce quindi soltanto una modalità della nostra capacità di rappresentare cose e fatti attraverso il linguaggio parlato: in particolare quella secondo cui si raggruppano insieme forme e strutture stabili di oggetti, di eventi, di situazioni... considerandole *simili* o *equivalenti* tra loro *secondo certi criteri*. E il dare nomi ha senso solo in quanto è connesso e integrato in una struttura linguistica adatta complessivamente a *rappresentare* le azioni e il succedere degli eventi attraverso i *verbi*, le qualità degli oggetti o degli eventi attraverso *aggettivi*, le specificità delle azioni e delle trasformazioni attraverso gli *avverbi* e così via.

Analogamente, non ha senso imparare a vedere o a parlare degli *stati* dei fatti senza imparare a vedere o a parlare delle loro *trasformazioni* e viceversa: anche questi modi di guardare infatti sono definiti per contrasto, e per integrazione reciproca.

Tuttavia la capacità di trovare somiglianze tra forme stabili (tra oggetti, tra modalità di svolgimento di processi, tra situazioni...) e di chiamarle quindi allo stesso modo,

ha alla base due condizioni fondamentali: bisogna saper *individuare*, bisogna saper *riconoscere*.

*Individuare*, nel suo significato generale di “far emergere un’unità significativa da uno sfondo”, non si riferisce soltanto ad oggetti che possono essere concretamente separati l’uno dall’altro, rimanendo staccati; ma anche ad azioni, a fenomeni, a processi, a singoli aspetti o parti di sistemi assai complicati che si evolvono nel tempo.

Individuare vuol dire, per esempio, trovare -far emergere- con lo sguardo l’oggetto “pera” contro lo sfondo delle altre cose che sono nel cesto; così si individua la forma del fungo contro lo sfondo delle foglie secche del sottobosco, il proprio bambino tra i tanti che si precipitano giù dalle scale della scuola, un certo vortice nel fluire della corrente del fiume.

Si individua il “rotolare” di una palla quando ha smesso di “rimbalzare”; si individuano i processi dello “sbocciare”, del “fiorire”, del “maturare” come fenomeni che si svolgono, ciascuno con una propria forma e con una propria durata, all’interno del tempo complessivo del crescere e del trasformarsi di una parte di pianta.

La molteplicità di altre parti o trasformazioni costituisce a sua volta lo sfondo essenziale per far emergere quella individuata. Così se ha senso individuare “respirazione” e “digestione” come funzioni essenziali degli esseri viventi, è necessario sempre riferirle allo sfondo di un funzionare complessivo in cui soltanto trovano il loro significato.

*Riconoscere* un oggetto significa invece accorgersi che quella cosa -individuata- che abbiamo davanti è *come* tante altre di cui abbiamo già avuto esperienza e di cui, generalmente, conosciamo anche il nome. Per riconoscere non c’è sempre bisogno dello sfondo da cui l’individuo emerge come per contrasto. È necessario invece far riferimento a uno *schema* evocato mentalmente, ricordando così, e quasi vedendo insieme, altri oggetti o eventi simili: una varietà di individui che, in precedenza, hanno contribuito alla definizione dello schema stesso. E per associare allo schema evocato ciò che si ha di fronte, o per distinguerlo, si devono fare confronti tra le forme (in generale tra i modi di essere) degli oggetti e degli eventi. Ciò che è perfettamente nuovo non può essere perciò riconosciuto: anche se può essere individuato, magari proprio come nuovo, contro lo sfondo delle cose conosciute.

Soltanto quando gli individui (oggetti o fenomeni) vengono riconosciuti come abbastanza uguali tra loro, abbastanza uguali allo schema che funziona come modello per il riconoscimento, si possono chiamare con lo stesso nome. D’altra parte il processo si verifica anche all’inverso: se un individuo ci viene indicato da altri con un nome, subito scatta il processo della sua assimilazione<sup>1</sup> allo schema (agli schemi) che, nella memoria, è già a tale nome associato; scatta il processo dell’accomodamento dello schema stesso ad una definizione che, d’ora in poi, comprenderà anche il nuovo individuo. Questo continuo processo di *reciproco aggiustamento schematico e contestuale* tra

---

<sup>1</sup> I termini di “accomodamento” e “assimilazione” vengono qui usati nell’ambito di un modello dinamico della conoscenza complessivamente diverso da quello piagetiano da cui sono mutuati.

“concetto” e “fatto” è molto più complesso di una semplice evocazione dello schema avviata da un nome conosciuto; d'altra parte se assegnare e gestire nomi è essenziale ad ogni linguaggio, l'acquisizione del linguaggio si organizza anche su molte altre dimensioni.

#### 1.4. Schematizzare per riconoscere

Di fatto, una raffinata capacità di cogliere schematicamente la forma-struttura di un oggetto o di un fenomeno, e di fare *confronti tra schemi*, costituisce la base essenziale del processo di riconoscere.

A volte si può riconoscere un individuo da un dettaglio, da un particolare che gioca un ruolo quasi simbolico nel riconoscimento stesso, ma più spesso si tratta, almeno da principio, di un confronto per schemi globali accompagnato da specificazioni e puntualizzazioni, in cui sono profondamente coinvolti meccanismi di aspettativa e di memoria. Infatti la dinamica di ricerca e organizzazione di uno schema che, confrontato ad altri possibili, appaia più *adatto* a comprendere quello che si sta guardando (mettendone in evidenza certi aspetti o escludendone altri) è sistematicamente e continuamente implicata in ogni processo di conoscenza in riferimento continuo a strategie di *memoria selettiva*, di *percezione finalizzata*, di *costruzione tentativa*. Ogni oggetto, ogni fenomeno infatti può essere schematizzato con criteri e modalità differenti, a seconda delle circostanze e degli scopi dell'atto cognitivo. In ogni caso, però, nel “riconoscere” si confrontano strutture di conoscenza complessive, organizzate in una molteplicità di schemi secondo criteri che rendono il confronto possibile e a cui è necessario mantenersi coerenti.

La costruzione e l'utilizzazione cognitiva di *prototipi* nasce così dal confronto tra strutture schematiche ed ha una dinamica assai più complessa di quella che potrebbe essere evocata da elenchi di somiglianze e differenze: a seconda del *modo* cognitivo di volta in volta in funzione, infatti, anche individui in apparenza molto diversi possono essere fatti corrispondere ad un unico schema, mentre individui in apparenza molto simili possono essere fatti corrispondere a schemi diversi.

Mano a mano poi che lo schema prototipo di riconoscimento si precisa e si arricchisce di particolari, gli individui che vi sono associati risultano sempre più simili tra loro (chi è troppo diverso viene rapidamente escluso, anche in base ad evidenze parziali) e il margine di differenza con il prototipo si riduce fino ad annullarsi mentre si passa gradualmente dal riconoscere un individuo come elemento di una classe (partecipa quindi del nome comune di classe) fino alla sua caratterizzazione totalmente individualizzata, specificata dal nome proprio. Gli individui via via esclusi da una classe che si particularizza possono a loro volta essere raggruppati in altre classi, eventualmente sottogerarchizzate rispetto alla originaria classe più generale; come è anche possibile comprendere più classi, originariamente separate, in una classe sovragerarchizzata, individuata da un più comprensivo nome comune.

Lo schema-prototipo necessario e sufficiente a raggruppare in una stessa classe individui che si vogliono riconoscere come simili, del resto, si precisa e si struttura a sua volta sempre meglio, man mano che si imparano a distinguere differenze e a

correlare tra loro le caratteristiche degli individui stessi. (Cosa “conviene” considerare per distinguere un cane da un gatto, un metallo da una ceramica, una marca di moto da un’altra...?).

### 1.5. L’ombra nella nebbia

L’incertezza iniziale davanti ad ogni situazione completamente o parzialmente sconosciuta corrisponde, nel processo cognitivo, alla evocazione di schemi il più possibile ampi e differenziati, in cui sono di fatto potenzialmente comprese, e rapidamente passate in rassegna, famiglie di schemi più specifici, corrispondenti a possibili situazioni anche molto diverse.

È *come* cominciare a vedere in lontananza, in una giornata di nebbia, qualcosa che non si riesce ad identificare bene: sarà un uomo grasso, un distributore di benzina o un bidone per la spazzatura? Certo è qualcosa di alto e grosso...: ma mentre ci avviciniamo, mentre percezione e memoria sono impegnate in un frenetico andirivieni di abbozzi e tentativi di riconoscimento, l’ombra informe gradualmente prende forma, finché si arriva -a volte sembra che succeda “di colpo”- a capire di che cosa si tratta. Mano a mano si individuano infatti nuovi particolari che accantonano o escludono alternative, mentre ne evocano altre; e si cercano, in base ad ogni nuova ipotesi, indizi efficaci per discriminare l’attendibilità.

Così, nei processi di organizzazione individuale e sociale della conoscenza, quando aumenta l’informazione disponibile le interpretazioni che non corrispondono più allo schema che tentativamente sembrava il migliore vengono via via eliminate dal confronto; altre invece, già presenti in via subordinata, vengono messe in risalto e passano a guidare la ricerca di nuovi particolari, che portino alla riduzione delle ambiguità e alla precisazione dei significati. A volte, proprio come quando si cammina nella nebbia, ci si può accorgere che quello che si ha davanti è davvero sconosciuto (forse è un marziano!!), e che soltanto perché se ne vedeva troppo poco poteva essere confuso con qualcosa di conosciuto; altre volte il riconoscimento avviene non tanto attraverso l’analisi di nuovi particolari nello schema quanto in base a correlazioni migliori dei particolari stessi con il contesto -lo sfondo- in cui si colloca la figura. E così via.

Questa metafora di conoscenza, vecchia quanto l’antica filosofia indiana (come la storia dei sapienti ciechi e dell’elefante...), è particolarmente profonda: sia nell’indicare la funzione essenziale, per il conoscere, delle molte cose che sempre già si sanno, e che *potenzialmente* sono pertinenti alla situazione; sia nel sottolineare il ruolo ineliminabile, cognitivamente dinamico, sempre giocato dall’ambiguità: dalla non-possibilità cioè di coerenza totale fra fatti e interpretazioni, nel processo di costruzione di significato. Perché, come diceva Platone, conoscere è sempre, sostanzialmente, riconoscere: anche se quello che abbiamo davanti è totalmente nuovo.

### 1.6. Fenomeni e processi

Ci sono dunque nomi per gli oggetti e nomi per i *luoghi*; ma ci sono anche nomi per i funzionamenti, nomi per i movimenti e i comportamenti, nomi per i *fenomeni*. Un oggetto, un luogo, non cambia nel tempo la sua forma specifica ed è facile riconoscerlo.

Ma un fenomeno, cioè qualcosa che succede, che si svolge nel tempo, come può essere individuato e riconosciuto se non vi corrisponde una forma stabile nello spazio e nel tempo, una materia definita? Come è possibile che una trasformazione abbia un nome, se abbiamo appena detto che con un nome indichiamo proprio il fatto di poter identificare una permanenza?

Eppure lavarsi, correre, bere, cadere... sono intrecci, configurazioni, sequenze di gesti e di azioni che si svolgono nello spazio e si costruiscono nel tempo anche essi secondo uno schema noto, definito e modulato da tempi e ritmi, da durate e intervalli. Sono fenomeni (gesti, azioni) che possono essere riconosciuti come totalità e come parti di più complesse totalità; che possono essere individuati rispetto ad altri fenomeni (gesti, azioni) che spesso li accompagnano e che in qualche modo ne sono lo sfondo: la *stabilità delle loro forme*, modulate nel tempo, nello spazio e nella materia, ne costituisce una componente essenziale. Ancora una volta, quindi, la capacità di individuare forme schematiche generali in eventi, trasformazioni, processi permette di “mettere insieme”, e di chiamare con uno stesso nome, quelli di cui sappiamo trascurare, o di cui non riusciamo a vedere, le differenze specifiche. E si riconoscono come simili non soltanto i nostri movimenti, per esempio i gesti fatti per ottenere di nuovo uno stesso risultato, finalizzati a scopi e raccordati a contesti che li caratterizzano e che li organizzano, ma anche i movimenti, i cambiamenti o il succedere delle cose che ci circondano. Cadere, rotolare, rimbalzare, bollire, evaporare, andare a galla o a fondo, crescere, scappare, sbocciare... sono fenomeni con una forma che sappiamo individuare e riconoscere, globalmente e schematicamente: anche se non sempre sappiamo rappresentarli o descriverli nella maniera esauriente e discriminante in cui la nostra capacità di memoria li rappresenta a noi stessi.

Per esempio, le corse e le cadute, i lavaggi e le bevute, correre e cadere, lavarsi e bere possono essere riconosciuti, chiamati con un nome, eventualmente con nomi: perché tutti i “cadere” hanno qualcosa di più o meno uguale tra loro, e i “lavarsi” pure. Tanto è vero che sappiamo ben riconoscere se nostro figlio finge di lavarsi la faccia o se la lava davvero; se cade davvero, o fa finta di cadere; come, in altre occasioni, sappiamo riconoscere molti dei trucchi cinematografici che alterano o il naturale “schizzare” dell’acqua, o il naturale “rimbalzare” di una palla. D’altra parte, “rotolare” è un fenomeno con una sua forma caratteristica, ben definita, nello spazio e nel tempo, da un succedersi di eventi: diverso da un “cadere” o da un “rimbalzare”. Ma lo stesso “rotolare” è definito anche dal sistema coinvolto: profondamente diverso se capita a un bambino, a una palla, a un macigno. Si impara dunque a riconoscere le diversità nella forma comune del rotolare come si impara a riconoscere le diversità tra oggetti che possono anche rotolare - che rotolano.

Per esempio, il “nascere” di un pulcino è un processo con una sua forma complessiva ben definita, che si estende nel tempo dal momento delle prime beccate al guscio dell’uovo fino al momento in cui il piccolo ne esce. Una volta che il pulcino è nato, la forma del “nascere” si è conclusa; ma se il pulcino non riesce a sgusciare vivo dall’uovo, e il processo resta a metà, la forma del nascere rimane incompleta. Tuttavia sappiamo bene che in una stessa covata i “nascere” sono diversi tra loro, come i “nati” sono diversi tra loro: e sappiamo riconoscere piccole differenze tra i pulcini come sappiamo riconoscere piccole differenze tra i vari nascere dall’uovo.

Riconoscere forme nel tempo (forme di gesti-azioni, o forme di eventi-processi) richiede l'esistenza di meccanismi di memoria capaci di rievocare non solo immagini statiche di permanenze, ma anche *sequenze strutturate* di movimenti, trasformazioni e cambiamenti: per confrontarle con altre, ricordate o attuali. Si evocano cioè nella memoria gli schemi complessivi costruiti dall'abitudine a vedere i processi svolgersi nello spazio e nel tempo in un certo modo; li si evoca anche a partire da tracce ambigue: una scia per terra ci suggerisce gli schemi di un andare o di un tornare, anche se non li rappresenta in modo esauriente e non permette di distinguerli. Gli schemi ricordati si confrontano con gli andamenti e modi di accadere che, sempre schematicamente, attribuiamo ai fenomeni attuali o a quelli che si prevedono; le operazioni cognitive di memoria, constatazione e previsione, inevitabilmente intrecciate, costruiscono e stabilizzano i potenti legami tra fatti parziali che nel complesso chiamiamo "realtà". Il più semplice processo cognitivo del riconoscere consente di considerare "uguali per forma" anche oggetti di grandezza diversa. Ma già quando si considera sempre uguale a se stesso un oggetto che appare diverso da diversi punti di vista, oltre che più grande o più piccolo se guardato da vicino o da lontano, l'operazione di ri-conoscimento è molto complessa: infatti include consapevolezza e padronanza non solo dei cambiamenti di dimensione apparente, ma anche di quelli di forma apparente. Le regole di questi cambiamenti si imparano gradualmente con l'esperienza e per ogni oggetto quasi "naturalmente" si impara a dire, ci si aspetta, come si vedrà quando... come si vedrebbe se... si andasse più vicino... si guardasse da dietro....

D'altra parte le sequenze di un film proiettate al rallentatore, o accelerate, ci consentono di riconoscere una stessa forma di movimento anche se si svolge in più o meno tempo del normale; noi stessi siamo capaci di fare uno stesso gesto (non tutti i gesti, però!) più o meno in fretta. E come certe relazioni geometriche si possono conservare nello spazio (forme di oggetti), altre relazioni si possono conservare nello spazio e nel tempo (forme di movimenti). Solo in base alla permanenza, riconosciuta, di tali relazioni possiamo dire che due movimenti, come due oggetti, sono simili o sono diversi: anche se il processo cognitivo che riconosce somiglianze dinamiche nel movimento o nel cambiamento, attraverso i cambiamenti di punto di vista e a distanza di tempo, è molto più complesso di quello che riconosce somiglianze statiche tra oggetti.

La memoria schematica di forme invarianti nello spazio ci permette di vivere e di operare in un mondo di oggetti permanenti; così la memoria schematica delle forme dei movimenti, dei fenomeni e dei cambiamenti ci permette di vivere e di operare, sulla base di un continuo ri-conoscere, in un mondo che continuamente si trasforma: e come si scopre cognitivamente la "permanenza dell'oggetto", si scopre l'"invarianza del fenomeno". La relativa stabilità delle regole e delle condizioni che sappiamo identificare nelle trasformazioni e nei cambiamenti ci permette infatti, insieme alla relativa stabilità degli oggetti, di identificare e utilizzare una complessiva quasi-stabilità (relativa) del mondo stesso: riconoscere lo schema di un cambiamento è ancora accorgersi che non ci sono novità sostanziali, ma eventualmente solo di dettaglio; è ancora un modo per sapere... come andrà a finire.

## 1.7. I sistemi

L'operazione cognitiva di separare oggetti e fenomeni dal continuum del loro sfondo spaziale, temporale e di interazione è dunque una vera e propria azione di *discretizzazione* (azione di rendere discreto un continuo o un aggregato) che può operare a diversi livelli. Infatti gli oggetti e i fenomeni a cui diamo un nome sono spesso strutture complesse, spesso composte di parti (nello spazio per gli uni, nel tempo e nello spazio per gli altri) in relazione tra loro. Talvolta anche le parti hanno un loro nome, perché hanno a loro volta carattere di stabilità e permanenza; e si possono individuare e riconoscere "contro lo sfondo" costituito, ora, dall'oggetto o dal fenomeno nella sua globalità. L'attività del discriminare e del dare nomi può così estendersi fino agli elementi più minuti che costituiscono (o che si pensa possano costituire!) un oggetto o un fenomeno; come l'attività di connettere più parti in un unico nome può individuare organizzazioni più articolate e complessive di cui singoli oggetti e fenomeni, e le loro relazioni, possono essere visti come parti integranti.

È proprio attraverso l'organizzazione della complessità che si possono dunque *individuare* e *riconoscere* cognitivamente, facendole di volta in volta emergere da uno sfondo più o meno differenziato, le strutture dei *sistemi*, più o meno complesse, più o meno sottostrutturate al loro interno; caratterizzate da dinamiche di relazioni spazio-temporali, e, in definitiva, da comportamenti funzionali (funzionamenti) abbastanza ben definiti.

Ci sono tanti tipi di sistemi, a loro volta organizzati in sottosistemi o connessi in sovrastemi: per esempio una automobile o un organismo vivente, un motore o un organo, una città o la sua rete di telecomunicazioni. C'è un sistema economico e un sistema bancario, c'è un sistema sociale e un sistema familiare... e possiamo individuarli nelle loro connessioni causali e funzionali, che non necessariamente corrispondono a connessioni di contiguità spaziale. E il modo di pensare per sistemi si presta ad interpretare anche metaforicamente relazioni complesse tra eventi lontani nel tempo e nello spazio: si intravedono strutture sistemiche nella produzione e diffusione mondiale della droga, come nella trasmissione della cultura.

È *sistema*, sostanzialmente, nel nostro comune modo di pensare, un "intero" che vediamo formato da parti disposte e correlate secondo un ordine definito, gerarchizzate tra loro, coordinate in una organizzazione complessiva, legate da relazioni che possono reciprocamente variare nel tempo; un insieme di "cose che restano" e "cose che succedono" in cui sia possibile individuare una specificità, e modi di funzionare locali e complessivi adatti a definirla e mantenerla. Un sistema è, al tempo stesso, nodo e centro di una rete di relazioni, processi, scambi, causalità reciproche che lo legano a un suo ambiente; come ogni ambiente a sua volta è un sistema, strutturato in diversi -molti!- sottosistemi interconnessi. E, in qualche modo, in ogni sistema l'articolazione delle sue relazioni interne riflette quella delle sue relazioni con l'esterno. (Un sistema vivente ha ovviamente strutture di organizzazione interna e di interazione con l'esterno strettamente connesse; ma anche un motore, un calcolatore, una galassia...). I sistemi, come gli oggetti, come i fenomeni, hanno dunque una identità conferita loro dalla nostra -umana e culturalmente contingente- convenienza a considerarli tali:

l'operazione con cui li individuiamo dallo sfondo è sempre una operazione cognitiva di discretizzazione, una scelta soggettiva, individuale o culturale, volontaria o automatica, guidata da esigenze concrete, dal bisogno di capire e di fare. Infatti per poter organizzare il mondo in sistemi, sovrasistemi, sottosistemi, bisogna imparare a ristrutturare continuamente i modi di guardare che ci permettono di controllare l'universo frammentario degli oggetti e degli episodi: sviluppando capacità di pensiero che colgano più astratte connessioni funzionali tra eventi, che ne guardino le interazioni, le dipendenze e i controlli reciproci; che mettano insieme, separino, distinguano, interpretino fatti non immediatamente connessi; che impongano organizzazione e coerenza al materiale di realtà.

La scelta del criterio adatto ad individuare una struttura sistemica è spesso dominata e condizionata dallo scopo pratico o teorico che si vuole raggiungere: scegliendo criteri via via appropriati si individuano sistemi nella loro organizzazione complessiva e nelle loro reti di controllo funzionale; si decompongono in sottosistemi a loro volta funzionanti con proprie regole; si connettono in sovrasistemi considerando nuove interazioni, nuove dipendenze. Si strutturano e si precisano, allora, specifici processi di conoscenza che corrispondono alle dinamiche di relazione attribuite al reale: questi infatti permettono di vedere una "cosa che succede" in connessione privilegiata con altre "cose che succedono" e di intervenire sui vari *succedere* attraverso catene di atti e di eventi collegati.

Si possono dunque organizzare le dinamiche del mondo, così difficili da comprendere e da afferrare nei loro intrecci, suddividendole in una varietà di microcosmi parziali, i sistemi, appunto; si può giocare una continua altalena fra un guardare alle loro relazioni interne e quindi considerarne la struttura unitaria, e un guardare alle loro relazioni con l'ambiente e con gli altri sistemi (anche essi al loro interno unitari), progettando i modi più efficaci per intervenire in un così complesso funzionamento, per controllare e gestire le diverse interazioni. E, guidati dalle interpretazioni culturali della complessità (per esempio da quelle di G. Bateson), ci si rende sempre meglio conto che le regole individuate per un livello di organizzazione e funzionamento devono essere trasformate, a volte negate, per interpretare un livello di "tipo logico" diverso, superiore o inferiore.

In questo lavoro di organizzazione si esce dalla soggettività e dalla provvisorietà nel momento in cui la scelta cognitiva e culturale si rivela efficace a uno scopo e quindi si stabilizza: nel momento in cui, sulla base di tale scelta, si sviluppano e si definiscono a loro volta modi di fare e modi di pensare che permettono di interagire meglio, individualmente e socialmente, con un aspetto di realtà. Ci rivolgiamo infatti al pensiero sistemico per dominare la complessità, per gerarchizzarla nelle sue componenti, per analizzarla nelle sue parti, nei suoi processi che si sorreggono a vicenda funzionando in maniera coordinata cercando in ogni situazione un *modello*, per capire come si possa organizzare la complessità stessa riconoscendovi interazioni interne e esterne. In un sistema infatti la connessione delle parti e delle funzioni è tale che una modificazione (perturbazione) in un sito e in un momento può ripercuotersi con effetti definiti e prevedibili in un altro o, attraverso l'intera struttura,

condizionare (in maniera non sempre prevedibile) il funzionamento complessivo e le relazioni con l'ambiente.

La sfida cognitiva a capire il complesso è in questo modo lanciata, ma certamente non risolta; la stessa tecnologia tende a costruire macchine quanto più possibile "sistemiche", tali cioè che, attraverso relazioni e controlli sempre più automatizzati tra parti e strutture, tra interno e esterno, riescano ad intervenire sul proprio stesso funzionamento e a operare sulla realtà attraverso processi e trasformazioni intrecciate a vari livelli.

Per esempio, la realizzazione tecnologica di un sistema-automobile comporta l'organizzazione funzionale di diversi e ben definiti sottosistemi, che si controllano reciprocamente almeno quanto vengono controllati dall'esterno. In una automobile si possono così distinguere le *parti* carrozzeria o ruote o motore o accessori o impianto elettrico, come se ne possono distinguere le *caratteristiche* di potenza, di ripresa, di consumo; i sottosistemi che la compongono sono così ben separabili tra loro, e così necessariamente integrati, che esistono specialisti diversi per la loro costruzione e manutenzione, come per la loro reciproca "messa a punto"; mentre ogni singola caratteristica del funzionamento complessivo, per esempio la ripresa, dipende dalle relazioni tra molte parti e funzionamenti. E una stessa automobile funziona in modo diverso a un'altezza di tremila metri o al livello del mare, a una temperatura di 40 gradi o sotto zero.

Analogamente, possiamo considerare "sistema" un intero organismo animale nelle sue parti e nel suo funzionamento integrato; ma possiamo anche vedere ogni cellula come sistema; o considerare il "sistema degli animali", o il "sistema digerente", o il "sistema ormonale", ciascuno nelle sue parti, nei suoi modi di funzionare, nelle sue reti di relazione con altri sistemi, rispetto a ciascuno esterni o interni. Anche in questo caso le regole di interpretazione fenomenologica sono caratteristiche per ogni livello di complessità, ma sono necessariamente interdipendenti e gerarchicamente correlate tra i vari livelli.

## 1.8. Relazioni tra sistemi

In un sistema che funziona in un suo ambiente è possibile riconoscere *parti*, responsabili di attività particolari, necessariamente collegate tra loro da *relazioni* di vario genere. Anche a queste *strutture di relazione*, individuate e riconosciute, si possono dare dei nomi: giungendo a vederle, a operarvi, a considerarle cognitivamente come aspetti a loro volta necessari alla unità e al funzionamento del sistema. In altre parole, come si possono *mettere confini*, o separazioni, tra diversi sistemi e sottosistemi o parti di sistemi, ciascuno con il suo nome e il suo funzionamento, si possono anche *mettere relazioni* a connettere sistemi diversi o funzionamenti o parti di sistemi. Questa strategia di organizzazione permette di individuare via via strutture (sovrasistemi) abbastanza complesse, con precise fisionomie di insieme e di interpretare così fenomeni su scale sempre più vaste.

A volte il processo astratto di discretizzazione che si opera per capire individua parti che corrispondono bene a quelle che anche concretamente (perceptivamente) risultano evidenti entro una struttura complessa; altre volte, in modo più astratto, si può discretizzare il complesso delle relazioni che caratterizza la struttura e il funzionamento di un sistema, individuandovi elementi (di relazione) e ponendo tra questi oppor-

tune gerarchie. Altre volte, infine, si percorre direttamente il cammino logico complementare, legando fra loro elementi già individuati (parti, strutture, processi, relazioni) in unità significative più vaste.

Ogni volta però che si pongono relazioni per collegare tra di loro, cognitivamente o operativamente, sistemi diversi, ci si accorge che si possono ottenere situazioni veramente “nuove”, con caratteristiche inaspettate, eterogenee a tutte quelle dei sistemi parziali, “nate” propriamente dall’integrazione delle parti e dai nuovi coordinamenti che si sono così venuti a formare. Si possono organizzare cioè strutture più complesse rispetto alle strutture parziali, caratterizzate da nuove gerarchie, da nuovi modi di funzionare o di comportarsi; che, pur essendo determinate, e dipendenti, dalle caratteristiche dei sistemi attraverso cui la nuova organizzazione è costituita, hanno proprietà ben diverse da quelle derivanti dalla semplice giustapposizione delle proprietà dei sistemi componenti considerati nel loro funzionamento parziale.

Nuovi vincoli reciproci si possono infatti costituire, a partire da possibilità non realizzate nelle situazioni isolate: su queste nuove basi vari funzionamenti parziali si integrano, si modulano, si esaltano, si bloccano a vicenda, talvolta in modi abbastanza imprevedibili. Si determina cioè una “logica” nuova che, nei confronti della struttura complessiva, impedisce ad ognuno dei sottosistemi di essere “se stesso e basta”, mentre gli consente nuove possibilità di funzionamento mediate dall’insieme delle interazioni con gli altri. La profonda consapevolezza del nuovo che si origina nelle relazioni faceva dire agli antichi che «il tutto è di più dell’insieme delle parti».

Molte proprietà di uno stesso materiale allo stato solido o allo stato liquido sono ben diverse fra loro e ovviamente sono diverse da quelle delle singole molecole che lo compongono; un organismo ha una sua identità costruita a partire dalle caratteristiche dei singoli organi ma non riducibile ad esse; una specie animale o vegetale si sviluppa e si estingue con dinamiche ben diverse da quelle che regolano la vita del singolo individuo.

E possiamo capire come le catastrofi (cambiamenti radicali) individuali, ecologiche o sociali che punteggiano la storia dell’umanità siano talvolta conseguenza di alterazioni deliberate di talune interazioni particolari. Queste interazioni possono condurre a conseguenze totalmente impreviste proprio in quanto si ignorano o si trascurano gli aspetti di relazione sistemica su cui, di fatto, si interviene (basta pensare agli effetti del Talidomide o del DDT o all’inquinamento ambientale).

## **1.9. Forme di sistemi**

Anche ad un sistema, dunque, nella sua complessità di parti e funzionamenti, ha senso attribuire una forma definita. Ma dal momento che per definire i sistemi dobbiamo prendere in considerazione anche i loro modi di funzionare nel tempo, bisogna dare alla parola “forma” un significato ancora più generale: non solo quello puramente spaziale che caratterizza gli oggetti, ma anche quello spazio-temporale che caratterizza i fenomeni, gli eventi, le funzioni. Un sistema, come un oggetto, come un fenomeno, ha infatti proprietà spaziali e geometriche che contribuiscono a definirlo e a individuarlo (anche se in alcuni sistemi le parti sono solo “logicamente” e non spazialmente connesse). Ma si deve considerare, in ogni sistema, anche l’insieme delle modalità

definite secondo cui esso mantiene, nel tempo, la sua struttura: queste forme temporali di funzionamento e di evoluzione contribuiscono a farci riconoscere e distinguere sistemi diversi.

Si intende dunque per *forma*, in senso molto ampio e generale, l'intreccio delle proprietà e dei modi in cui le cose sono e accadono. Ma si tratta sempre, in ogni caso, di *forme schematiche*: di oggetti, di funzionamenti, di processi, di disposizioni spaziali, di sequenze temporali, di legami causali. E il fatto che si possano costruire schematizzazioni di sistemi e di processi, che implicano attività di memoria e rappresentazione sincronica e diacronica, come si costruiscono schematizzazioni puramente geometriche o puramente temporali, caratterizza profondamente i nostri modi di pensare.

Tuttavia un sistema è definito anche da qualcosa di più complesso delle *configurazioni di parti e spazi* e delle *configurazioni di eventi e tempi*. Come abbiamo già detto, e come specificheremo meglio più avanti, un sistema ha la fondamentale caratteristica "sistemica" di essere, in qualche modo, parzialmente chiuso su se stesso: legato al suo interno in una *configurazione-struttura di relazioni causali* che, ai diversi livelli di organizzazione, coinvolge e connette reciprocamente le strutture materiali e i funzionamenti, secondo una "logica" caratteristica del sistema stesso. E la necessità di relazioni causali individua non solo i sistemi più articolati (una società, un organismo, un calcolatore, etc.) ma anche quelli più semplici.

Se si guardano un sasso o una pentola d'acqua come oggetti, si vedono, o ci si aspetta di vedere, determinate cose; se si guarda l'andare a fondo del sasso, o il bollire dell'acqua, come fenomeni, se ne possono vedere altre. Ma se si guardano un sasso o una pentola d'acqua come sistemi, essi appaiono come "microcosmi", definiti da una doppia rete di relazioni interne e esterne che ne vincolano e ne precisano le potenzialità; in cui possono succedere fatti che vengono determinati nella loro specificità proprio dalla configurazione (forma) totale del sistema, oltre che dalle sue interazioni. E la forma del sistema, come la forma delle sue trasformazioni, viene continuamente mantenuta attraverso la molteplicità dei legami e degli aggiustamenti interni. Un sasso scaldato, cioè messo in una particolare relazione con un sistema-ambiente, altera tutte le sue caratteristiche di forma e di comportamento, acquista nuove potenzialità, diventa sorgente di forze verso l'esterno e di tensioni interne, va incontro ad alterazioni chimiche... e così via; una pentola d'acqua scaldata diventa centro e luogo di coordinamento e di influenza reciproca per una varietà di fenomenologie, di cui parleremo più avanti.

### **1.10. Caratteristiche per classificare e variabili per ordinare**

Si usano abitualmente le parole del linguaggio comune, si fanno i gesti e le operazioni che corrispondono alle strategie elementari di conoscenza: in essi si ritrovano le radici dei modi di guardare, pensare e agire capaci di strutturare la realtà. Per esempio, capaci di mettere in rilievo, di far emergere da uno sfondo, le *somiglianze per raggruppare insieme* oggetti fenomeni e sistemi, riconoscendovi uno stesso schema o una stessa caratteristica; oppure capaci di mettere in rilievo, di far emergere, le *differenze per distinguere e separare* oggetti, fenomeni e sistemi, riconoscendoli come caratterizzati da schemi diversi per poi eventualmente *correlare* oggetti, fenomeni e sistemi servendosi di aspetti specifici degli schemi stessi.

Per esempio si possono riunire insieme per qualche scopo oggetti dello stesso materiale o con lo stesso peso o della stessa forma o che costano uguale... oppure persone della stessa età... formandone dei *gruppi*, definiti attraverso una *caratteristica* scelta come criterio per il raggruppamento (tutto ciò che è di marmo; tutti gli oggetti rotondi; tutto ciò che pesa circa un chilo; tutti quelli che hanno sei anni). Si riconosce così nei vari individui selezionati la presenza di almeno un elemento comune a tutti, un elemento che li caratterizza distinguendoli da quelli che non lo possiedono. La caratteristica scelta si considera praticamente *identica nei diversi individui* del gruppo e questo modo di guardare *per caratteristiche* differisce profondamente dal modo di guardare *per proprietà variabili*, che invece mette in evidenza eventuali differenze (o cambiamenti) tra gli individui considerati. D'altra parte, raggruppare per una caratteristica comune solo raramente conduce ad indicare con uno stesso "nome comune" tutti i componenti del gruppo, cioè a considerare il gruppo stesso come una entità definita: questo è invece la norma quando il raggruppare avviene attraverso il complesso di operazioni mentali che conducono a classificare.

Per *classificare* si deve infatti poter vedere uno *schema comune* in individui diversi, trascurandone le differenze (e già sappiamo con quale criterio si possono considerare "individui" oggetti, fenomeni, sistemi, processi, funzionamenti, relazioni, strutture...): così si riunisce sotto lo stesso *nome comune di classe* quello che si può -che si vuole- considerare schematicamente uguale dal punto di vista scelto.

La classe dei cani, la classe delle forchette, la classe del mangiare o del nutrirsi, la classe delle piante, delle sostanze febbrifughe, la classe dei modi per lavorare il legno... Si tratta di una scelta, dell'imposizione-accettazione di una discretizzazione operante attraverso un criterio di equivalenza tra simili: sorretto a volte da evidenze percettive, a volte dalla pertinenza a uno scopo. Si tratta di un atto cognitivo che corrisponde a vere e proprie *operazioni mentali* su oggetti, fenomeni e sistemi: per considerarli *equivalenti*, cioè per potere non-distinguerli; oppure *diversi*, e quindi non pertinenti. Il ruolo dello schema è allora quello di consentire che le variabilità degli individui siano trascurate nel momento in cui esso, quasi come in trasparenza, viene visto e riconosciuto in tutti; e la forza dello schema è di imporsi con una evidenza tale che le piccole o grandi differenze fra individui siano trascurate, lasciando emergere la *forma* comune. Ma, come abbiamo già detto, si può vedere una forma anche nei cambiamenti e nei funzionamenti; e poiché si possono riconoscere come simili le forme che si svolgono nel tempo con stesse modalità... anche in questo caso è possibile classificare: cioè riunire le forme simili di cambiamenti e di funzionamenti, relativi a sistemi, a processi e a fenomeni, sotto uno stesso nome che corrisponde a uno stesso modo di svolgersi, schematicamente "equivalente".

Si *classificano* singoli individui (oggetti, movimenti, relazioni, processi, sistemi...) e il criterio per farlo deve necessariamente includere la capacità di separarli da sfondi e contesti diversi; di far risaltare le somiglianze, di struttura di saper "astrarre", secondo un criterio convenzionale, uno schema comune che consenta di raggruppare individui diversi sotto uno stesso nome; viceversa, di saper rintracciare, in individui culturalmente già indicati con lo stesso nome, lo schema comune che del nome stesso è la base.

Contemporaneamente, si costruiscono mentalmente gli *schemi-prototipo* di classi di individui, di classi di fenomeni, di classi di funzionamenti... da confrontare con l'evidenza offerta dalle diverse situazioni.

È però fondamentale accorgersi che sempre uno schema -un prototipo- corrisponde a un *intreccio* di proprietà variabili e caratteristiche invarianti, connesse tra loro da relazioni complesse. Si definisce una classe, allora, in base a uno schema la cui forma complessiva è determinata da molte proprietà intrecciate e correlate in una *configurazione definita*: tuttavia spesso, districando l'intreccio, si vede che solo alcune proprietà sono essenziali per costruire lo *schema minimale* -o per individuare la caratteristica- che consente il raggruppamento o la classificazione.

Per esempio, un prototipo "albero da frutta" può comprendere a sua volta prototipi di alberi diversi, come i fichi, i ciliegi, i kiwi, le palme da cocco...; mentre definite peculiarità permettono di comprendere o escludere individui dalla classe specificata da un certo prototipo: non può essere un ciliegio, perché ha le foglie troppo piccole, potrebbe essere un pesco, perché ha i fiori rosa.

Per esempio, il criterio con cui le nostre nonne riconoscevano la qualità delle stoffe era quello di bruciarne alcuni fili, e riconoscere l'odore: ci si accorgeva che non era "di lana" un tessuto morbido e peloso che però non emanava il classico odore "di zolfo".

Per esempio, a quale intreccio di proprietà corrisponde lo schema "essere di legno", in base a cui possiamo poi facilmente formare una classe che comprenda oggetti di legno e escluda quelli che non lo sono? Non basta il solo colore, né la venatura; è necessaria anche una particolare consistenza, una particolare pesantezza specifica, una particolare bruciabilità e bagnabilità, un certo odore..., un modo complesso di comportarsi, di risuonare, di rompersi, di rimbalzare... che deve sempre essere presente: un modo assai difficile da definire a parole, o anche da esprimere quantitativamente. Chi saprebbe spiegare a un marziano come riconoscere il legno? E se ha aspetto di legno, ma nell'acqua va a fondo, forse non è legno o forse ha dei chiodi piantati dentro.

Ma, per esempio, il legno deve poter anche essere più o meno resinoso, più o meno stagionato, più o meno pregiato, più o meno duro. Se tutte queste proprietà definiscono meglio un pensare all'"essere di legno", non sono però significative per definire l'intreccio essenziale in base a cui si sanno separare, se si vuole, gli oggetti di legno da quelli di plastica, o di metallo. Tuttavia il legno, una volta riconosciuto attraverso lo schema prototipo a cui è associato, può essere più o meno stagionato, più o meno flessibile, più o meno combustibile...; come la crescita dell'albero da cui il legno si ricava può essere più o meno rapida, più o meno continua, più o meno dipendente dalle situazioni esterne e dai suoi scambi con l'ambiente; e così via.

### **1.11. Differenze e cambiamenti**

In definitiva, l'esistenza stessa degli schemi -dei prototipi- sottolinea l'esistenza di una dimensione di realtà che agli schemi e ai prototipi è totalmente irriducibile: quella, appunto, delle *proprietà variabili*, che possono essere di volta in volta diverse lasciando invariato lo schema. Se gli oggetti o i fenomeni o i sistemi presentassero solo e sempre caratteristiche invarianti, il mondo sarebbe inconcepibilmente diverso da quello che è (si può provare a immaginarselo!): non solo saremmo noi stessi identici e circondati

da identici, viventi o no, senza possibilità di discriminazione, ma non esisterebbe la possibilità stessa di concepire né la variabilità né il cambiamento. Non esisterebbe crescita o sviluppo o trasformazione, ma neanche somiglianza; non avrebbero senso parole come “diventare” o “sembrare”, né parole come “graduale”, “progressivo”, “istantaneo”, riferite a cambiamenti; ci sarebbe solo, per tutti, un “essere-in-un-modo”, con completa equivalenza e forse non si arriverebbe neppure ad immaginare un non-essere totale né una completa diversità.

Quello che rende il mondo così come lo conosciamo è infatti la possibilità di individuarvi proprietà variabili, che si manifestano a noi *sia* nella definizione stessa dell'intreccio caratteristico che forma uno schema di classe, *sia* nella definizione delle sue possibilità di variare. Al di là dello schema (o di più schemi possibili) che determinano i nomi di classe, il pensiero-linguaggio naturale dispone infatti di attributi (riferiti ai nomi) per parlare delle qualità riferite agli oggetti: per parlare cioè degli *aspetti variabili che possono essere diversi o cambiare*, nelle varie situazioni e durante lo svolgersi dei processi. Attraverso la realtà degli individui (fenomeni e sistemi) possiamo mettere in evidenza e capire il comportamento delle variabili stesse, valutandone le *differenze* tra individui diversi, osservandone i *cambiamenti* nel tempo, in uno stesso individuo fino ad organizzare nuovi modi di interpretare e affrontare la complessità e la continua dinamica del mondo che ci circonda.

Il modo di *guardare per variabili* è caratterizzato sia da *specificità* (se guardo l'aspetto “lunghezza”, devo guardare “per lunghezza”, senza farmi confondere da altri possibili modi di guardare in qualche modo contigui, come guardare per superficie, per volume, per peso, per velocità...); sia da *flessibilità* (si è disposti a chiamare “lunghezza” quella di una formica e quella di un elefante): ambedue legate al fatto che guardare secondo una variabile vuol dire sostanzialmente «capacità di fare confronti tra individui secondo l'aspetto scelto, servendosi come criterio coerente e quindi di ordinare gli individui dal più al meno secondo il risultato del confronto».

Sia pure in modo profondamente diverso dalla definizione di schema-prototipo di classe, anche la definizione di variabile implica dunque una molteplicità di individui, una potenziale infinità di confronti sempre possibili. Ma, come già osservava Aristotele, una volta definito lo schema che identifica la classe, il confronto degli individui con lo schema consente soltanto di includerli o di escluderli dalla classe stessa e non esistono gradualità: o si è elemento di una classe o non lo si è; non si può essere più o meno “cavallo” o più o meno “di ferro”; mentre il confronto per una variabile, per esempio per lunghezza, consente di definire individui più o meno o ugualmente lunghi, e così via.

D'altra parte, proprio attraverso la variabilità delle variabili e la nostra capacità cognitiva di rendere discreto un continuo, possiamo definire degli intervalli più o meno ampi della variabile e servircene, in certe situazioni, per formare dei gruppi di individui o, al limite, delle classi.

Se vogliamo, ci è facile trasformare una *variabile* per ordinare in uno *schema* o in una caratteristica, per classificare: basta definire un valore della variabile come termine di confronto e considerarlo, almeno in maniera approssimata, come elemento di

separazione tra i suoi valori maggiori e minori. Gli individui caratterizzati da propri valori della variabile possono così essere raggruppati nei due insiemi, nelle due classi caratterizzate l'una da «valore maggiore di quello definito», l'altra da «valore minore di quello definito».

In altri casi la singola variabile gioca un ruolo diverso: infatti può essere discretizzata in più intervalli definiti e poi, all'interno degli intervalli, se ne può trascurare la variazione. I diversi individui, ai quali la proprietà si conviene entro i limiti dati, sono allora raggruppati entro l'intervallo prefissato, che definisce così una sorta di schema comune agli individui stessi. In tal modo essi possono essere considerati elementi di uno stesso gruppo o di una stessa classe, senza prendere in considerazione nessun altro aspetto.

Per esempio, guardando negli oggetti la variabile "peso" basta stabilire un campione per separare i "pesanti" (più pesanti del campione) dai "leggeri" (più leggeri del campione). Si classificano gli oggetti in caldi e in freddi (in confronto alla temperatura del nostro corpo!); in lunghi e corti (ma in confronto a un campione implicito!); si classificano situazione di luce o di buio (ma in confronto alla nostra capacità di vedere!).

Per esempio, i bambini separano le loro palline fatte con la creta in grandi, medie, piccole e piccolissime... prima scegliendo campioni di grandezza e raggruppandovi intorno le palline; poi scontrandosi con la necessità di definire i criteri di separazione tra un gruppo e un altro: perché si vede bene che le palline più grandi del mucchio delle piccole sono grandi come le più piccole del gruppo delle medie... e così via. Per esempio, si raggruppano le carte-smeriglio, confrontandole con campioni, in intervalli di "ruvidezza" talvolta contraddistinti da numeri interi; si raggruppano le pesche nelle cassette con gli alloggiamenti ugualmente grandi e si discretizza il prezzo in corrispondenza alla prima, alla seconda, alla terza qualità dello stesso tipo di pesche. Si raggruppano gli oggetti che diffondono più o meno la luce e gli oggetti più o meno trasparenti, definendo intervalli di loro precise - e comuni - caratteristiche, quelle di diffondere, assorbire e far passare parte della luce che li colpisce. E si distinguono in entrambi i gruppi, per esempio, gli oggetti rossi in base alla proprietà di far prevalentemente rimbalzare, o di trasmettere prevalentemente, solo una componente del fascio di luce originario. Da quante cose poi dipenda, ad un livello di spiegazione più fine, la caratteristica di essere o non essere capace di far rimbalzare, o trasmettere, una certa componente della luce, non è importante per questo tipo di classificazione fenomenologica.

D'altra parte il fatto stesso che una classe sia definita attraverso una caratteristica, cioè da un intreccio di proprietà variabili, fa sì che individui appartenenti alla stessa classe possano presentare determinate proprietà solo entro determinati intervalli: i chicchi di granturco possono essere più pesanti o più leggeri, ma entro certi limiti; il peso specifico del legno può variare da 0,2 a 1,1 kg per litro, quello del vetro da 2,4 a 2,7... e così via.

All'interno di una stessa classe, dunque, vengono chiamati con lo stesso nome individui che sono diversi e che si possono distinguere tra loro in base a differenze nelle caratteristiche e nelle proprietà che si riscontrano tra individui di una stessa classe: le stesse differenze possono poi servire per definire sottoclassi o per specificare l'individualità, sulla base di attributi variabili con continuità. Allo stesso tempo, imparare a riconoscere in oggetti, fenomeni e sistemi le proprietà variabili e accorgersi

di come, attraverso i loro diversi valori, esse caratterizzano e distinguono situazioni diverse, relazioni fra situazioni e legami causali, consente di impostare un modo di pensare e di interpretare il mondo estremamente più dinamico e realistico di uno basato sulle sole operazioni di classificazione, che individuano cognitivamente e marcano linguisticamente con nomi soltanto le caratteristiche di permanenza degli schemi-prototipo<sup>2</sup>.

### 1.12. Le variabili

La differenza sostanziale tra il guardare per classi e il guardare per variabili consiste allora nella scelta di specifici criteri di coerenza, che portano a diversi (e sovrapposti) modi di procedere nell'analisi e nella interpretazione del mondo. Come abbiamo detto, una classe è costituita in base a uno schema che deve poter essere "visto" identico in ciascuno degli individui in essa raggruppati; una variabile deve invece poter essere sempre valutata nell'individuo (oggetto, fenomeno o sistema che sia), essere cioè in qualche modo essenziale alla sua natura individuale, mentre può non essere essenziale alla operazione cognitiva di schematizzazione con cui si definisce una classe.

Per esempio: qualsiasi oggetto solido (classe) deve essere pesante (variabile), deve avere delle dimensioni (variabili) nello spazio, deve avere una temperatura (variabile); come ogni pulcino (sistema) deve crescere, cioè cambiare i suoi molti caratteri secondo un andamento temporale definito per ciascuno di essi; come ogni pianta (sistema) deve emettere un flusso (variabile) di ossigeno quando è illuminata dal sole.

Generalmente siamo tutti più o meno capaci, anche i bambini piccoli, di *confrontare e ordinare* individui selezionando, in un contesto precisato, una proprietà definita, colta dallo sfondo di tutte le altre che caratterizzano l'individuo stesso. Tuttavia non ci si rende forse conto di quanto è astratto il procedimento di individuare variabili o di pensare per variabili, che porta, in definitiva, a trattare quasi come oggetto concreto quello che è un modo di essere delle cose ed è al tempo stesso un nostro modo di vederle. Il linguaggio ci parla del "peso" o della "lunghezza" o della "temperatura"... o del "prezzo": specificiamo cioè le variabili attraverso nomi che, proprio in quanto tali, suggeriscono stabilità e permanenze di solito associate a "cose". Ma è ben difficile per chiunque dire *che cosa* è il peso: i nomi delle variabili corrispondono infatti a nostre capacità di notare differenze e cambiamenti, sviluppate a partire dall'esperienza di selezionare particolari modi di guardare in accordo con particolari modi di essere fenomenologici e non è facile cogliere la complessità delle corrispondenze e delle relazioni che legano un atteggiamento cognitivo al modo in cui le cose appaiono o sono.

---

<sup>2</sup> In un certo senso può essere importante notare che il faticoso affermarsi della conoscenza scientifica in Occidente è avvenuto anche "contro" il modo platonico-aristotelico di vedere il mondo. Questo poneva in posizione privilegiata la conoscenza "classificatoria", in quanto legata agli aspetti di realtà più stabili e quasi degradava a non-conoscenza la gestione cognitiva degli aspetti variabili, proprio in quanto legati ad incertezza intrinseca. Oggi la nostra conoscenza del mondo, per esempio fisico, è sostanzialmente marcata dal saper riconoscere *invarianza di relazioni tra variabili*: ancora, quindi, dal riconoscimento di "permanenze", che però hanno alla loro base la padronanza della variabilità.

Si costruisce cognitivamente la proprietà (per esempio il peso) “astraendola” dalla esperienza di un nostro modo definito di interagire con gli oggetti (per esempio, dalla sensazione che si prova nel sollevare o nel soppesare); la si definisce come “variabile” attraverso un giudizio operativo di confronto che spesso coinvolge anche la memoria (dalla sensazione di pesantezza alla sensazione -al ricordo- di differenze di pesantezza o di cambiamento di pesantezza); la si oggettiva e la si stabilizza attraverso la sua “trascrizione” in operazioni definite, servendosi di oggetti e strumenti particolari (i pesi di due oggetti sono uguali se, disposti simmetricamente, fanno stare pari una bilancia a bracci uguali...).

Individuare definite possibilità di variare, diversi modi di variare, correlazioni con altri variare rappresenta d'altra parte un modo efficace per conoscere il nuovo: perché solo così l'essere e il cambiare delle cose e delle situazioni si possono interpretare con regole ogni volta accordate alla forma di cambiamento delle cose e delle situazioni, schematizzate e rappresentate mediante le forme del variare delle variabili. In altre parole, questo modo di organizzare cognitivamente il mondo si sviluppa a partire dal fatto che sia le differenze tra oggetti (o tra sistemi, tra situazioni, tra fenomeni), sia i loro cambiamenti nel tempo possono essere interpretati attraverso *differenze e cambiamenti nel tempo di una o più proprietà variabili*: si coglie la *differenza* attraverso il confronto *sincronico* tra individui diversi considerati in uno stesso momento, come si coglie il *cambiamento* attraverso il confronto *diacronico* tra momenti diversi in uno stesso individuo.

Per riconoscere le variabili e trovare regole per i loro andamenti e i loro modi di variare bisogna sempre considerare gli individui; per accorgersi delle differenze e dei cambiamenti, bisogna sempre saper operare *confronti*: inizialmente tra coppie di individui, poi tra molti, emettendo per ciascun confronto un *giudizio* di maggiore/minore/uguale <sup>3</sup>.

### 1.13. Confronti per variabili

Attraverso il giudizio di differenza o di cambiamento ogni coppia di situazioni individuali può essere *ordinata* secondo un criterio di “più/meno/uguale” secondo una certa variabile.

Ripetendo più volte il confronto tra coppie di individui secondo una variabile coerentemente individuata dalle altre che ne costituiscono lo sfondo, e con qualche difficoltà, si impara a *mettere in ordine* molti individui (per esempio, per peso, per trasparenza, per bellezza, per rapidità...) dal più al meno, secondo la variabile considerata. La “logica delle relazioni d'ordine” ha alla base proprio l'esperienza percettiva -infralogica- del confronto tra individui per la variabile che interessa, il bisogno di rendere tale esperienza esplicita, coerente e intersoggettiva al variare dei criteri e delle situazioni. Ed è sempre l'esperienza percettiva che fonda e rende coerente, alla radice, il giudizio operativo per cui riusciamo a definire, attraverso una

---

<sup>3</sup> È bene notare l'analogia e la diversità rispetto all'analogo *giudizio di compatibilità*, di concordanza/non concordanza fra un individuo e uno schema, che è associato alla operazione cognitiva di classificazione.

correlazione tra diverse nostre sensazioni, un *di più* e un *di meno* riferito alla variabile di volta in volta considerata.

Sappiamo bene non solo che tutti gli oggetti sono pesanti (anche se alcuni lo sono troppo o troppo poco per poter essere soppesati con le mani o misurati con uno strumento), ma anche che si può sempre decidere, dati due individui, chi dei due è più pesante (o se sono praticamente uguali) e, facendo dei confronti ancora con altri individui, ordinarli tutti reciprocamente. Lo stesso vale quando si prendono in considerazione più variabili separatamente: Pierino è più vecchio, meno pesante, più capriccioso, egualmente veloce... di Anna; A è più pesante di B, quindi il peso di A è maggiore del peso di B; Pierino sta diventando più alto e più magro...

Ma il modo di pensare e di operare per variabili è ancora responsabile della costruzione cognitiva che porta alla consapevolezza della *continuità del variare* in quanto tale; si può *immaginare* la continuità a partire dalla sequenza discretizzata con cui ogni variabile viene ordinata attraverso gli individui in cui la identifichiamo. Appare infatti naturale pensare che sempre si possa, dati due individui in cui la variabile è diversa (e quindi discretizzata) trovare altri individui che un confronto potrebbe definire come “intermedi” fra i due. Solo così si può concepire un *ordine continuo* che, attraverso gli infiniti casi individuabili o immaginabili, renderà potenzialmente presenti tutti i valori possibili per la variabile data.

Sempre partendo dall’esperienza naturale, e per astrazione dall’esperienza sotto la guida del linguaggio naturale, diventa poi possibile accorgersi che, per esempio, se A per peso è maggiore di B, e B è maggiore di C, allora A è più pesante di C; che se A cresce più in fretta di B e B più in fretta di C, allora A cresce più in fretta di C; etc. Si costruiscono e si identificano cioè, attraverso le situazioni, attraverso il nostro saperle vedere, sapervi operare, saperne parlare, le regole di *transitività delle relazioni d’ordine*<sup>4</sup>, valide per comprendere (definire) in astratto il “comportamento delle variabili in quanto tali”.

#### 1.14. Variabili intensive e variabili estensive

Dall’esperienza nasce ancora, in maniera dapprima implicita e problematica poi gradualmente più esplicita, la fondamentale distinzione fra *variabili intensive* e *variabili estensive* basata sulla possibilità di *operare* su di esse con determinati criteri e su quello che concretamente accade nelle situazioni da cui le variabili stesse vengono “astratte”. Per chiarire di che cosa si tratta dobbiamo innanzitutto analizzare i diversi significati che una operazione di *mettere insieme* per una certa variabile può assumere di volta in volta.

Prendiamo come esempio dei *mucchi* di patate: per ciascuno dei mucchi sappiamo *fare operazioni* che servano a definirne il *peso complessivo* (mettere tutte le patate dalla stessa parte di una bilancia a due piatti...), la *lunghezza complessiva* (mettere tutte le patate in fila, ciascuna per il lungo, una attaccata all’altra), il *numero complessivo* (per esempio

---

<sup>4</sup> Anche la relazione di inclusione fra classi è caratterizzata da *transitività*: tuttavia le operazioni logiche soggiacenti sono molto diverse.

contandole)<sup>5</sup>. Possiamo quindi *confrontare* due mucchi per peso complessivo, per lunghezza complessiva, per numero complessivo e dare per ogni proprietà il relativo giudizio di maggiore/minore/uguale; con analoghe operazioni possiamo confrontare per peso, per lunghezza, per numero... un mucchio di patate con un mucchio di altri oggetti qualsiasi. D'altra parte possiamo confrontare, per esempio per peso, l'intero *mucchio* di patate con un singolo *individuo* (anche non patata): per esempio con un pollo o con uno di quei pezzi-di-ferro-campione che la gente chiama "chilo". Vedremo se il mucchio di patate sarà più o meno pesante del pollo o del chilo; potremo arrivare a dire che «un mucchio di patate, *equivalente* per peso a un pezzo di ferro da un chilo, pesa un chilo; pesa *come* un pollo da un chilo».

Se la fila di patate è dritta, possiamo confrontarla per lunghezza con *un* bastone; sempre possiamo confrontarla per lunghezza con la fettuccia flessibile che la gente chiama "metro" e trovarla equivalente, maggiore o minore. In ogni caso possiamo trovare un mucchio di oggetti che sia equivalente, maggiore o minore, per numerosità, ad uno dei mucchi di patate oppure ad un mucchio formato a sua volta da due o più mucchi riuniti. Per questo tipo di variabili (ad eccezione della numerosità, a meno di introdurre le frazioni) *un individuo*, equivalente per la variabile considerata a *un mucchio* di altri, risulterà ovviamente maggiore, rispetto alla variabile, di ciascuno degli individui del mucchio.

Ora proviamo a *mettere insieme*, per esempio, dei bicchieri di acqua diversamente zuccherata (in questo caso, mettere insieme vuol dire mescolarli): quello che si ottiene sarà una quantità di acqua, maggiore di quella di ciascun bicchiere, caratterizzata da una "dolcezza" che sarà invece intermedia: più dolce rispetto a quella di alcuni dei bicchieri originari, meno dolce rispetto a quella di altri. Analogamente non si riesce ad ottenere acqua più calda mettendo insieme molti bicchieri di acqua tiepida e si sa che la temperatura di un solo bicchiere d'acqua è uguale a quella dell'intera pentola da cui l'abbiamo presa. In casi come questi dunque *un individuo*, equivalente a *un mucchio* di altri per la variabile considerata, non risulterà necessariamente maggiore, rispetto alla variabile, di ciascuno degli individui del mucchio.

Ancora una volta, la necessità di tenere conto di come sono e di come succedono i fatti e la necessità di adeguare ai fatti i nostri sistemi per capire e rappresentare, ci porta ad una operazione di distinzione, di discretizzazione: ci porta cioè a *classificare le variabili* a seconda delle caratteristiche del loro comportamento. Chiamiamo così *variabili estensive* quelle come peso, lunghezza, volume, costo complessivo..., in generale le "variabili associate a quantità" il cui valore cresce *proporzionalmente al crescere del sistema* a cui ci si riferisce mentre chiamiamo *variabili intensive* quelle come dolcezza, temperatura, durezza, prezzo specifico (al kg, al litro...), peso specifico, volume specifico... in generale le "variabili associate a qualità", il cui valore *non dipende proporzionalmente dal crescere o dal diminuire del sistema* a cui ci si riferisce. Chiaramente non si tratta solo di distinzioni nominali: ad esse corrispondono comportamenti, operatività modi di

---

<sup>5</sup> Il discorso sul numero come "variabile di numerosità" è importante e non banale, ma non possiamo svilupparlo adesso.

ragionare e di agire molto diversi. (Cfr. la discussione sulla misura nel Capitolo 3, in cui verrà ripresa questa analisi).

### 1.15. Variabili complesse e classificazione

Il guardare per classi e il guardare per variabili risultano dunque sempre intrecciati, ma corrispondono a criteri diversi per “fare i conti” con la realtà. Cercando i raccordi, e le discrepanze, tra le nostre percezioni del mondo e i nostri modi di ragionare sul mondo e sulle nostre percezioni, ci accorgiamo infatti che l’esigenza di definire classi formate da individui con caratteristiche comuni e di ordinare individui per una variabile (a volte all’interno di una stessa classe, a volte a partire da classi diverse) è spesso sorgente di “conflitto”.

Abbiamo già visto che, attraverso discretizzazioni convenzionali di una variabile, è possibile definire schemi e caratteristiche per raggruppare in classi gli individui che la possiedono entro i limiti della discretizzazione fatta; d’altra parte sappiamo individuare alcune *variabili complesse* che, proprio come gli schemi e le caratteristiche che definiscono le classi, risultano esse stesse formate dall’intreccio di altre variabili più “elementari”.

A parte la varietà delle relazioni formali che legano, nelle diverse situazioni, variabili “semplici” e variabili “complesse”, è importante notare che:

- una *relazione tra più variabili* semplici può essere a sua volta una variabile (cioè può dar luogo a confronti e a relazioni d’ordine... etc.), come può servire a individuare uno schema in base a cui classificare;

- una *variabile complessa*, costruita attraverso una relazione tra variabili, può essere più efficiente delle variabili semplici per descrivere determinati aspetti di quello che succede. Per esempio sappiamo *ordinare* per peso e per volume e sappiamo *classificare* gli oggetti in “pesanti” o “voluminosi” (più o meno pesanti di..., più o meno voluminosi di... un campione scelto), però questa classificazione non ci è utile per decidere se un oggetto galleggia o no. Se invece costruiamo una variabile complessa come il “peso specifico” (cfr. anche il Capitolo 4), se cioè consideriamo il peso di un oggetto o di un materiale *in relazione* al suo volume, possiamo confrontare e ordinare i pesi specifici di diversi materiali e quindi classificare gli oggetti e i materiali che galleggiano in quanto «hanno peso specifico minore di quello del liquido in cui vengono immersi».

Per esempio, è possibile ordinare per flessibilità sbarrette diverse (e la flessibilità a sua volta coinvolge lunghezza, forma, tipo di materiale... forza subita, etc.); ma quante altre variabili, oltre la flessibilità, quali loro relazioni dobbiamo prendere in considerazione per classificare una sbarretta come “di acciaio”?

Certo possiamo mettere in ordine individui per bellezza: ma quante sono le variabili e quali sono le loro relazioni, in base a cui consideriamo qualcosa “bello”? Come si fa a dire se è più bello un bel cavallo o un bel quadro?

Gli *intrecci tra variabili continue*, di cui le variabili complesse rappresentano soltanto un esempio, portano facilmente a criteri di discretizzazione, con cui è possibile individuare schemi e formare classi: da questo punto di vista anche quelle che comunemente

sono considerate *variabili discrete* possono talvolta essere meglio viste come relazioni particolari fra più variabili continue, quasi “nodi” determinati da configurazioni precise di più fili intrecciati tra loro.

Ancora una volta si ha a che fare contemporaneamente con la complessità del mondo e con quella dei meccanismi percettivi e cognitivi in base ai quali abbiamo esperienza del mondo. E quello che, ragionando in questo modo, sembra evidente per gli oggetti può costituire un modo-guida per organizzare cognitivamente i fenomeni, o i sistemi, in cui pure variabili continue si presentano legate in intrecci stabili di relazioni costanti. Per esempio le razze umane, per esempio i colori, per esempio i sapori... sono “variabili discrete” o rappresentano veri e propri schemi di classificazione?

Per esempio, i sapori-base sono quattro: dolce, amaro, acido e salato (ciascuno rilevabile in diverso grado) e sono quattro *perché* corrispondono a quattro tipi di terminazioni nervose, collocate in zone diverse. Le sovrapposizioni e gradazioni e intrecci delle quattro variabili-di-gusto, a loro volta non certo semplici, “annodate” insieme ciascuna con una propria specificazione e una sua rilevanza, conducono ai sapori-tipo della nostra esperienza e in definitiva a una più complessa classificazione dei sapori: sapore di frutta, di carne cotta, di pesce...

Per esempio, i colori. La lunghezza d'onda della luce varia con continuità nello spettro luminoso: la luce bianca che percepiamo è una sovrapposizione di tutte le lunghezze d'onda comprese nell'intervallo in cui riusciamo a vedere. Ma nell'occhio ci sono strutture diverse capaci di discriminare i colori, sensibili cioè in modo diverso alle lunghezze d'onda diverse. Così ci sembra che l'arcobaleno si possa dividere in zone più omogenee (sette? quattro? dieci?...); come ci sembra che un “marrone” non possa corrispondere a nessun colore dell'arcobaleno. Ancora, sovrapposizioni, correlazioni e intrecci complessi di variabili che sappiamo individuare come continue portano a evidenze diverse di discretizzazione: ma anche se classifichiamo i rossi, e i verdi, e i blu... cosa succede poi se li guardiamo con luce non-bianca o di sera?

## 1.16. Strategie per interpretare il cambiamento

Le considerazioni fatte fino ad ora sui *modi di guardare* oggetti stabili, processi e fenomeni che si svolgono nel tempo con forme definite, sistemi complessi con un loro funzionamento, suggeriscono che ogni organizzazione cognitiva del mondo per essere efficace deve saper padroneggiare diversi criteri di analisi e rappresentazione, per isolarli e reintrecciarli, in modi di volta in volta simili e diversi, al variare delle situazioni e delle intenzioni. Per esempio, schemi di classificazione (rappresentabili con diagrammi di Venn o con diagrammi ad albero), organizzazioni di differenze e di cambiamenti (rappresentabili con grafi e istogrammi), gerarchie e organizzazioni di strutture, sottostrutture e funzionamenti (rappresentabili con grafi logici e diagrammi a blocchi o di flusso) hanno valenze specifiche e differenziate necessarie e complementari per capire la complessità e le dinamiche di trasformazione; talvolta, anche, inefficaci davanti a dinamiche troppo complesse.

Da sempre, in tutte le culture, la comprensione e la padronanza cognitiva del cambiamento si presenta particolarmente difficile, per i ragazzi che crescono come per la scienza che si sviluppa. Abbiamo già notato che conoscere, o riconoscere, un

cambiamento coinvolge un doppio problema di percezione e memoria: si tratta di collegare in un unico schema fatti che non sono mai contemporaneamente presenti e quindi di confrontare questo schema di cambiamento complessivo con lo svolgersi del cambiamento, con ciò che accade istante per istante. Se si analizza un po' più accuratamente questo processo di conoscenza se ne possono mettere in evidenza alcuni aspetti essenziali che caratterizzano delle vere e proprie *strategie cognitive*, diverse e complementari. Soltanto se riconosciute e adoperate nel loro insieme esse permettono di comprendere e rappresentare i processi di cambiamento; come permettono di mettere in evidenza il legame profondo che unisce le strutture-base della conoscenza comune a quelle della conoscenza formalizzata o scientifica.

a) *Strategie di analisi differenziale e integrale*

Innanzitutto i modi di guardare *cambiamenti* diacronici (di fenomeni e processi nel tempo) si sovrappongono e si intrecciano a quelli che confrontano *differenze* tra situazioni sincroniche.

Ecco allora che possiamo scegliere tra una prima coppia di atteggiamenti cognitivi complementari. Per esempio possiamo vedere, controllare, descrivere le situazioni *mentre* queste cambiano sotto i nostri occhi, mentre le cose succedono momento per momento. (Il linguaggio adatto ad esprimere la continua trasformazione di ciò che, appunto, "sta cambiando" presuppone ed implica una sorta di contemporaneità tra il nostro guardare e la cosa che succede). Alternativamente, possiamo considerare il cambiamento complessivo di una situazione *confrontandone un inizio con una fine*, agli estremi di un intervallo di tempo finito. Usiamo, così, il tempo quasi come un contenitore delle azioni o come un separatore delle fasi del cambiamento: parlando di un complessivo cambiamento ormai avvenuto usiamo di solito i verbi al passato.

Questa prima coppia di strategie ci offre quindi l'alternativa tra i modi *differenziale* e *integrale* di guardare al cambiamento e permette di passare da un giudizio sincronico, che coglie differenze istantanee su «come stanno andando le cose» via via che le cose stesse succedono, a un giudizio diacronico che coglie differenze tra le situazioni "iniziale" e "finale", anche esse istantanee ma lontane tra loro nel tempo e ci informa su «come sono complessivamente andate le cose». Guidati da organizzazioni di memoria, attraverso i ricordi, possiamo così *confrontare tra loro situazioni di cambiamento* passate con quelle presenti e in questo confronto ci serviamo di criteri analoghi a quelli con cui *si confrontano situazioni statiche*, distinte e contemporaneamente presenti.

Se per esempio vogliamo descrivere come si cuoce una torta, c'è una sostanziale differenza di significato se confrontiamo "per spessore" la torta cruda con la torta cotta o se descriviamo come "sta gonfiando" la torta mentre la osserviamo attraverso lo spioncino del forno: pure, in entrambi i casi, stiamo guardando il "gonfiarsi nel tempo", la trasformazione della torta.

È chiaro d'altra parte che le differenze complessive (o integrali) si sono venute costruendo e modificando nel tempo sulla base di modi di cambiare (differenziali) della situazione, definiti istante per istante. È cognitivamente necessario quindi porre legami

espliciti tra questi due modi di guardare e descrivere il cambiamento: e di questa esigenza, che va al di là di ogni possibile evidenza percettiva, si fanno carico, a diversi livelli, i processi di formalizzazione.

b) *Strategie di analisi per stato e trasformazione*

Un'altra coppia di strategie di organizzazione cognitiva della realtà ci consente di mettere a confronto quello che sappiamo vedere e dire dei fatti analizzandoli alternativamente secondo *forme di permanenza* e secondo *forme di cambiamento*. Si possono infatti cogliere configurazioni di aspetti e di intrecci invarianti (o quasi-invarianti) nel tempo e caratterizzarle come *stati*. Per contrasto, si possono cogliere configurazioni temporali di cambiamento parziale o complessivo e indicarle genericamente come *trasformazioni*.

Galleggiare è uno stato, andare a galla -a fondo- è una trasformazione; avere la polmonite è uno stato, prendere la polmonite, o guarirne, è una trasformazione; essere di ferro è uno stato, come essere ossido di ferro (ruggine): diventare ossido di ferro (arrugginire) è una trasformazione, che coinvolge il ferro e l'ossigeno dell'aria.

Così, gli stati “durano nel tempo”, mentre le trasformazioni “si svolgono nel tempo”; e come la “forma” degli stati implica relazioni e intrecci fra variabili e caratteristiche da cui il tempo è escluso, la “forma” delle trasformazioni coinvolge comunque il tempo nella sua stessa definizione.

Ora, con un processo di conoscenza sostanzialmente analogo a quello che porta talvolta a visualizzare il movimento come una sequenza di posizioni intermedie, possiamo provare a *immaginare* ogni trasformazione come una sequenza di stati istantanei. Si tratta di una schematizzazione molto drastica, già problematica per il movimento stesso (che senso ha vedere come “stato” una posizione del saltatore a mezz'aria?) e spesso causa di ambiguità appena il processo è un po' più complesso (le configurazioni istantanee in una trasformazione di solito *non* corrispondono a configurazioni stabili che possano essere identificate come stati). Ma, per quanto drastica, questa è una schematizzazione molto importante, che interviene in tutte le aree di esperienza e di interpretazione dei fatti (dalla fisica alla biologia, alla storia all'economia). In questo modo ogni stato può essere visto come inizio o risultato di una trasformazione; ogni trasformazione può essere vista come percorso (metaforico) che connette in modo “naturale” due stati (luoghi) iniziale e finale oppure come percorso che connette fra loro una ipotetica sequenza di stati intermedi. Ci possono essere trasformazioni alternative a connettere gli stessi stati e stati diversi (di partenza e di arrivo) per trasformazioni che si svolgono allo stesso modo, come si possono individuare configurazioni (quasi-stati) particolari che marcano i momenti di transizione fra una trasformazione e un'altra (prima di ricadere, un sasso lanciato in alto “si ferma per un istante”).

D'altra parte molti movimenti possono essere fatti con velocità variabile, mantenendo inalterata la loro forma complessiva; molti percorsi possono essere fatti in tempi più o meno lunghi, attraversando gli stessi luoghi. Anche molte trasformazioni possono

essere più o meno rapide, talvolta attraverso le “stesse” tappe intermedie: però in generale la rapidità di una trasformazione può influenzarne le forme caratteristiche (se l'acqua scorre lentamente, “va liscia”; se la si fa scorrere veloce, “fa” i vortici), e diventa complicato confrontare trasformazioni rapide e lente se non percorrono le stesse sequenze di stati intermedi.

c) *Strategie di analisi per cambiamento globale e cambiamento di variabili*

Abbiamo già visto che una forma complessiva, di stato o di trasformazione, può essere interpretata come intreccio-correlazione di variabili e di caratteristiche (ed è importante ricordare che il tempo stesso è una variabile!). Così una trasformazione può essere analizzata in termini di *cambiamenti nel tempo* delle variabili che la caratterizzano, come uno stato può essere analizzato in termini di *relazioni costanti* fra le variabili che lo caratterizzano. E se guardando le differenze fra stati (per esempio fra individui) la continuità delle variabili viene costruita cognitivamente (immaginando possibili individui intermedi), guardando le trasformazioni le variabili stesse si vedono variare con continuità. Guardare al cambiamento complessivo o al cambiamento delle singole variabili costituisce l'argomento di un'altra importante coppia di strategie cognitive: un'alternanza di modi di guardare a cui linguaggio ed esperienza comune ci abitua, ma che ci pone problemi nel momento in cui cerchiamo di individuarla e controllarla, cognitivamente e nelle nostre stesse attività. Anche in questo caso bisogna mantenere in relazione reciproca due atteggiamenti di per sé contrastanti come i modi di guardare per cambiamento istantaneo e per cambiamento integrale, come i modi di guardare per stato e trasformazione, così i modi di guardare per forma del cambiamento complessivo e per forma del cambiamento delle singole variabili si implicano a vicenda e si possono definire soltanto l'uno sullo sfondo dell'altro. Infatti sappiamo da un lato riconoscere, in fenomeni e processi, un intreccio di più variabili che cambiano o possono cambiare nel tempo e sappiamo anche che esse non variano sempre tutte o tutte insieme o tutte nello stesso modo. Ma poi possiamo guardare ogni variabile isolata dalle altre sia nel suo cambiare complessivo da un inizio a una fine sia nel suo cambiare momento per momento.

Mentre la torta complessivamente si cuoce, molte singole proprietà variano nel tempo, con regole di cambiamento diverse: il colore prima resta chiaro, poi rapidamente diventa sempre più scuro; la quantità d'acqua diminuisce prima lentamente, poi rapidamente, poi di nuovo lentamente...; il sapore di lievito scompare a poco a poco; alla fine, la torta potrà essere sgonfia e ben cotta, o bruciata fuori e cruda dentro... E guardando soltanto al modo in cui cambiano le relazioni che legano tra loro le diverse variabili (che a loro volta sono variabili molto complesse) possiamo dire della torta che «più è soffice più è buona», che «più è scura più è asciutta», che «più è chiara più ha sapore di farina»; come, sempre per esperienza, sappiamo dire di molti frutti che «più sono rossi di fuori più sono dolci di dentro».

Questa consapevolezza ci porta a fare un discorso ancora più astratto, in quanto ci accorgiamo che variano nel tempo non solo le singole variabili, ma anche le loro relazioni reciproche: forse, secondo regole che potremmo determinare. Così possia-

mo imparare a considerare direttamente *come una variabile cambia rispetto a un'altra che cambia a sua volta*, escludendo quindi dalla nostra analisi la forma secondo cui ciascuna *cambia nel tempo*. Una volta messo in relazione diretta il cambiare di due o più variabili, il tempo del cambiamento non è più esplicitamente presente e anche questa capacità di escludere il tempo dalla rappresentazione di fenomeni che pure nel tempo si svolgono è un passaggio essenziale per arrivare ai processi di formalizzazione (cfr. anche Capitolo 9).

d) *Strategie di causalità e di correlazione*

Veniamo, così, profondamente coinvolti in un altro processo cognitivo (già in atto nei bambini piccolissimi, suggerito dalla struttura stessa del linguaggio e dell'esperienza quotidiana) che porta a considerare collegate fra loro proprietà che cambiano insieme nel tempo. Questo modo di vedere spinge, quasi inevitabilmente, a spiegazioni di tipo causale: siamo infatti portati continuamente a considerare, a volte anche con notevole ambiguità, il cambiamento di una proprietà come *effetto* oppure come *causa* del cambiamento di un'altra e a costruire così la nozione di *dipendenza* di una variabile da un'altra.

Ad esempio, diciamo che «più la torta è dorata più è cotta», o viceversa; ma diciamo anche che «è più dorata perché più cotta», o viceversa. Diciamo che «più fa caldo più si asciugano i panni», che «più si fa forza e più la creta si schiaccia» e che quindi i panni si asciugano meglio perché fa più caldo (e viceversa?) e che la creta si schiaccia di più perché si fa più forza (e viceversa?).

A volte, all'interno di un intreccio di variabili che cambiano insieme, una sola viene isolata e considerata causa del cambiamento di tutte le altre oppure si va a cercare all'esterno dell'intreccio di variabili una possibile causa comune per i cambiamenti di tutte: in questo modo a nessuna variabile è assegnato un ruolo specifico di causa o di effetto, mentre si mette in evidenza la *correlazione* tra le diverse variabili e i loro diversi modi di cambiare.

Per esempio, la torta si scalda, si asciuga, si dora, si cuoce nel forno; lo scaldarsi fino a una certa temperatura, e il rimanere calda per un certo tempo, è considerato causa di tutto il resto. Però tutti i sintomi di una malattia sono strettamente correlati tra di loro e nessuno può essere considerato causa degli altri.

L'argomento "causalità e spiegazione" è particolarmente complesso, troppo importante per poter essere trattato come di passaggio; ne riprenderemo alcuni aspetti più avanti, ben consapevoli che esso non è connesso soltanto al discorso di variabili, ma coinvolge profondamente tutte le strategie cognitive e la nozione stessa di soggetto-che-agisce-e-conosce.

In ogni caso, nelle situazioni di insegnamento come nei processi di costruzione di conoscenza, bisogna fare molta attenzione ai meccanismi cognitivi impliciti e profondi che vengono via via evocati, se si vogliono aiutare i bambini a sbrogliare e a organizzare le loro esigenze del come e del perché, così spesso lontane da quelle degli adulti.

### 1.17. Come si impara a capire

Nei discorsi e nei racconti dei fatti che succedono, come nelle discussioni e nelle attività in classe, le diverse strategie appaiono sempre intrecciate, sovrapposte, alternate. I fenomeni, i funzionamenti, i divenire, le situazioni, i sistemi... vengono ora visti nel loro aspetto complessivo, ora attraverso il variare di singole variabili, ora ne vengono messi in evidenza le differenze che si determinano momento per momento, ora se ne guarda il cambiamento integrale, ora vengono poste relazioni tra gli stati di una situazione, ora se ne guardano le trasformazioni, facendo previsioni e collegando quanto sta succedendo con quanto è già successo. È importante allora riuscire ad avvertire e ad utilizzare la complessa dinamica che lega tra loro queste strategie-per-leggere la realtà: soprattutto perché molte incomprensioni e incomunicabilità tra bambini, tra adulti, nei processi di insegnamento, nascono dal guardare sì uno stesso fatto, ma attraverso atteggiamenti cognitivi che non trovano reciproca corrispondenza. (Per esempio, porre l'attenzione sull'andamento di una trasformazione o sul confronto tra i suoi due estremi porta a vedere cose molto diverse). Inoltre sembra che ognuno, bambino o adulto, davanti a un fenomeno, tenda a privilegiare in maniera quasi spontanea una particolare strategia per interpretarlo o almeno per cominciare a interpretarlo: spesso la rapida radicalizzazione di una sola modalità di approccio ai fatti preclude la possibilità di afferrare altri aspetti che probabilmente diventerebbero evidenti passando a strategie diverse o complementari. L'importanza dell'intervento didattico diventa allora quella di saper guidare i bambini in maniera consapevole e paziente su *diverse* strade cognitive, indirizzandone di volta in volta l'attenzione ad aspetti di realtà adatti a far capire le potenzialità e i limiti di ogni strategia di interpretazione, facendo risaltare, in primo luogo attraverso il linguaggio, le diverse sfaccettature e le diverse dinamiche degli eventi. Infatti è inizialmente *attraverso il parlare e il descrivere, in connessione a quello che si fa e a quello che succede*, che si impara a mettere in luce, nelle variate e complesse situazioni di realtà, gli aspetti di successione nel tempo, di consequenzialità causale, di contemporaneità, di correlazione tra variabili e tra cambiamenti...

E bisogna rendersi conto, come adulti e come insegnanti, che per quanto possano apparire complicate da individuare e da padroneggiare, queste *sono* le normali strategie che comunque usiamo per rappresentarci quello che succede. Attraverso la loro progressiva esplicitazione ed educazione, come attraverso la consapevolezza dei loro limiti, può meglio svilupparsi la capacità di accorgersi delle cose che succedono e quella di farle succedere e, di conseguenza, il piacere di capire.

## Capitolo 2

# I primi discorsi di Biologia

### 2.1. Il mondo dei viventi

In un contesto di apprendimento, a scuola, si può cominciare a guardare alla complessità dei sistemi viventi (degli individui macroscopici o microscopici, per esempio, dei gruppi o delle specie) attraverso l'osservazione e la descrizione dei loro modi di essere, delle loro trasformazioni caratteristiche, delle loro interazioni reciproche, delle relazioni con i loro ambienti: per parlarne insieme, per costruirne modelli più o meno semplici e schematizzati, per cercare di spiegare quello che succede immaginando strutture, processi, funzioni che non si possono “vedere”. Gli esseri viventi nascono, crescono e si trasformano nel tempo “quasi da soli” e riflettere fin dall'inizio con i ragazzi sulle poche cure di cui hanno bisogno può aiutare a mettere in evidenza *la specificità delle relazioni* che connettono la complessità di ogni vivente alla complessità del mondo esterno. Per comprendere meglio il significato di queste relazioni, bisogna imparare a cogliere, nei processi e fenomeni della vita, aspetti diversi e talvolta contraddittori: per esempio, caratteristiche di permanenza che si conservano attraverso variazioni e variabilità; forme e configurazioni stabili che si trasformano seguendo tempi e percorsi definiti; processi che si ripetono con modalità simili nel tempo e nei diversi individui; cambiamenti complessivi e correlazioni tra cambiamenti. Queste diverse dinamiche possono essere identificate e descritte talvolta, attraverso le variazioni delle variabili e degli intrecci di variabili scelti come significativi per rappresentarle.

Tuttavia la difficoltà di affrontare a scuola un discorso di biologia nasce in buona parte dal fatto che i modi di guardare secondo sistemi che funzionano, secondo variabili correlate nel cambiamento, secondo classi e strutture di classificazione..., appaiono strettamente intrecciati e interdipendenti; tutti contemporaneamente necessari, con diverse specificità, alla comprensione della complessità degli esseri viventi. Come abbiamo già detto, ogni sistema naturale o artificiale funziona attraverso reti di interazione adatte a connettere le complessità interne alle complessità dei sistemi esterni. In particolare, la vita di ogni individuo coincide, istante per istante, con l'intreccio globale dei processi che ne correlano, in maniera adeguata e modulata nel tempo, strutture e funzioni attraverso l'organizzazione e il controllo reciproco delle diverse sotto-strutture, in connessione con le caratteristiche dell'ambiente. L'osservazione e lo studio dei vari modi di vivere degli organismi, del loro cambiare nel tempo, delle esigenze che via via manifestano, permette allora di ricostruire cognitivamente con i ragazzi la complessità delle relazioni funzionali tra sistema individuo e sistema ambiente. E lavorando su tempi lunghi, attraverso un percorso graduale e un ricco repertorio di esperienze, osservando i processi di continua, reciproca trasformazione, è possibile far emergere l'accoppiamento funzionale che sempre lega le variabili e gli intrecci di variabili di entrambi i sistemi. Come l'organismo vivente, anche l'ambiente infatti può essere interpretato come sistema complesso, che si trasforma nel tempo,

organizzato in strutture e sottostrutture; anche i suoi cambiamenti possono essere analizzati secondo variabili e secondo correlazioni tra variabili a loro volta soggette a cambiamento.

## 2.2. Sviluppo, crescita, cambiamento

Ogni sistema vivente funziona attraverso moltissimi processi di trasformazione che si svolgono a diversi livelli, dal molecolare al macroscopico, con tempi e ritmi diversi. È quindi relativamente facile accorgersi dei cambiamenti complessivi di forma, di struttura, di funzioni, di bisogni che si susseguono nel tempo, che proseguono con continuità l'uno nell'altro. Anche il linguaggio comune associa nomi definiti a forme definite nella crescita di ogni individuo: si dice «uovo, pulcino, pollastro, galletto, gallo...» come si dice «feto, lattante, bambino, ragazzo, adolescente, adulto, vecchio...»: i nomi mettono in evidenza i profondi cambiamenti che corrispondono a diversi modi di vivere. Quando nuove relazioni emergono e introducono nuovi vincoli, quando nuovi bisogni assumono o perdono importanza nei confronti dell'ambiente, quando nuovi stati (configurazioni e strutture di proprietà) diventano stabili nei confronti della continua trasformazione del vivente... si cambia nome. Tuttavia crescita e sviluppo sono processi continui e le differenze di nome servono ad indicare che tutto un intreccio di relazioni tra forme, tra funzioni, tra strutture si è trasformato nel tempo, ha assunto una nuova e diversa configurazione. Le parole che “discretizzano” lo sviluppo del vivente (e l'esigenza di discretizzare per capire meglio arriva fino a voler vedere “stadi” nello sviluppo cognitivo umano...) aiutano a mettere in evidenza come dalla multiformità del sistema ambiente vengano selezionate di volta in volta nuove caratteristiche, in corrispondenza a nuove interazioni divenute necessarie e possibili: anche se non sempre il linguaggio sa parlare con efficacia delle relazioni, complesse e reciproche tra sistemi.

Per esempio, nello sviluppo umano ci sono organi che con la crescita regrediscono, altri che si sviluppano in particolari momenti, in correlazione a stimoli che provengono da altri organi o da altre strutture; funzioni che si attivano quasi improvvisamente o che si svolgono ciclicamente o che cessano gradualmente... e a ciascuno di questi cambiamenti, e stati intermedi, corrisponde un nuovo equilibrio di tutto l'organismo, quasi un diverso modo di vivere. Bambini, ragazzi e adulti “colonizzano” in modo diverso uno stesso ambiente.

Per esempio, nella metamorfosi gli anfibi cambiano forme, strutture, funzioni... i girini respirano attraverso le branchie l'ossigeno disciolto nell'acqua, le rane o i rospi respirano attraverso i polmoni quello dell'aria.

Per esempio, si dice comunemente che l'ambiente «fornisce agli organismi il necessario per vivere...»: ma questi termini sono potenzialmente ambigui, perché in realtà l'ambiente non fornisce, di solito, il necessario a nessuno. Tuttavia con la parola “fornire” si cerca di rendere comprensibile proprio una relazione tra ambiente e individuo: ciò che l'ambiente via via “offre” dipende infatti da ciò che c'è e da ciò che il vivente via via riesce a prendere; ma cambia col tempo, cambia con le condizioni di vita o di sopravvivenza, cambia a seconda di come l'azione semplice del prendere/fornire si ripercuote sui due sistemi, individuo e ambiente, che interagiscono attraverso loro ben definite strutture. E così un individuo che “prende” molto

può crescere, moltiplicarsi, presentare nuove richieste; e un ambiente che "offre" molto, a molti individui, può impoverirsi fino a non offrire più nulla (o magari può ulteriormente arricchirsi a sua volta) secondo quanto gli individui o le specie offrono o prendono, impongono o subiscono. Comunque la relazione reciproca, che sempre si svolge nelle due direzioni ed è essenziale tanto alla definizione di "ambiente" quanto alla definizione di "individuo", implica sempre una complessità molto maggiore di quella evocata dalle parole che comunemente la denotano.

### 2.3. Interazioni tra sistemi

Ogni organismo si sviluppa secondo un suo particolare schema genetico che si trasmette con piccole variazioni da generazione a generazione. La sostanziale invarianza dello schema può essere soggetta a mutazioni, provocate da eventi casuali di varia natura e a ristrutturazioni parziali, dovute a ricombinazioni tra schemi diversi, per esempio attraverso meccanismi di sessualità. Lo schema genetico include un continuo controllo sullo sviluppo dell'individuo (dal suo primo formarsi fino alla morte) e un continuo controllo sul suo funzionamento, adatti a raccordare la conservazione dell'individualità con le condizioni e le modificazioni dell'ambiente. Naturalmente il risultato di questi processi non è mai univoco perché, come in ogni sistema complesso, possono intervenire a vari livelli fluttuazioni casuali che, sempre nell'ambito dello schema, contribuiscono ad indirizzare sviluppi e funzionamenti successivi.

D'altra parte gli organismi viventi sono in grado di costruire e conservare la loro individualità sviluppandone le potenzialità genetiche attraverso il continuo e diversificato essere-in-relazione con l'esterno e a questa necessità vitale di coerenza e adattamento sono correlate, in maniera opportuna, le varietà delle percezioni interne, dei bisogni, dei comportamenti. Dunque, perché sviluppo e vita si realizzino attraverso le necessarie interazioni con l'esterno, sono necessarie strutture privilegiate che ne costituiscano il tramite. Ed ogni essere vivente è organizzato in modo che le sue diverse parti possano da un lato stabilire relazioni specifiche con ben precise caratteristiche dell'ambiente esterno; dall'altro, trasferire *-trasdurre-* alcune particolari *caratteristiche* delle interazioni con l'esterno in *modifiche* di processi interni significative per l'intero organismo. Inoltre, sono necessarie strutture di memoria che consentano di confrontare schematicamente le nuove esperienze con il ricordo delle precedenti e contribuire alla scelta di un comportamento "adatto" alla particolare relazione in cui si è coinvolti. Ogni individuo si adegua così, con una continua costruzione di memoria e con un comportamento globale, alla molteplicità delle sollecitazioni esterne: la costanza, e la coerenza, delle relazioni individuo-ambiente è per ciascuno di noi fonte primaria di esperienza riproducibile, di memoria individuale e collettiva, di comunicazione con altri uomini, di conoscenza.

Gli occhi sono sensibili alla luce, le orecchie ai suoni, ma le percezioni visive e acustiche sono convertite in variazioni di variabili elettriche (impulsi nervosi), come tutte le altre che provengono dalle diverse strutture di percezione. Queste variazioni sono continuamente analizzate, confrontate e correlate dal cervello, sede tra l'altro dei processi di memoria, il quale coordina attraverso vari impulsi nervosi le modifiche-risposta dell'organismo di volta in volta opportune.

Per esempio, sentir fame comporta anche sentirsi un po' deboli, avere mal di testa, magari essere anche di cattivo umore, avere i crampi allo stomaco... e quanto più si ha fame, tanto più alcune sensazioni diventano intense: ma si potrebbe dire, viceversa, che è proprio l'intreccio di queste intense sensazioni interne ciò a cui diamo il nome di "avere fame". Per non avere più fame, bisogna mangiare: bisogna scegliere quelle "strutture" dell'ambiente che sappiamo per esperienza adatte a toglierci la fame e che quindi, in relazione ai nostri bisogni, sono per noi alimenti. Perché mangiare abbia un senso, è però necessario essere fatti in un certo modo e all'atto del mangiare devono seguire processi interni che si svolgano nel tempo attraverso strutture e modalità geneticamente definite. La relazione allora si precisa e si puntualizza, ma nell'ambiente ciò che per noi può essere alimento è spesso a sua volta parte di una struttura più complessa, organizzata con altri elementi, in altre strutture; che ha una sua permanenza e suoi cambiamenti nel tempo; che ha una storia ed è parte di una storia che la comprende. Così, per esempio, la specie umana interagendo con il suo ambiente costruisce e mantiene, per la sua sopravvivenza, i supersistemi complessi dell'agricoltura e dell'allevamento, ma contemporaneamente e continuamente ne spezza e trasforma molti altri: le popolazioni e gli ambienti selvatici detti "incolti" (i boschi, le paludi...), gli insetti detti "nocivi".

## 2.4. Adattamenti e invarianze

In ogni caso la relazione che lega il sistema individuo-vivente al sistema ambiente è tutt'altro che facile da analizzare. Alcuni cambiamenti nei processi vitali dell'individuo sono determinati, condizionati, da cambiamenti dell'ambiente e l'intensità e il verso del cambiamento dell'uno sono di volta in volta correlati all'intensità e al verso del cambiamento dell'altro: da un certo punto di vista, molte variazioni del funzionamento dell'individuo rispecchiano variazioni dell'ambiente.

Con più caldo alcuni mammiferi traspirano di più, con più luce alcune piante crescono di più; al sole alcuni rettili sono più pronti e attivi che all'ombra; di notte i pipistrelli si svegliano e vanno a caccia; quando inizia l'inverno qualcuno va in letargo, altri hanno più fame, qualcuno perde le foglie, altri infoltiscono il pelo... E basta pensare a come ci si sente quando si sale bruscamente dal livello del mare all'alta montagna.

In molti altri casi l'organismo tende a mantenere costanti alcune delle sue "variabili" (per molti mammiferi si mantengono costanti la temperatura interna, le concentrazioni di emoglobina, di glucosio, di azoto nel sangue...) minimizzandone la dipendenza dai cambiamenti dell'ambiente e del proprio funzionamento. Si è immersi in un esterno facilmente variabile, si vive attraverso processi fisiologici di continua trasformazione che si limitano o si attivano reciprocamente; tuttavia mediante raffinati e sensibili meccanismi di controllo, in ogni individuo si mantengono costanti gli intrecci di relazioni che regolano il complesso del funzionamento sistemico. Perché questa costanza si mantenga bisogna che, a seconda della variazione che interviene o del controllo che si attiva, altri processi di compensazione abbiano luogo, che altre strutture siano impegnate a funzionare, che altre relazioni con l'ambiente intervengano, ad altri livelli. L'adattamento locale dell'individuo a variazioni piccole, insieme alla relativa indipendenza da variazioni sostanziali (*omeostasi*), è strettamente correlata alla complessità dell'organismo; il compor-

tamento “volontaristico” che talvolta si attribuisce agli individui (per esempio quando si dice che «le piante cercano la luce») corrisponde alla loro necessità fisiologica di sperimentare continui aggiustamenti per mantenere un equilibrio.

Abbiamo parlato fino ad ora di adattamento dell'individuo a variazioni delle situazioni ambientali e fisiologiche: l'adattamento si realizza attraverso modificazioni del modo di funzionare, che corrispondono o che sono antagoniste alla variazione intervenuta, di volta in volta secondo le potenzialità dello schema genetico individuale. In termini di evoluzione viene invece chiamato *adattamento* il lento processo di trasformazione che modifica continuamente nel tempo lo schema genetico complessivo relativo alla *specie* e quindi le forme, le strutture, le funzioni e le potenzialità degli individui che la costituiscono. Secondo questo processo la corrispondenza funzionale e strutturale degli *individui* di una specie con il loro ambiente seleziona continuamente, attraverso gli individui, lo schema genetico “più adatto” alla specie stessa, con modalità diverse nelle diverse situazioni.

## 2.5. In classe

A scuola, la conoscenza del mondo naturale si può sviluppare se i bambini possono disporre di un ricco repertorio di animali, piante, semi, mufte... e di loro “ambienti” di esistenza, facendoli oggetto di osservazioni, riflessioni, analisi, modellizzazioni. Entrando a far parte della vita della classe, gli individui (i sistemi) viventi si potranno guardare, toccare, infastidire, allevare, far nascere, far crescere, lasciar vivere. Per avviare il lavoro si cominciano dunque a guardare animali e piante, interi o in parti, esemplari unici o molteplici; si costruisce un repertorio di esperienze comuni a tutti i bambini, che guardano e toccano, che cercano di capire cosa c'è dentro e come funziona, cosa succede quando si tocca o quando si “provoca” in un certo modo. Intanto si parla e si discute, si scrive e si disegna; intanto si collega il presente con diversi piani di ricordi, intanto si mettono in comune anticipazioni e aspettative.

Gli esempi di conversazioni e di attività di biologia che riportiamo vogliono suggerire una varietà di possibili spunti per avviare osservazioni di fatti naturali con bambini di primo ciclo elementare, che cominciano così a proporre e scambiare opinioni, interpretazioni, spiegazioni. Con i ragazzi più grandi, le prime osservazioni potrebbero essere anche molto più elaborate: tuttavia l'esperienza mostra che gli ostacoli epistemologici del capire sono sempre gli stessi, e che vale la pena di riconoscerli all'origine, anche con bambini molto piccoli.

I nostri commenti prendono spunto dalle frasi riportate, ma le leggono alla luce del lavoro complessivo che ne è seguito, integrandovi i contributi di successive esperienze che in questi primi momenti si trovano ancora in embrione. Non si danno esempi di svolgimento complessivo di attività in classe perché ci interessa prevalentemente sottolineare che le radici di molti nodi problematici sono nascoste talvolta sotto le osservazioni più semplici. D'altra parte, anche il semplice inizio di una discussione in classe è ricco di suggestioni: ogni insegnante può trovarvi sia indicazioni per percorsi cognitivi da sviluppare, sia le tracce di quelli già realizzati, che hanno portato i bambini ad avere quelle idee, a fare quelle associazioni o quelle previsioni.

(Per un discorso più approfondito sulle metodologie di gestione delle osservazioni e delle discussioni in classe, cfr. anche P. Mazzoli, M. Arcà, P. Guidoni *Forze e Pesì*, Emme Edizioni, Torino, 1987).

Le prime osservazioni su un organismo favoriscono il coagularsi delle strutture di conoscenza necessarie a capire e a prevedere. A chi assomiglia, cosa fa venire in mente, come cresce, come si muove, cosa sembra che pensi, come fa per vivere... cosa succede se... sono domande che tutti i bambini si pongono, che guidano i gesti stessi con cui toccano le cose, nella ricerca di *indizi* per collegare aspetti, trovare spiegazioni, farsi suggerire nuovi gesti. Anche se animali e piante sono fatti per vivere e non per essere osservati e classificati, la costruzione esplicita e consapevole di un repertorio di osservazioni, esperienze, aspettative individuali e collettive, permette il consolidarsi di una memoria schematica e selettiva: di quello che si è visto, che è successo, che si è fatto succedere, che forse succederà. E questo è essenziale ad ogni ulteriore rielaborazione.

### **Il tronchetto della felicità: ma da dove usciranno le foglie?**

*Il elementare, 125° circolo, Roma; ins. P. Mazzoli, D. Bianchi*

- È un po' spaccato e ci sono tanti anelli.
- Ci sono quattro bozzi che servono per fare uscire le foglie e ci sono tante strisce.
- Sopra ci sono due buchetti da dove escono le foglie.
- È un po' duro, ci stanno dei buchi che da là escono le foglie.
- Ha delle strisce intorno e ha tre bozzetti e è un po' giallo. Sopra alle strisce escono le foglie. Nella parte che sta nell'acqua escono le radici.
- Ha le strisce, ha un bozzo e due buchi, uno piccolo e uno grande. È un po' grigio.
- Sotto ci sono tutti peletti, e sopra tre buchi e ci sono tutte le righe.

Le forme di cose mai viste suggeriscono analogie strane e supposizioni fantasiose, ma davanti a una pianta o ad un animale “vivi” il bisogno spontaneo di giustificare l'esistenza delle diverse parti in vista di un funzionamento complessivo è coerente con le strategie di pensiero “sistemiche” adottate dalla cultura comune per la interpretazione delle forme e delle funzioni biologiche.

Il buco o il bozzo o la striscia del tronchetto della felicità non sono solo dei punti particolari da cui forse usciranno le foglie: essi colpiscono l'attenzione dei bambini come strutture singolari e quindi probabilmente responsabili di qualcosa di importante per la vita della pianta. In questo senso bozzetti e strisce sono traccia del funzionare complessivo e lo sottintendono, consentendo di immaginare il tronchetto ancora senza foglie già ben organizzato al suo interno e predeterminato dalle sue stesse strutture e necessità. Come intervenire per “aiutarlo” a crescere porterà poi a discutere la relazione sistemica tra individuo e ambiente: si tratta di stimolare idee e modi di pensare ancora in embrione e svilupparli attraverso il lavoro futuro.

D'altra parte, le spiegazioni del vivere hanno spesso alla base una non esplicita esigenza di finalismo: talvolta guidata da analogie con sistemi “artificiali” costruiti dall'uomo per conseguire suoi scopi, talvolta generata da modelli di origine socio-morfa che tendono ad assegnare funzioni autonome ad ogni struttura trascurando le funzioni di coordinamento complessivo, sempre e continuamente soggiacenti. E sapere che la vita di un organismo si sviluppa secondo un “progetto genetico”, che si realizza nel tempo

attraverso l'articolazione di strutture e funzioni specifiche, porta spesso a dimenticare la necessità e gli effetti delle correlazioni e delle interazioni. Ma solo sullo sfondo di un faticoso processo cognitivo che porti a scoprire la dinamica dei controlli e dei coordinamenti che connettono le varie parti, queste possono poi essere considerate come "staccate" dall'insieme dell'individuo e identificate con ruoli specifici.

Si portano in classe degli animali: topini neri e topini grigi, "avanzo" di una esperienza di laboratorio fatta da chissà chi, chissà perché.

Si trova uno scatolone, si trova della segatura e i bambini guardano divertiti e incuriositi i nuovi arrivati. Guidati dall'insegnante, iniziano le osservazioni, i confronti; si puntualizzano domande a cui dare risposta. Chi sono? Come sono? Che fanno?

Ecco, fin dalle prime frasi dei bambini, gli spunti per districare e per fare emergere le differenze dei modi di guardare per "classi" o per "variabili" o per "sistemi": connessi con le esigenze di spiegarsi e di capire, di interpretare e di finalizzare quello che si vede a modelli già conosciuti, oppure a costruire nuovi schemi (di organismo, di comportamento, di funzioni) rispetto a cui elaborare ulteriori confronti.

Sono "topi" che assomigliano a "criceti" e hanno il muso da "volpe". Le esigenze di classificare consentono di trovare schemi-base su cui articolare differenze e parziali sovrapposizioni: tra uno schema noto, adatto a un criceto, e uno schema noto, adatto a un topo; mentre lo schema "volpe" serve da riferimento per dare un nome a un musetto più simile per forma a quello della volpe che a quello dei criceti. Ma chi, di questi bambini di borgata avrà mai visto una volpe?

### **I topi neri e i topi grigi: chi sono, che fanno?**

*Conversazione, III elementare, 125° circolo, Roma; ins. P. Mazzoli, D. Bianchi*

- Sono una specie di criceti.
- Assomiglia un po' al criceto, sì, però hanno la coda più lunga.
- Il topo è una specie di criceto, solo che ha la coda più lunga, e il muso più lungo, eppoi è più agile.
- Hanno il musetto come la volpe, e lungo.
- Quando li prendi per la coda si allungano.
- I topi mozzicano!
- Hanno i baffi, ma i baffi degli uomini non sono così: i topi li hanno diritti.
- I baffi servono per odorare, per levarsi le caccole, per grattarsi, per pulirsi il muso.
- Ai topi se gli tagli i baffi, muoiono.
- No, si arrabbiano!
- È come se gli rompi l'unghia.
- Se gli rompi l'unghia mica muoiono!
- Sembra che la coda è dura, fa impressione toccarla.
- La schiena è a montagna: quando cammina si allunga, e quella specie di montagna si leva.
- I neri sono più forastici, invece i grigi sono meno forastici...
- Il topo nero si agita di più del topo grigio, forse perché non sono abituati a stare dentro una vaschetta.
- I topi sono vivaci perché si muovono, e quello nero si muove tanto, invece quello grigio si muove poco.
- Quando stanno vedendo qualche cosa gli si alza la coda.
- Questi topolini si possono reggere su due piedi, si possono lavare anche il viso: si leccano la zampa e si puliscono con la zampa.

- Il mangime è uguale a un grissino.
- Le zampe sono quattro zampe, e le dita sono cinque.
- Quelli grigi sembrano un pochetto più paurosi, quelli neri non sono paurosi, sono un pochetto più coraggiosi.
- Il topo nero è riuscito ad uscire dalla scatola, invece i topi grigi sono meno coraggiosi.
- I neri e i grigi tentano tutti e due di scavalcare, soltanto che quello nero ci stava quasi per riuscire; invece quello grigio cerca di scappare da sotto.
- Quando tu li alzi dalla coda, si allungano tanto... questi topi mozzicano!
- Si comportano in un modo strano, cioè tremano, fanno ridere e sculettano.
- Questo comportamento è che loro si sporgono e si arrampicano sopra il bordo, si mette una parte in giù e cascano sopra la panca; ma non si fanno male.

Le differenze tra i topi che si hanno davanti e gli schemi evocati dalle impressioni iniziali appaiono via via più significativi: lo schema “criceto” viene definitivamente abbandonato, mentre quello “volpe” resterà sullo sfondo cognitivo, per riemergere, per esempio, in alcuni disegni. Comunque, esperienze precedenti di altri animali vivi, raffigurati o immaginati, hanno già sviluppato nei bambini uno schema che evoca il nome di “topo” in presenza dei nuovi arrivati e quindi consente loro di classificarli come “topi”. Certo bisogna giungere a costruire una molteplicità di schemi che correlino di volta in volta nomi definiti con forme definite: degli individui, delle parti, dei funzionamenti e dei comportamenti e integrare quindi più schemi per riempire di contenuti significativi il nome di classe. Ma, per adesso, non importa molto se il nome dato dai bambini e quello delle tassonomie ufficiali coincidono o no. Invece è importante cogliere, dietro la rigidità del nome, un abbozzo flessibile e incerto di conoscenza, che si precisa sempre meglio in base a successive e più accurate osservazioni. Lo stesso schema approssimativo e iniziale infatti, nel suo modificarsi e definirsi, invita a considerare come essenziali aspetti prima trascurati, seleziona e indirizza altre osservazioni, suggerisce altri gesti o esperimenti, interpreta indizi. Una volta definita la classe (e quella dei “topi” si suddivide immediatamente nelle due sottoclassi di topi-neri e topi-grigi: la differenza di colore è netta e inoltre ben correlata ad altre vistose differenze), si comincia a lavorare sistematicamente sugli individui per metterne in evidenza le caratteristiche e le variabili. Si osservano i comportamenti, oltre le forme e i colori: si osservano le aggressività e i coraggi... le intelligenze e i modi di scappare.

Le strategie di confronto si rivolgono insieme alle sottoclassi e agli individui, che vengono implicitamente “ordinati” attraverso il confronto delle variabili individuate: i più o i meno coraggiosi, i più e i meno forastici... i più e i meno veloci... Contemporaneamente, le osservazioni e le notazioni dei bambini continuano ad arricchire lo schema “topo” di caratteristiche comuni a tutti: l'andatura flessuosa, la struttura della coda, i modi di avere paura.

Al di là del momento di interesse iniziale, il lavoro può però svilupparsi nel tempo solo guidato dall'insegnante che aiuta a vedere, a confrontare, a pensare, a immaginare, a capire. Bisognerà allora allevare i topi per qualche tempo, vederli dormire e mangiare, crescere, ammalarsi, restare gravidi. Dal confronto tra “come erano” i topi quando

sono arrivati in classe e “come sono diventati” in seguito, i bambini, nello sforzo di ricordarne e di ricostruirne la storia, si accorgeranno dei cambiamenti, particolari o complessivi, che sono intervenuti nel tempo. Le “variabili” saranno sempre più chiaramente individuate e si cristallizzeranno in intrecci strutturati necessari ad organizzare quello che di significativo è *differente* fra gli individui o fra le sottoclassi, e quello che *cambia* nel tempo, sullo sfondo di quello che *resta lo stesso*, ed è *comune*.

Attraverso il parlare delle cose che si vedono e che si toccano, nascono idee e si coagulano ricordi: la “descrizione” stessa non è un compito facile perché bisogna trovare parole e analogie adatte a quello che si ha davanti, che magari non si è mai visto prima. Guardare un pezzo di fico d’India secco come “sistema”, cioè immaginare un possibile modo di vivere per la pianta di fico d’India fresca che poi si è seccata, comporta allora la ricerca (o l’invenzione) delle strutture necessarie e si trova un significato alla rete di vasi disposti sotto la “pelle” trasparente attraverso analogie con altri “sistemi circolatori” visti in altre occasioni, immaginandone la funzione di trasporto per una linfa che adesso non si vede ma di cui altre volte, forse, si è discusso o si è avuta esperienza.

### **La pala di fico d’India secca**

*Conversazione collettiva, III elementare, 125° circolo, Roma; ins. P. Mazzoli, D. Bianchi*

- È una coscia! Una coscia secca!
- È una cosa dell'albero.
- È come un coscia di vecchia.
- Quei fili che ci stanno dentro sono le vene.
- Ins - Le vene dell'albero o le vene della coscia?
- Sì, perché se l'albero non ha le vene, si secca! Serve quando esce la linfa, perché la linfa per loro è come il sangue.
- Quella in quelle vene lì è la linfa secca.
- Forse è un fico d’India, li ho visti in Calabria, ce ne stanno tanti!
- Questa coscia di ficodindia ha una forma a gamba.
- Senti quanto è leggero!
- La pelle è quasi trasparente.
- Quelle venette cominciano dalle radici e finiscono su alla cima.

In altre occasioni, oggetti biologici mai visti prima non riescono inizialmente ad evocare nei bambini uno schema coerente: per esempio quando abbiamo portato in classe i cordoni gelatinosi delle uova di rospo. In casi come questi, il nuovo viene accettato come tale e può costituire una sorta di nucleo di riferimento per successive esperienze. Oppure diventa esso stesso forma schematica, prototipo sotto cui far convergere altre osservazioni, ipotesi possibili, a volte immagini e ricordi.

### **Il cordone delle uova di rospo: cosa è?**

*Il elementare, 125° circolo, Roma; ins. P. Mazzoli, D. Bianchi*

- È una specie di serpente lungo d'acqua.
- È un bruco trasparente marino, è lungo e ha tante palline, forse saranno novanta, e quello trasparente sembra colla, le palline sono nere, sono strane, e poi fanno la fila per due.

- Sembrano delle uova di dentro, e intorno c'è il verde trasparente, e sembra che è una specie di animale che vive sott'acqua; le uova sono nere, e a me mi sembrano uova di un serpente che vive nel lago.
- È molto lungo e fuori è tutto verde, e dentro ci sono delle palline nere.
- Sono uova di serpente abbandonate.

Dopo pochi giorni i girini escono dall'involucro e i bambini descrivono e disegnano quello che è successo.

### **Come sono cambiate le uova**

- Le uova il primo giorno erano dentro a una cosa verde, poi il terzo giorno sono uscite e si sono abbianchite, ora sono un po' lunghetti e sono neri.
- Il primo giorno due gialli e due trasparenti, il terzo giorno ci sta un coso trasparente tutto bianco.
- Sembravano palline per giocare però il primo giorno stavano tutti dentro; ora sembrano pere e sono nere, e sono lunghe.
- Il primo giorno erano tutti tondi, il secondo giorno erano un po' a pallini e un po' a bastoncini.

La crescita e lo sviluppo dei girini, lo “spuntare” di nuove parti del corpo, come le zampe, sono marcati anche dal diverso nome (da uovo a girino a rana), ma il processo lento e continuo di cambiamento, nei giorni che si susseguono, si esprime attraverso le notazioni del variare delle variabili e di loro intrecci complessi: la lunghezza, la trasparenza, il colore, la forma, la posizione dei puntini nel tubo, la sua consistenza... il movimento. La descrizione del processo è caratterizzata da verbi che evocano lo svolgersi delle trasformazioni, modulata da avverbi di tempo e di modo.

Contemporaneamente si potrà cercare di rappresentare il variare delle variabili nel tempo, il variare correlato di più variabili, eventualmente avviando discorsi di causalità e di interpretazione biologica dei nuovi fatti.

In un contesto di lavoro e discussione in classe, protratto nel tempo, non sfugge all'attenzione né che alcune variabili sono correlate tra loro, né che alcune sono più adatte di altre ad indicare il cambiamento complessivo. Quello che già si sa in generale, per esempio sulla crescita, fa poi da guida alle aspettative e alle cose che si vedono succedere, che possono così venire interpretate come indizi, e caratteristiche, di questa particolare crescita.

### **La storia del girino**

*Chr-* Prima i girini stavano in un tubo trasparente e erano palline nere e dopo il tubo si spaccò e uscirono e dopo due mesi si cominciavano a muovere la coda e dopo tre mesi sempre più grandi e gli è spuntata la coda e la testa, dopo tanti mesi gli sono spuntate una zampa e dopo tanti mesi gli sono spuntate altre zampe e dopo un mese ci ha tutte e quattro le zampe.

*Mar-* La prima volta nel tubetto trasparente c'erano delle uova, nere, poi dopo quattro giorni Christian ha visto un uovo muoversi poi dopo un mesetto, quasi tutte le uova si muovevano, e dopo un mese e mezzo cominciavano a diventare quasi dei pesciolini piccoli, poi a poco a poco sono cresciuti e poi due o tre girini sono morti ammuffiti e dopo piano piano cominciarono a mettere qualche zampa, e poi a

poco a poco sono diventate quattro zampe e si chiamano girini, e ci sono dei girini più piccoli e certi più grandi, quelli più piccoli hanno la coda più piccola. Un giorno il maestro è andato a prendere l'erba e poi un altro giorno è andato a prendere l'acqua, poi i girini più grandi hanno la coda più lunga, gli occhi dei girini sono piccoli piccoli e sono bianchi, poi i girini sono già diventati quasi come le rane, poi i girini forse quando sono rane sono quasi quadrate, poi i girini sono quasi come un violino e hanno la coda un po' bianca e un po' nera.

Son- C'erano tante uova in un tubo poi le uova sono tutte uscite dal tubo poi sono diventati i girini e gli sono venute le branchie e hanno iniziato a nuotare e poi gli sono venute le zampe e dopo tante settimane gli sono venute altre zampe però con le dita e adesso sono quasi rane.

Moi- 1. Erano uova rotonde e stavano dentro un tubo trasparente e sembrava colla  
2. Christian ha trovato le branchie e erano un po' lunghe.

3. Avevano ancora le branchie e però erano più lunghe.

4. Avevano una coda però dentro aveva un'altra coda.

5. Aveva una testa grande e era molto grande e hanno anche 4 zampe.

Non tutti i girini crescono insieme: nel processo di metamorfosi, che si svolge più o meno con gli stessi tempi e gli stessi modi per tutti, ci sono i precoci e i ritardatari, tutti variazioni della stessa forma di girino. Anche se nel ricordo i bambini confondono i giorni con i mesi (e d'altra parte l'intero processo di metamorfosi ha accompagnato la vita della classe fino alle vacanze estive) la notazione periodica dei cambiamenti realizzata attraverso differenti mezzi espressivi ha insegnato cosa conviene guardare se si vuole vedere la crescita di un individuo e come conviene rappresentarla. Bisogna certo guardare la lunghezza, le dimensioni complessive, ma anche il cambiamento di forma e di proporzioni che magari si accompagna ad una diversa agilità, alla necessità di un diverso tipo di cibo, a un diverso modo di respirare... insomma tutto quello per cui un girino è un girino, e un rospo è un rospo, accorgendosi di quello che succede quando un girino si trasforma gradualmente in rospo. Il disegno di un pallino grande di seguito a un pallino piccolo indica che l'uovo si è gonfiato; se il pallino diventa una piccola pera vuol dire che l'uovo ha cambiato forma, che si è allungato... che adesso è un girino; la successiva crescita nelle tre dimensioni verrà rappresentata, per esempio, da figurine sempre più lunghe, allineate in uno spazio che rappresenta il tempo della crescita.

Il confronto finale tra i disegni schizzati volta per volta, e la discussione che ne segue, darà a tutti una idea schematica ma complessa della crescita e del cambiamento del girino, arricchita dalla notazione delle diverse parti che via via sono "spuntate". E in tutte le descrizioni-osservazioni dei bambini è proprio la ricchezza del linguaggio e delle rappresentazioni, unita alla necessità di inventare modi di disegnare successioni di spazi e tempi, di plasmare strane parole per esprimersi meglio, che sottintende l'attenzione posta a vedere quanto più si può di ogni individuo, a capire quello che è diverso da un individuo all'altro, quello che può variare nel corso dello sviluppo dello stesso individuo.

Lo stesso accade osservando la germinazione dei semi, lo sviluppo delle piante: la lunghezza può essere scelta come variabile più significativa per rappresentare, o simbolizzare, la crescita. Ma nello stesso piatto di lenticchie germinate si trovano

pianticelle più alte e meno alte (e le più alte, chissà perché, stanno in mezzo, le più basse ai bordi); come se ne trovano con più o meno foglie, con più o meno radici. All'interno di un processo di sviluppo comune, che si svolge con i tempi propri alla specie, le strutture dei sistemi individuali funzionano adeguando le loro esigenze alle strutture dell'ambiente esterno e a quelle determinate dalla presenza di altri individui simili; al tempo stesso si diversificano a seconda delle loro proprie caratteristiche e delle fluttuazioni casuali a cui è soggetta ogni dinamica complessa. Nell'interpretare e nel descrivere tutti questi processi, le variabili sono indispensabili sia come modi di guardare coerenti che permettono la rappresentazione del cambiamento sia come modi di guardare differenziati che permettono la rappresentazione della variabilità tra individui. (L'altezza, il peso, il numero di foglie... per specificare i *cambiamenti* nella crescita di una piantina; l'altezza, il peso, il numero di foglie... per specificare le *differenze* tra le piantine e le loro proprietà di gruppo, definite statisticamente).

In generale un elenco di proprietà, sia pure molto accurato, non può consentire di ricostruire uno schema con cui riconoscere un individuo. Tuttavia, anche fuori dell'ora di scienze, il divertimento dei "giochi a indovinare" è proprio questo: a partire da variabili che vengono progressivamente intrecciate si arriva a costruire una specie di rete, con cui andare a pescare l'individuo, o l'oggetto, che corrisponda il più esattamente possibile all'intreccio stesso.

Davanti a un animale strano, capitato per caso sul vetro della finestra, le osservazioni e descrizioni dei bambini mettono in evidenza come l'intreccio complessivo delle variabili configura un insieme di caratteristiche per cui si può infine dire che quell'insetto è una "mantide". Tuttavia ogni variabile può coinvolgere proporzioni e rapporti tra le diverse parti del corpo (la testa è piccola rispetto al torace e all'addome, e gli occhi sono piccolini rispetto alla testa... le zampe davanti sono più ciccione delle altre...); mentre gli aggettivi sono modulati e graduati (un po'... di più... sembra...) sia per descrivere le correlazioni reciproche, necessarie a determinare la forma complessiva della bestiolina, sia per accentuare le differenze rispetto a uno schema generale di insetto, che i bambini padroneggiano da tempo e che è necessario a caratterizzare, per analogie e per contrasti, lo strano animale che adesso vedono.

### **L'insetto che si vede sulla finestra**

*Il elementare, 125° circolo, Roma; ins. P. Mazzoli, D. Bianchi*

- È una mantide, è un po' grigia e un po' marrone, e aveva quattro zampe, e era un po' lunga e davanti ci ha una zampa un po' cicciona e le aveva lunghe, e ha un po' di peli alle zampe.

- Ha la testa piccola e ha le antenne nella testa e ci ha gli occhi piccolini piccolini e sono neri e era un po' marrone e aveva le mani davanti alla testa e la testa è un po' quadrata, e si stava arrampicando sul muro, e la testa è nera.

- La mantide ha quattro zampe e sotto ha una cosa lunga come una foglia, e ha le gambe lunghe e ha una testa, un po' la testa piatta e ha gli occhi neri, e sotto è un po' ciccotta.

- Si chiama mantide gelosa, ha le zampe lunghe e ha quattro zampe, è brutta e sopra la testa ha le corna però le punte si guardano, è marrone, gli occhi non si vedono per me è perché gli occhi ce li ha piccoli, sembra una lucertola e sembra molla.

- È marrone e ha degli occhi che sembrano delle palline marroni, e ci ha delle ali finissime e se la prendi con la carta non ti fa niente, e se la prendi con la mano nuda ti pizzica.

In classe, in una rudimentale incubatrice, sono state messe delle uova di gallina: i bambini ne aspettano con ansia la schiusa, segnando i giorni sul calendario. Il ventunesimo giorno si avvicina e intanto si discute su quello che, forse, è già successo dentro le uova; su quello che, forse, sta succedendo ora.

### **Lo sviluppo e il cambiamento: aspettando i pulcini**

*Conversazione e testi scritti, III elementare, 125° circolo, Roma; ins. P. Mazzoli, D. Bianchi*

Ins - Se oggi rompiamo un uovo, troviamo il tuorlo con la macchiolina gialla e se lo rompiamo tra venti giorni, troviamo un pulcino. Che cosa può succedere in questo tempo?

- Certo che se tu non lo metti sotto la chioccia o dentro l'incubatrice non nasce.

- E se ce lo metti, sì, nasce, ma devi aspettare venti giorni.

- Non so che succede, fino a quindici giorni un pochetto il pulcino si formerà.

Ins - E che vuol dire «si formerà»?

- Che piano piano sta venendo la forma del pulcino.

- Che deve aspettare a poco a poco che si forma, non può fare subito.

Ins - E che cosa sarà successo alle nostre uova in questi diciannove giorni?

- Per me, può nascere il pulcino; però si formano le zampe, la testa, le ali, il corpo: però si sta formando in questi giorni; dopo, si spacca tutto il guscio, e dopo esce il pulcino

- Per me questi diciannove giorni le uova piano piano si aprono e i pulcini escono fuori. E gli nascono i peletti gialli e puonno [possono] uscire fuori. Per far nascere il pulcino bisogna prendere le uova della chioccia e poi bisogna metterle sotto la chioccia e le devi tenere al caldo perché sennò i pulcini muoiono. E sotto la chioccia ci deve stare per venti giorni; prima del 20° giorno, cioè il 1° giorno ancora dentro l'uovo non c'è niente, poi al 19° giorno iniziano ad aprirsi e così al 20° giorno nascono, o al 19° giorno; e quando sono nati i pulcini non bisogna toccarli con le mani bagnate sennò si ammalano.

- All'inizio era un uovo normale, cioè: si poteva fare l'uovo, la frittata e il dolce. Poi appena appena è nato e cresciuto con i 19 giorni. Questo giorno c'è una spaccatura che il pulcino ha fatto.

- Io non lo so ma forse lo voglio vedere davanti agli occhi miei.

Dunque, “formarsi” vuol dire prendere gradualmente forma; alcuni bambini sono incerti se la nascita avviene con il primo prendere forma dentro l'uovo o quando il guscio si rompe. Guardando le uova “normali” non si può neanche immaginare come, dentro, ci si possa formare un pulcino. Il cambiamento è totale e sconvolgente, ma richiede condizioni precise: serve il caldo, serve l'aria, serve il “seme del gallo” (e chi sa i bambini come si immaginano questo seme, dopo tante esperienze di germinazione!)... serve il tempo. Man mano che l'uovo si trasforma, cose che prima non servivano diventano indispensabili, altre che prima servivano non si usano più o sono scomparse. Le venuzze all'interno del guscio, il sacchetto trasparente e insanguinato che vi resta dentro sono tracce di quello che è successo mentre, a partire dalla macchiolina gialla, il pulcino si formava e cominciava a funzionare, a vivere, da pulcino. Si guardano su

un libro fotografie e disegni dei diversi momenti dello sviluppo del pulcino nell'uovo: servono come guida per immaginare, sono stimolo a spiegazioni e a ipotesi per un processo "incredibile". Il pulcino si struttura nel tempo, attraverso un progressivo prendere forma delle varie parti, un progressivo attivarsi delle diverse funzioni: per i bambini è difficile credere che "quasi tutto" avviene nei primi due giorni di incubazione! Hanno bisogno di strutturare meglio, nel tempo, il cambiamento, hanno bisogno di graduarlo. E intanto cercano di immaginare come il pulcino diventa poco a poco adatto a un nuovo ambiente, in cui dovrà muoversi, pigolare, becchettare, crescere attraverso intricate relazioni tra diverse funzioni: nutrizione, respirazione, circolazione del sangue... escrezione. E si commentano le illustrazioni, confrontandole con l'immaginazione.

### **Nell'uovo**

*Moi* - 1. Il primo giorno c'era dentro solo un cosetto bianco.

2. Poi appoco appoco l'uovo, dentro, stava iniziando a crescere le vene.

3. Oggi è cresciuto ancora e le vene si diminuiscono appoco appoco.

4. Le vene si diminuiscono sempre di più e nasce un pezzo di testa.

5. Qui ormai il pulcino è quasi nato e le vene si diminuiscono sempre di più.

6. Qui ormai le vene sono scomparse e il pulcino si sta formando a pulcino.

7. Ormai il pulcino si sta girando per aprire l'uovo.

8. Ormai il pulcino è nato e sta rompendo l'uovo perché è cresciuto tutto bene.

9. Ormai il pulcino è nato completamente perché è uscito dall'uovo e il pulcino finalmente respira tutta l'aria.

*Ema* - 1. Il primo giorno il pulcino non dà segno di vita; però c'è un puntino che si chiama embrione e da quel puntino si svilupperà il pulcino.

2. Il secondo giorno il pulcino si incomincia a sviluppare e si forma la testa e le vene.

3. Il terzo giorno al pulcino incomincia a nascergli le zampe e il cervello.

4. Il decimo giorno gli nasce il cervello e gli occupa tutta la testa.

5. Il dodicesimo giorno il pulcino prende la sua forma naturale.

6. Il pulcino, dopo diciotto giorni gli si formano le piume, le zampe, il becco.

7. A ventuno giorni, adesso il pulcino esce.

*Chr* - 1. L'embrione a poco a poco si ingrandisce finché ci ha la forma di un girino.

2. E qui gli si sta formando le zampe.

3. Invece qui sta diventando pulcino.

4. Ancora più pulcino.

5. Invece gli si sono formate le piume.

6. Qui sta facendo vedere la testa.

7. Qui sta per uscire.

8. Qui è uscito e dopo un po' si alza in piedi.

Dopo la nascita il processo di crescita e cambiamento prosegue gradualmente: cambiano le diverse parti, cambia l'intero individuo. È un processo forse altrettanto misterioso, ma almeno si svolge, nel tempo, sotto gli occhi dei bambini. I pochi pulcini nati vengono, dopo qualche giorno, affidati a qualcuno che li porta a casa. Dopo un mese, ormai galletto, uno di loro viene riportato in classe. Le differenze sono enormi: e se invece fosse un altro pulcino? Permanenze e cambiamenti dell'individuo complesso sono ancora una volta espressi attraverso permanenze e cambiamenti di quelle variabili e di quelle relazioni tra variabili che permettono di confrontare i ricordi con

la realtà attuale: di notare i cambiamenti di proporzioni, e di forma, del pulcino-galletto... che è sempre Cipì.

### **Siamo sicuri che è Cipì?**

*Conversazioni e testi scritti*

- Si riconosce dal viso, che è un po' nero.
- Si vede dalle piume e dalle macchie.
- Il pulcino è molto cresciuto, e poi io sono sicura che è Cipì perché quando era piccolo aveva delle macchie sulla testa e ora che è cresciuto ce le ha. Questo significa che è proprio lui, Cipì.
- È cambiato perché prima non aveva sulla faccia tanti peli e ora ce li ha. Questo pulcino è un gallo, questo gallo ha le unghie, le unghie sono grigie. Al posto dei peli ci sono le ali. Sopra le ali ci sono come dei montarozzi.
- Prima era piccolo e adesso è diventato grande, il becco si è allungato perché prima era più piccolo, e le ali sono più grandi perché prima erano piccole.
- Lui non fa i voli come le galline ma fa i voletti.
- È cambiato tantissimo, quando era piccolo era tutto spelato, il pulcino.
- Tanto è cambiato, e si riconosce dalle macchie, dalla altezza, dalla lunghezza e da quanto è grande. La coda è cresciuta, pigola più di prima, ha il becco più lungo. Di altezza sarà 9 cm e di lunghezza non lo so. Ha le piume più colorate, ha le zampe più grosse, ha più peli di prima, è tutto colorato e spelacchiato e la pancia è curva, ha gli occhi neri. Quando mangia fa giù e su con la testa, e così si fa più grosso. Prima gli si era attaccato il mangime, cioè il suo cibo e lo ha beccato. Gira sempre la testa per vedere. Ha delle ali piccoline piccoline. Nella testa ha delle piccole righe nere. Il corpo ce lo ha mischiato con il marrone e con il nero. Si muove tanto tanto e mi rimbambisce con il suo pigolio. Corre da una parte all'altra e non sta fermo neanche un attimo. Certe volte ha fame e certe volte non ha fame. Quando ci avviciniamo ha paura. E quando noi ce ne andiamo sta poco poco fermo perché non ha più paura di noi. Noi quasi quasi non ce ne accorgiamo ma se stiamo attenti invece lo vediamo benissimo. È un po' carino e un po' bruttino.

## Capitolo 3

# La logica della misura

### 3.1. La logica del confronto

Abbiamo visto che una strategia per ricostruire cognitivamente differenze e cambiamenti delle strutture di realtà consiste nel selezionare modi di guardare e di operare che identificano in esse *proprietà variabili* ed analizzare così attraverso le *loro relazioni* configurazioni e andamenti, stati e trasformazioni, strutture e interazioni.

Per arrivare a gestire secondo questa strategia la complessità delle situazioni è necessario passare attraverso due livelli di competenza formale, distinti anche se correlati. Ad un primo livello, serve una chiara comprensione del modo in cui può essere identificata e controllata una singola variabile e la costruzione di questa padronanza passa anche attraverso capacità di schematizzare e semplificare (*ad hoc*) i sistemi che costituiscono di volta in volta lo sfondo su cui si individua la variabile considerata. Ad un secondo livello è possibile, una volta definite variabili singole (almeno due), studiare e rappresentare le relazioni che, all'interno del sistema o fenomeno considerato, vincolano le variabili stesse le une alle altre. Nel prossimo Capitolo 9 il problema della rappresentazione formale di singole variabili e delle loro relazioni verrà discusso in termini generali; in questo capitolo affronteremo invece un aspetto particolare, quello relativo alla *misura* di una singola variabile operativamente individuata.

La nozione stessa di variabile si basa sulla nostra capacità di adottare un criterio coerente per individuare e riconoscere in più situazioni un particolare aspetto che può essere diverso fra due situazioni o variare nel tempo in una stessa situazione e di stabilire confronti tra le situazioni stesse, dando valutazioni di *più o meno o uguale* secondo l'aspetto considerato. Alcuni confronti si stabiliscono anche solo percettivamente, "basta guardare" o con gesti opportuni, "basta soppesare". Quando non è possibile operare direttamente, ci si può servire di oggetti o di procedure che fungono da *intermediari* oppure di *strumenti* semplici, che indirettamente permettono di stabilire il più, il meno o l'uguale per la variabile confrontata. In ogni caso però la radice stessa di ogni possibilità e di ogni logica di confronto implica la presenza di due elementi: una *risposta percettiva*, anche automatica o istintiva, che varia abbastanza gradualmente e regolarmente in relazione ad un qualche aspetto di una situazione esterna che contemporaneamente varia; la *coscienza* esplicita della variazione di risposta interna, che deve poter essere correlata alla variazione di un qualche aspetto della situazione esterna. In generale possiamo dire che il *confronto* tra sistemi o fenomeni, definito operativamente<sup>1</sup>, *individua la variabile e al tempo stesso* la utilizza come criterio per *ordinare* tutte le *situazioni* in cui il confronto è possibile.

---

<sup>1</sup> Cioè definito, dopo una lunga esperienza, attraverso operazioni ben precisate, finalizzate a rendere possibili constatazioni non ambigue, reciprocamente coerenti anche in contesti diversi.

Per esempio, sappiamo confrontare direttamente la *lunghezza* individuata in una penna e in una matita; sappiamo confrontare attraverso uno spago la lunghezza di un bastone e quella di un cerchio; come sappiamo confrontare la lunghezza di un corridoio e quella di un rotolo di cavo elettrico. Per esempio, sappiamo confrontare direttamente la *pesantezza* di un'arancia e di una bambolina, prendendole in mano; sappiamo confrontare, usando un bilancino "a bracci uguali", la pesantezza di una sigaretta con quella di un fermaglio; oppure, attraverso una altalena "a bracci uguali", la pesantezza di un bambino grasso con quella di due bambini magri. Per esempio, sappiamo confrontare direttamente la *durezza* del vetro con quella del ferro (chi scalfisce chi); oppure indirettamente la durezza della cera con quelle del burro (chi dei due si lascia scalfire dall'unghia con meno sforzo). Per esempio, sappiamo confrontare direttamente l'*acutezza* del suono di due barre dello xilofono o di due corde di chitarra; come sappiamo confrontare direttamente la *luminosità* di due lampadine o la *chiarezza* di due grigi, e così via.

Per molte variabili è così possibile costruire direttamente ordinamenti sulla base di confronti ripetuti, anche non molto accurati, quando sono possibili valutazioni immediate di "molto più" o "molto meno". Ma il confronto può essere più o meno laborioso a seconda della complessità del sistema su cui si opera e dell'intreccio con altre della variabile considerata.

Da questi problemi nasce l'esigenza di trovare l'intermediario, o lo strumento, adatto: ma anche servirsi di un semplice spago come intermediario per confrontare lunghezze sottintendendo diverse operazioni cognitive e manuali. Bisogna individuare e dis-intrecciare la variabile unidimensionale lunghezza, quella che interessa caso per caso, dagli intrecci delle tante variabili spaziali che determinano la forma, a due e a tre dimensioni, dei sistemi da confrontare; bisogna trovare, per confronto diretto col primo sistema, una lunghezza equivalente sullo spago e confrontare questa con quella individuata nel secondo sistema.

Solo con uno spago come intermediario si può confrontare la lunghezza di un passo con il perimetro di un tronco d'albero o con la circonferenza di un pallone. Ma come si confronta l'acutezza di due suoni se i timbri sono molto diversi? Quale è la lunghezza di un uovo, come si può trovare la durezza della sabbia?...

Analogamente, mettere molti oggetti su uno stesso piatto di una bilancia vuol dire disintrecciare la variabile "peso complessivo" da tutte le altre caratteristiche degli oggetti stessi e confrontarla, attraverso la risposta dello strumento, col "peso complessivo" di altri oggetti.

### 3.2. Numeri e variabili

Per alcune variabili è possibile definire specifiche *operazioni di giustapposizione* di sistemi elementari a cui la variabile è riferita, costruendo così un *sistema composto*, in cui la variabile può essere identificata con gli stessi criteri usati per i sistemi singoli: *equivalente*, dal punto di vista della variabile, a tutti i sistemi componenti presi insieme. Queste operazioni, possibili per variabili come le lunghezze e i pesi, non sono possibili per variabili come l'acutezza dei suoni o la durezza dei materiali. E nemmeno ha senso

aspettarsi sempre che quello che accade nel “mettere insieme secondo una certa variabile” sia adeguatamente descritto da quello che accade “mettendo insieme” numeri interi. Infatti quello che vale per le lunghezze, lo spessore, il peso, e che ci si aspetta come ovvio sulla base di un lungo e inconscio condizionamento percettivo, può non valere per altre variabili, come la temperatura o la capacità di assorbire la luce. Si giunge così a riconoscere due grandi classi di variabili: sono chiamate genericamente *estensive* quelle per cui le regole di equivalenza-per-giustapposizione di sistemi identici (identici dal punto di vista della variabile!) sono rappresentate dalle regole di addizione dei numeri interi e i *sistemi identici che si giustappongono corrispondono alle unità* nel sistema dei numeri. Sono invece chiamate *intensive* le variabili per cui la descrizione con numeri interi della equivalenza-per-giustapposizione non si verifica, per ragioni che possono essere di volta in volta diverse, dando luogo a varie sottoclassi di variabili con comportamenti diversi dal punto di vista della corrispondenza numerica (cfr. il Capitolo 1, 1.13.).

Per esempio, si può dire che la lunghezza di un tavolo è equivalente alla lunghezza complessiva di una collana, di un laccio da scarpe e di una gomma, opportunamente messi l'uno in fila all'altro.

Per esempio, si possono considerare due sistemi A, equivalenti per spessore, e considerare un sistema B equivalente per spessore ai due sistemi A presi insieme (e l'operazione “mettere insieme per spessore” vuol dire mettere l'uno sull'altro i due sistemi con ben precisi criteri...). Si possono ancora considerare quattro sistemi A e confrontarli complessivamente per spessore con due sistemi B: sembra ovvio aspettarsi una nuova condizione di equivalenza tra i quattro A e i due B: l'operazione di mettere insieme per spessore corrisponde alla operazione di mettere insieme i numeri che la rappresentano. Per esempio, non è certo vero che mettendo insieme due litri di acqua a venti gradi ed altri due litri di acqua a trenta gradi si ottengono quattro litri di acqua a cinquanta gradi: la somma dei numeri di volume è significativa, quella dei numeri di temperatura non lo è.

Per esempio non è vero che due strati uguali di un certo materiale assorbono, complessivamente, il doppio della luce assorbita da ciascuno strato separatamente (se uno strato assorbe circa il 10% della luce totale, due strati ne assorbono non il 20% ma circa il 19%...; cinque strati ne assorbono il 41% e dieci strati non assorbono il 100% (cioè tutta la luce) ma circa il 75%).

### 3.3. Le variabili estensive

Dunque una variabile estensiva è una variabile che si può *misurare* in un senso ben preciso. La sua *specificazione in un sistema* può cioè essere sempre messa in corrispondenza, approssimata quanto si vuole, con un *numero intero*: questo numero corrisponde al *numero di volte* per cui si deve replicare un sistema scelto come *sistema-unità*, se si vuole ottenere un sistema complessivo approssimativamente *equivalente*, in termini della variabile considerata, a quello che si sta misurando.

Introdurre un criterio di misura per le variabili estensive significa quindi servirsi di operazioni di *discretizzazione*, per imporre ad una variabile riconosciuta come continua una struttura che abbia le stesse proprietà della struttura discreta dei numeri interi (che sia, cioè, ad essa isomorfa). Questo significa che tutte le operazioni che si fanno sui numeri interi (addizioni, sottrazioni, iterazioni per  $n$  volte, suddivisioni in  $n$  volte),

e tutte le proprietà di tali operazioni (proprietà associative, commutative, distributive etc.) devono valere per la variabile scelta *allo stesso modo* che per i numeri che la misurano. È ovvio però che nessun discreto può rappresentare perfettamente un continuo: quindi qualunque sistema di misura deve rappresentare attraverso uno stesso numero intero anche valori della variabile estensiva che, tramite confronti più raffinati, potranno essere riconosciuti diversi tra loro.

Comunque è importante ricordare che ogni misura di variabile estensiva è significativa in quanto è espressa attraverso numeri interi, eventualmente corrispondenti ad unità opportunamente piccole e che quindi ogni misura è sempre *approssimata*, rispetto alla determinazione numerica della variabile continua nel sistema a cui ci si riferisce. Si può scegliere il *sistema-unità* piccolo o grande quanto si vuole: con questa scelta si individua la scala o *l'ordine di grandezza*, nei cui confronti si ritengono significativi differenze e cambiamenti dei diversi sistemi rispetto alla variabile misurata.

Se per esempio si misura il percorso di una gara ciclistica in un numero intero di chilometri, non si considerano i centimetri o i metri che pure potrebbero essere rilevati con metodi opportuni; se si misura la lunghezza di un tavolo in centimetri, si è disposti ad approssimarla di qualche millimetro; le nostre dita sono sensibili a “scalini” di qualche centesimo di millimetro, che possono sfuggire anche a misure accurate con normali strumenti meccanici.

Per esempio le distanze stradali si misurano per comodità in numeri interi di chilometri; però quando si dice «tra km 2,712» in realtà si intende dire che ci si aspetta di trovare qualcosa a una distanza di duemilasettecentododici metri o meglio in un intervallo di distanza compreso tra 2711 e 2713 metri.

L'uso dei decimali corrisponde proprio alla possibilità di eseguire *dei salti di scala* o dei *cambiamenti nella scelta dell'unità*, confrontando i valori della variabile; corrisponde cioè alla possibilità di misurarla con differente *sensibilità*.

Con questi criteri, affermare che in un sistema la variabile estensiva considerata ha valore “zero” significa che non è possibile, replicando un numero qualunque di volte tale sistema, ottenere sistemi equivalenti che abbiano valori diversi da zero della variabile stessa. In questo senso, non è possibile individuare nell'esperienza comune oggetti con peso zero o con volume zero, anche se un granello di sabbia singolo pesa “quasi zero”. È possibile invece, per esempio, trovare materiale con costo praticamente zero e anche il costo è una variabile estensiva. Affermare che in un sistema la variabile ha valore “uno” significa invece individuare quel sistema come riferimento per qualunque operazione di confronto e misura con altri sistemi.

A partire da un dato *sistema unitario* diventa possibile ottenere una situazione descritta da un numero  $N$  in due modi: *replicando  $N$  volte* il sistema-unità ed individuando un sistema equivalente (multiplo) la cui misura risulta espressa dal numero  $N$  oppure *suddividendo  $N$  volte in parti uguali* il sistema-unità ed individuando un nuovo sistema-unità (sottomultiplo) rispetto a cui la misura del precedente sistema unità è espressa dal numero  $N$ . Le operazioni aritmetiche elementari di moltiplicazione e di frazione a

numeratore unitario corrispondono in altre parole ai *due criteri possibili per passare da una situazione di misura descritta dall'1 ad una descritta dall'N*.

Se  $N = 7$ , si cerca di trovare qualcosa che sia equivalente a sette volte l'unità e si opera attraverso la moltiplicazione  $1 \times 7$ ; si cerca di trovare qualcosa che replicato sette volte sia equivalente all'unità e si identifica la frazione  $1/7$ .

Ovviamente questo discorso implica una analisi accurata dei significati e della comprensione dell'aritmetica di base che qui non è possibile approfondire; vale la pena però di notarne un aspetto rilevante per il seguito della discussione. Il passaggio dall'1 all'N *attraverso la moltiplicazione* avviene mediante "replicazione secondo un criterio" (diverso da caso a caso): cioè implica un controllo puramente *locale* della variabile considerata. (È facile riportare, per esempio, il campione di lunghezza consecutivamente e in linea retta, finché non si arriva, contando in corrispondenza biunivoca con i gesti, al numero  $N$ ). Invece passare dall'1 all'N *attraverso la divisione* in parti uguali implica una strategia *globale* di costruzione di sottomultipli, assai più complessa da padroneggiare. (Quali sono, per esempio, le ricette operative per suddividere in 5 parti uguali un pezzo di spago, un disco di cartone, un bicchiere di aranciata...?). È importante accorgersi che il confronto fra sistemi secondo variabili estensive non è quasi mai agevole e richiede operazioni precise e talvolta complesse, spesso mediate da strumenti appositamente progettati.

Per esempio, la misura di una pesantezza per replicazione del campione unitario è molto poco sensibile se fatta a mano e richiede bilance a bracci uguali adeguate alla scala di pesi che interessano. Le bilance d'altro tipo, oggi di uso corrente, sono tutte "tarate" a partire da confronti con pesi campione, realizzati sulla base del funzionamento delle bilance a bracci uguali.

Per esempio, la misura di un volume (lo spazio occupato da un solido, lo spazio interno di un recipiente, lo spazio libero residuo in un recipiente che già contiene degli oggetti, in generale la misura dell'estensione di spazio a tre dimensioni) non si può eseguire direttamente replicando il sistema campione unitario *all'interno* del volume che si deve misurare. Si cercano allora sistemi equivalenti per volume a quelli da misurare e si sfruttano a questo scopo, per esempio, le proprietà fisiche dei liquidi (che possono sempre cambiare forma senza quasi cambiare volume) trovando così un metodo di misura coerente, efficace nelle situazioni più disparate. Lo spazio occupato da una mano, quello da occupare in una bottiglia, quello che rimane in un barattolo pieno di ghiaia possono essere resi ciascuno equivalente a un certo volume di acqua; questo, a sua volta, può essere confrontato con un volume campione (l'equivalente in acqua di una unità di volume).

Per esempio, la misura di una superficie si realizza in pratica attraverso operazioni di decomposizione, in parti di forma opportuna, che possano essere confrontate più facilmente con sistemi-unità di superficie.

In classe si possono facilmente svolgere attività che portino, per esempio, alla misura di lunghezze, volumi, superfici e pesi usando lo stesso sistema-unità per le quattro variabili (misurandole cioè tutte o in fagioli o in fermagli o in biglie, etc.). Si mettono così in evidenza le possibilità di individuare diverse variabili in uno stesso sistema-campione, usato come unità per i diversi tipi di misura.

### 3.4. Le variabili intensive; scale e trasduzioni

Una *variabile intensiva* non si può “misurare” nel senso detto, cioè attraverso operazioni di equivalenza tra il sistema considerato e un numero intero di sistemi-unità presi complessivamente. D'altra parte esistono diverse strategie per *assegnare numeri*, interi o non interi, anche ai diversi tipi di variabili intensive e i numeri così assegnati assumono di volta in volta significati diversi secondo il criterio scelto, cioè secondo la definizione operativa della variabile.

Per esempio si possono costruire *scale* in cui i numeri assumono significato di *ordine*: scale di durezza per i materiali, scale di intensità per i terremoti o per i moti ondosi, scale per i toni di colore o scale per i toni musicali. La strategia generale consiste nello scegliere un adeguato numero di *situazioni-campione*, nell'*ordinarle* dal più al meno per la variabile considerata e nell'*assegnare* loro numeri crescenti. Qualunque situazione in cui si vuole misurare la variabile viene allora considerata o praticamente identica a uno dei campioni o intermedia tra due campioni consecutivi. Non ha senso, in queste situazioni, assegnare un valore “zero” né stabilire multipli o sottomultipli dei valori-campione.

Un terremoto di grado 0 è un terremoto che non esiste; un terremoto di grado 10 non è “il doppio” di uno di grado 5, da nessun punto di vista, come non succede che due terremoti di grado 4 siano equivalenti a uno di grado 8; senza definire un nuovo campione, non ha senso parlare di un terremoto di grado 7,3. Si possono così facilmente costruire scale intersoggettive, ma comunque arbitrarie: di durezza, come di ruvidezza, come di acutezza di suoni. E i numeri delle carte smeriglio o i numeri che corrispondono alle note per “insegnare presto” la musica sono esempi di questa strategia per organizzare numericamente un certo tipo di variabili intensive.

Per esempio, si possono invece utilizzare fenomenologie di *trasduzione* in cui *cambiamenti* di una variabile intensiva, per esempio la temperatura del sistema che interessa, *corrispondono* sistematicamente a *cambiamenti* di una particolare variabile estensiva, per esempio del volume, e quindi della lunghezza, della colonnina di mercurio in un termometro. In questo modo si può *misurare il cambiamento* di temperatura, cioè assegnare al cambiamento stesso un valore numerico, misurando in opportune unità il corrispondente cambiamento di lunghezza della colonnina di mercurio.

Anche in questo caso la scala numerica viene definita in maniera arbitraria. Si può decidere, con Newton, di *chiamare zero* la temperatura dell'uomo sano e *uno* la temperatura dell'uccello che cova: segnando allora 0 e 1 in corrispondenza delle posizioni raggiunte dal mercurio nelle due situazioni, si definisce il cambiamento di lunghezza che corrisponde al *cambiamento-unità di temperatura*; si dice, con Newton, che fra la temperatura dell'uomo sano e la temperatura dell'uccello che cova c'è differenza di un “grado”. La *lunghezza equivalente a un grado* permette, attraverso la costruzione di multipli e sottomultipli, di assegnare un valore numerico alla temperatura di qualunque altra situazione in cui si possa usare quel termometro: esprimendo la misura di temperatura sempre attraverso il corrispondente cambiamento (o differenza) di lunghezza, rispetto alla situazione di riferimento a cui si assegna convenzionalmente

il valore 0. Così la temperatura dell'acqua che bolle è circa 16 “gradi” e la temperatura del ghiaccio che fonde circa - 9 “gradi” (9 “gradi” sotto 0).

Si può anche decidere, con Celsius, di *chiamare zero* la temperatura del ghiaccio che fonde e *cento* quella dell'acqua che bolle, assegnando il valore 100 alla *differenza* di lunghezza tra le due posizioni raggiunte dalla colonnina di mercurio nel tubo del termometro. Dividendo questo *intervallo* in 100 parti si ottiene la lunghezza che corrisponde al cambiamento di temperatura di una unità chiamata “grado centigrado”: lo stesso grado corrisponde ad una lunghezza diversa su termometri diversi, in quanto dipende da come è sottile il tubicino in cui il mercurio si dilata e da quanto mercurio è contenuto nel bulbo e da quanto il mercurio si dilata... Allora la temperatura dell'uomo sano vale circa 37 °C e quella dell'uccello che cova circa 41 °C.

Le misure di variabili intensive mediante sistemi di trasduzione fanno ormai parte della comune esperienza attraverso la tecnologia di uso quotidiano. Così la velocità di rotazione delle ruote dell'automobile è *convertita* in segnale elettrico, a sua volta *convertito* in rotazione o spostamento di un indice su una scala, tarata in chilometri all'ora; così l'intensità dei due canali di uno stereo è convertita in segnale elettrico, a sua volta convertito in spostamenti, discreti o continui, di indici luminosi o di lancette su un quadrante; così i cambiamenti di pressione e di umidità atmosferica vengono trasdotti in cambiamenti delle posizioni di un indice su barometri e igrometri ed eventualmente registrati come linee continue che ne rappresentano l'andamento nel tempo.

### 3.5. Trasduzione e linearità

La misura di variabili intensive trasdotte pone due problemi, uno legato alla scelta convenzionale delle scale usate e un secondo per così dire “di principio”: ambedue importanti dal punto di vista della comprensione, da parte di adulti e bambini, del significato stesso di “misurare”.

1) Definire una scala di misura è concettualmente abbastanza semplice, anche se poi la gestione numerica può sollevare problemi. Consideriamo l'esempio emblematico delle quote geografiche. Per definire una quota sono necessarie *quattro* operazioni:

- stabilire un *criterio fisico* per identificare la situazione di riferimento (per esempio il “livello del mare”);
- assegnare un *valore numerico* a tale situazione (per esempio “zero”);
- scegliere una *unità di misura* per le lunghezze (per esempio il “metro” o il “piede”);
- misurare in modo opportuno la *differenza di quota* (lunghezza orientata) fra il posto che interessa e la situazione di riferimento, usando l'unità scelta.

È chiaro allora che passare da quota positiva a quota negativa può implicare un cambiamento fisico drastico (si può sprofondare in mare) o quasi nessun cambiamento (si può scendere lungo il pendio di una “depressione”, per esempio quella del Mar Morto); è chiaro che per valutare numericamente i dislivelli complessivi tra quote positive e quote negative occorre saper controllare l'aritmetica dei numeri relativi; è chiaro che si potrebbero ottenere quote solo positive prendendo come “livello zero” la depressione più profonda osservata sulla crosta terrestre. Ed è facile trasferire tutto ciò in un modello con quote positive e negative che si possono

direttamente contare o misurare (per esempio i piani di una casa, o di un armadio...). Così è relativamente facile capire, *per analogia*, che il valore “zero” per la scala centigrada di temperatura è convenzionalmente legato al fenomeno fisico dello sciogliersi del ghiaccio, che potrebbe però essere descritto anche dal numero mille o meno nove e così via.

Ovviamente, si potrebbe -ma non è comodo- misurare le quote geografiche a partire dal “vero zero”, cioè dal centro della Terra; come si possono -ma non si fa correntemente- misurare le temperature a partire dal “vero zero”, quello che “più freddo non si può”. Ma non è il caso di discutere, qui, i complessi problemi che così si sollevano.

2) Una volta definito il *cambiamento di lunghezza* della colonnina di mercurio *che corrisponde al cambiamento di temperatura di un grado*, diventa automatico il modo di assegnare numeri alle temperature (misurare la temperatura) con il termometro dato. Però così facendo si suppone che un *cambiamento doppio, triplo... di lunghezza* (variabile osservata) corrisponda sempre a un *cambiamento doppio, triplo... di temperatura* (variabile trasdotta). Si suppone cioè che la temperatura esista come variabile autonoma e che *i cambiamenti di lunghezza e temperatura, nel sistema scelto come termometro, siano sempre proporzionali tra loro*: in altre parole che la variabile lunghezza (o volume) dipenda in modo *lineare* dalla variabile temperatura.

Nessuno, ovviamente, ci garantisce che sia proprio così.

Se costruissi un termometro con un materiale che praticamente non cambia volume al variare della temperatura, potrei concludere dalle misure che la temperatura del ghiaccio che fonde, quella dell'uomo sano e quella dell'acqua che bolle è circa la stessa; però avrei, contro questo risultato, l'evidenza percettiva diretta, che mi convincerebbe che sto usando un cattivo termometro. Se costruissi un termometro con un materiale che diminuisce di volume al crescere della temperatura, potrei concludere dalle misure che la temperatura del ghiaccio è maggiore di quella dell'acqua bollente: però avrei, contro questo risultato, le indicazioni dei termometri costruiti con la quasi totalità degli altri materiali conosciuti e di nuovo concluderei di avere sbagliato termometro. Se però costruissi un termometro con un materiale che per temperature più basse si dilata “molto” al variare della temperatura e si dilata “poco” a temperature più alte, potrei dire che la *differenza di temperatura* fra l'uomo sano e il ghiaccio che fonde è molto maggiore della *differenza di temperatura* fra l'acqua bollente e l'uomo sano ed entrare così in contraddizione con le indicazioni del termometro a mercurio. Però in questo caso sarebbe molto difficile decidere se è “sbagliato” il termometro a mercurio o quello costruito con altro materiale (ambedue sono costruiti in modo da indicare concordemente lo zero e i cento gradi, ma non sono d'accordo sulle letture intermedie) o se, eventualmente, sono sbagliati tutti e due.

(Naturalmente è bene imparare, comunque, a misurare le temperature con un termometro a mercurio, visto che qualcun altro ci garantisce che per molte situazioni “va più o meno bene”).

Siamo dunque, come dicevamo, davanti a un problema “di principio”: posto dal fatto che *la temperatura in sé non è misurabile* se non attraverso trasduzione; che *esistono al mondo*

*materiali diversi che si comportano in modi diversi* a temperature diverse, trasducendole diversamente e che nella nostra ricostruzione dei fatti *assumiamo* che la temperatura sia variabile causale (indipendente) e la lunghezza sia variabile dipendente, cambiando in modo lineare per ogni cambiamento di temperatura.

Si tratta di un problema abbastanza generale in quanto si ripropone per la misura di molte altre variabili, necessarie a organizzare l'esperienza quotidiana (oltre alla temperatura, la forza, la corrente elettrica, l'intensità luminosa, e così via).

Non si tratta però di un problema puramente “logico” o “matematico”, connesso cioè esclusivamente ai nostri modi sperimentati di ragionare; né puramente “empirico”, legato cioè a qualche difficoltà concreta superabile con opportune scelte. Si tratta del problema di come *adattare* coerentemente i nostri modi di ragionare (per esempio attraverso i numeri) ai modi di funzionare del mondo così come è: dopotutto, siamo noi che, servendoci della trasduzione, cerchiamo di “inventare” un criterio per assegnare numeri alle situazioni, così che un loro aspetto variabile (la temperatura) possa essere descritto in modo non contraddittorio in tutta la varietà delle esperienze possibili.

Il problema di definire una scala “universale” di temperature è comunemente affrontato sui manuali di Fisica: però è importante per tutti accorgersi che questo problema esiste, che è emblematico proprio in quanto coinvolge alla radice la possibilità di parlare in modo sistematico e formalizzato dei fatti naturali, che può essere affrontato solo attraverso uno studio coerente dei molti e diversi fenomeni che la variabile descrive, che si ripresenta di nuovo per ogni nuova grandezza da misurare.

### **3.6. Variabili complesse**

Molte variabili, intensive e estensive, che ci appaiono percettivamente come caratteristiche di oggetti o di sistemi o di materiali o di situazioni, possono essere identificate da relazioni definite tra altre variabili. Così peso e volume (variabili estensive) sono intrecciati da una operazione di rapporto, matematicamente identica ma con diverso significato fisico, a costruire variabili intensive come peso specifico e concentrazione; così attraverso spazio e tempo (variabili estensive) si costruiscono velocità e accelerazione (intensive); così diverse lunghezze (estensive) sono variamente intrecciate a costruire superfici e volumi (variabili estensive); così il rapporto tra forza (intensiva) e superficie (estensiva) definisce la pressione (intensiva); e così via. Proprio su questa possibilità di intrecciare variabili per costruire e rappresentare significativamente nuove variabili complesse si basa il lavoro di *formalizzazione* a cui il modo di guardare per variabili progressivamente conduce e che costituisce una delle più potenti chiavi che abbiamo a disposizione per individuare cognitivamente le strutture della realtà.

## Capitolo 4

# Stare in equilibrio: il galleggiamento

In questo e nel prossimo capitolo discuteremo situazioni semplici di equilibrio statico a partire da esempi di galleggiamento e di bilanciamento tra pesi.

Non verranno presentate sequenze particolareggiate di lavoro in classe perché, attraverso queste riflessioni, vorremmo soltanto sollecitare in chi legge una ricostruzione critica, consapevole e attenta, di aspetti di realtà che tutti comunque già conoscono e di cui tutti in numerose occasioni hanno già fatto esperienza.

Dunque, quanto segue non si vuole proporre come itinerario didattico: le attività necessarie per sviluppare con i ragazzi questi argomenti sono certamente assai articolate e complesse e variano con l'età e la situazione cognitiva in cui vengono realizzate. Vorremmo piuttosto esemplificare come il *modo di guardare* per sistemi e variabili possa guidare alla formalizzazione di aspetti definiti di realtà: in questo caso, alla schematizzazione e rappresentazione, attraverso equivalenze, uguaglianze e disuguaglianze, della fenomenologia di differenti specie di equilibrio.

Alcuni aspetti dei discorsi che seguono possono apparire molto semplici, altri più complicati: tuttavia per gli adulti che hanno la responsabilità di indirizzare i ragazzi, anche piccolissimi, alla costruzione di conoscenza è importante saper padroneggiare, almeno per grandi linee, le strutture logiche più o meno complesse dei problemi che via via si vanno affrontando. In primo luogo per saper vedere, ascoltare e interpretare quello che i ragazzi fanno, osservano e dicono, ma soprattutto per poter avviare quello che si fa e quello che si dice in direzioni efficaci nei confronti dello sviluppo cognitivo di lungo termine.

### 4.1. Galleggiare e andare a fondo: i sistemi liquidi

Esperienze di galleggiamento e spiegazioni del galleggiamento fanno parte da tempo del programma di educazione scientifica della scuola elementare e della scuola media. I «galleggiare o andare a fondo» provati sperimentalmente in classe con i bambini, a partire da oggetti e materiali disparati messi o buttati nell'acqua, possono essere inizialmente descritti e rappresentati con parole, con tabelle, con disegni. Si giunge così ad un insieme di regole empiriche, che gradualmente si organizzano in una o più «leggi» capaci di descrivere formalmente alcuni aspetti delle esperienze fatte e le loro generalizzazioni. Per però capire la «legge» (per esempio la legge di Archimede che si studia nella scuola media), bisogna capire perché le variabili scelte sono quelle «giuste» e perché la relazione che le lega è la relazione giusta: bisogna cioè saper descrivere il fenomeno del galleggiamento correlando variabili di un sistema (quello che galleggia o no) a variabili di un altro sistema (il mezzo in cui si galleggia); bisogna saper giudicare se e perché le descrizioni formali e non formali a cui di volta in volta si arriva sono o no soddisfacenti.

Dunque, galleggiare è una forma di relazione tra sistemi, ma per vedere se qualcosa galleggia o no bisogna che anche altre relazioni tra sistemi siano soddisfatte.

Per esempio non si parla di galleggiamento di un solido su un altro solido, anche se si vede che l'uno sta appoggiato sopra l'altro: perché è sempre possibile fare in modo, o immaginare, che l'altro stia appoggiato sopra l'uno (a parte le rotture!). Per esempio non si parla di galleggiamento se appoggiamo un oggetto su un mucchio di farina che si schiaccia e cambia forma o quando, camminando, affondiamo più o meno nella sabbia o nella neve e così via.

Prendiamo allora, per cominciare due *liquidi*, per cui la *quantità* è una variabile *continua* e cerchiamo le condizioni adatte per vedere il galleggiamento dell'uno sull'altro. Ci vuole un sistema-recipiente, supporto indispensabile allo svolgersi dell'esperienza. I recipienti possono essere alti e stretti, larghi e bassi, piccoli o grandi: non è cosa banale, soprattutto per i bambini, arrivare a capire che il recipiente è necessario, ma che la sua forma e la sua capacità influenzano lo svolgersi del fenomeno e l'esito degli esperimenti solo per quello che riguarda i cambiamenti di livello del liquido. Ci vogliono sistemi-liquidi, ma i liquidi non devono, per esempio, essere miscibili tra loro, non devono essere solubili l'uno nell'altro e devono essere, in buona approssimazione fenomenologica, omogenei, cioè non formati da miscugli di sostanze che si separino facilmente.

Per esempio, non si può vedere bene se il caffè galleggia nel latte (anche se il latte è un'emulsione di sostanze diverse, può essere considerato omogeneo perché non si separa rapidamente nei suoi componenti); né se il vino galleggia sull'acqua, mentre il detersivo nell'acqua da principio sembra andare a fondo, ma poi gradualmente diffonde e si mescola. Si vede chiaramente che il latte va a fondo nell'olio; a volte si vede dell'acqua colorata restare a galla su un'acqua molto zuccherata. Si può, per esempio, vedere cosa succede mettendo insieme olio d'oliva e alcool, vernice e acqua, olio e acqua... e anche vernice, acqua, olio e alcool: disponendoli però nel recipiente in un certo ordine, e con particolari cautele, dato che l'olio può essere solubile nella vernice, l'alcool è solubile nell'acqua, a volte nella vernice... etc. Ma si può anche vedere se un liquido galleggia su un altro chiudendolo prima in un sottile sacchetto di plastica (senza aria dentro!).

Guardiamo dunque come si comportano reciprocamente due liquidi non miscibili: è lo stesso versare acqua nell'olio o olio nell'acqua? Cosa si vede se si prova a farlo? Mentre si versa o se si agita la miscela con un cucchiaino, certo si vedranno bolle di olio e di acqua (e magari anche di aria!) che si muovono disordinatamente nel recipiente, ma più o meno presto si raggiunge una situazione di *equilibrio* e sempre, alla fine, quando più niente si muove, si vedrà uno strato di olio galleggiare sull'acqua. Questa osservazione può servire a dare una prima definizione di equilibrio statico tra liquidi e a definire anche le azioni-operazioni che convenzionalmente si ritengono necessarie per poter constatare, e affermare, che un liquido galleggia su un altro.

Si può cioè accettare per convenzione che “andare a fondo” implichi anche “tornare sul fondo, dopo che qualcuno ha spostato o mescolato i sistemi; che “andare a galla” implichi che qualcosa messa sul fondo o sotto la superficie del liquido, “torni a galla”, rimanendovi in una forma di equilibrio definita. All'equilibrio di solito i liquidi si dispongono in strato uniforme l'uno sull'altro, come l'olio sull'acqua, ma una goccia

d'olio che non “riesce a distendersi abbastanza sulla superficie assume sull'acqua la forma di un disco e vi galleggia come un pezzetto di sughero, mentre una goccia di petrolio si può spargere su tutta la superficie del recipiente.

Senza troppa difficoltà questa “definizione operativa” del galleggiare data per i liquidi non miscibili può poi essere estesa al caso in cui uno dei due sistemi sia un liquido e l'altro un solido. Infatti mescolando per esempio materiale-legno (intero, a pezzi, in briciole) con materiale-acqua, è facile vedere e dire che il legno va a galla e che, analogamente, il materiale-acqua va a fondo. I solidi che galleggiano, proprio in quanto oggetti-di-materiale-solido, hanno una loro forma che resta costante (in prima approssimazione) e non possono, come i liquidi che galleggiano, distendersi uniformemente al di sopra della superficie dei liquidi che fenomenologicamente li “sorreggono”. Qualunque oggetto di legno va a galla nell'acqua, *sale verso* la superficie, ma non *sta* completamente *sopra* la superficie e rimane parzialmente immerso in una configurazione caratteristica. L'esperienza di far galleggiare e di veder galleggiare oggetti è assai comune nella vita di ogni giorno e in classe, ma probabilmente non è la più semplice da capire e da organizzare cognitivamente attraverso reti di relazioni tra proprietà dei sistemi.

Bisogna infatti tener conto contemporaneamente delle variabili di galleggiamento per l'oggetto intero, per le sue parti emersa e immersa, per la quantità spostata del liquido: durante l'immergersi e infine nella posizione di equilibrio.

Dunque, una coppia di sistemi che si trovano in una situazione di reciproco *equilibrio di galleggiamento* rispondono alle sollecitazioni esterne che tendono a squilibrarli tornando “spontaneamente” nella situazione originaria o in una equivalente: anche dopo aver agitato o scosso il recipiente l'alcool tornerà a disporsi sull'olio, l'olio sull'acqua, il legno a galla e il ferro a fondo.

## **4.2. A galla e a fondo: modi per classificare e per ordinare**

Continuiamo a “leggere” l'esperienza del galleggiamento come relazione tra sistemi: si vede che la situazione di equilibrio che si stabilisce tra due liquidi *non dipende* dalle rispettive quantità, né assolute né relative. Anche una sola goccia d'acqua va a fondo in grandi quantità d'olio o, viceversa, tutto l'olio di un bicchiere galleggia su poca acqua che ne ricopre il fondo. D'altra parte ci sono aspettative su quello che succede e modi di descrivere i fatti, spesso guidati da percezioni immediate: si dice, perché si vede, che un cucchiaino d'olio viene a galla o galleggia sull'acqua di un bicchiere, ma non si dice che un bicchier d'acqua va a fondo in un pochino d'olio; sembra evidente, e si dice, che in uno strato sottile d'acqua un pezzo di legno non può galleggiare... perché subito tocca sul fondo.

Galleggiare (o andare a fondo) è dunque una *caratteristica della relazione tra i materiali* di due sistemi. Perciò è sempre possibile *classificare* i materiali, liquidi e solidi, facendone due classi: quelli che galleggiano e quelli che non galleggiano su un liquido definito preso come riferimento. Analogamente è possibile *classificare* liquidi diversi come adatti -o disadatti- a far galleggiare un certo materiale (solido o liquido) preso come riferimento.

Ovviamente uno stesso oggetto in liquidi diversi può stare a galla più o meno immerso e si possono ordinare dal più al meno secondo questo criterio i liquidi che lo «tengono a galla». Ovviamente oggetti diversi possono anche andare a fondo più o meno rapidamente in uno stesso liquido ed i bambini spesso esprimono questa percezione di velocità come un «andare a fondo di più». Questa seconda fenomenologia richiede, per essere spiegata, l'intervento di altre variabili, come p. es. forma o viscosità, che con la densità e con il galleggiare possono essere variamente correlate. L'olio, più viscoso dell'acqua, galleggia sull'acqua, ma un sasso va a fondo -e una bolla d'aria va a galla- più velocemente nell'acqua che nell'olio. Riferendosi alla definizione data «andare a galla dal fondo/andare a fondo una volta immersi sotto la superficie» si vede però che, per gli oggetti che vanno a fondo, non è possibile andare a fondo “più o meno” in un determinato liquido e non è possibile quindi mettere su base percettiva delle relazioni d'ordine tra liquidi -o tra oggetti- nei confronti dell'andare a fondo.

È possibile, cominciando a sperimentare con materiali *liquidi* e attraverso i necessari processi di astrazione, vedere il galleggiare-su-qualcosa come un fenomeno rappresentato da una *relazione transitiva*. Se l'acqua galleggia sulla vernice, se l'olio galleggia sull'acqua, se l'alcool galleggia sull'olio... allora certamente l'alcool “deve” galleggiare sulla vernice, se l'alcool e la vernice non sono miscibili. Per questa via è quindi possibile *ordinare* materiali liquidi che galleggiano l'uno in relazione all'altro ed è sempre possibile trovare, o immaginare di trovare, qualcosa che abbia caratteristiche intermedie fra due liquidi dati, qualcosa per esempio che vada a fondo nell'alcool e galleggi sull'olio.

In questo ordinamento si possono includere, attraverso un modo di guardare meno immediato e necessariamente astratto, anche materiali solidi: siccome non è possibile fare galleggiare un solido su un solido o un liquido su un solido, bisogna pensare che il materiale solido A “galleggerebbe” sul materiale solido B se vi fosse, se si potesse trovare, un liquido tale che B vi affondi e A vi galleggi, cioè tale da occupare una posizione intermedia tra A e B nella relazione d'ordine.

Ora, sappiamo che le relazioni d'ordine e le corrispondenti relazioni di transitività caratterizzano la logica del confronto secondo una variabile: quale variabile potrebbe essere confrontata, in una coppia di sistemi, per prevedere il reciproco galleggiamento? E quale intreccio di quali variabili potrebbe determinare, per i diversi liquidi, *una* singola variabile secondo cui *ordinarli* in modo che galleggino l'uno sull'altro, in modo che ogni liquido divida tutti gli altri in due *classi*, l'una di quelli che vi galleggiano, l'altra di quelli che vi affondano? In altre parole, vogliamo vedere se c'è qualcosa di comune in qualsiasi quantità di olio, in relazione a qualsiasi quantità di acqua, che consente all'olio di restare a galla sull'acqua; se c'è qualcosa di comune in qualsiasi quantità di alcool in relazione a qualsiasi quantità di olio che consente all'alcool di galleggiare sull'olio; se c'è un modo comune di guardare le due situazioni e di metterle in relazione fra loro.

Che la sola quantità, in particolare che il solo peso, non basti a descrivere causalmente il fenomeno del galleggiare appare evidente dalla curiosa esperienza di uno straterello di acqua che “sostiene” un assai maggiore peso di olio. Così sembra ovvio fin dall'inizio che «la pesantezza c'entra ma non c'entra il peso totale»: è a partire da questa

contraddizione che si può far evolvere cognitivamente, con i bambini, una nozione intuitiva di “pesantezza specifica”, originariamente basata su esperienze percettive. Essa rappresenta un primo nucleo di consapevolezza intorno al quale, nel corso del lavoro, si potrà costruire il concetto di “peso specifico” come variabile significativa per il galleggiamento.

Tuttavia, anche se l’evidenza percettiva lo suggerisce in modo implicito, non è facile acquisire cognitivamente il fatto che il galleggiare non dipende dalle rispettive quantità dei sistemi in gioco ma, piuttosto, dal confronto secondo una *nuova variabile*, individuata, per ciascun sistema, attraverso una relazione tra due variabili che lo caratterizzano. I sistemi potranno poi essere ordinati secondo la nuova variabile e classificati, per esempio, in chi galleggia e chi non galleggia in un certo liquido, attraverso confronti fra valori definiti della variabile stessa. Il fatto che il galleggiamento non dipenda dalle quantità di materiale mostra poi che deve trattarsi di una variabile intensiva e non estensiva.

Individuare questa variabile intreccio-di-variabili che caratterizza ogni materiale e che permette di mettere in relazione materiali diversi, risulta cognitivamente complesso: infatti si tratta di selezionare due variabili -peso e volume- ciascuna adatta a descrivere in modo diverso una quantità definita di ogni singolo materiale e metterne in evidenza la particolare relazione -il loro rapporto- che definisce il materiale stesso indipendentemente dalla sua quantità.

### 4.3. Una variabile per spiegare

Le spiegazioni più comuni che i bambini propongono a partire dalle loro esperienze di galleggiamento tendono inizialmente a concentrarsi sulle proprietà intrinseche di un solo materiale, trascurando le proprietà dell’altro che assume quasi un ruolo di sfondo e assai difficilmente considerano una possibile relazione tra i due:

- Galleggia perché è leggero.
- Galleggia perché è olio.
- Galleggia perché l’acqua ha la forza di reggerlo.

Il primo di questi tentativi, spiegare il galleggiamento in termini di leggero e pesante, fa già riferimento a una ricerca di variabili che certamente si basa su implicite di percezione, di esperienza e di discorso, ma che deve essere accortamente guidata e arricchita. In questo contesto, “leggero” non si riferisce infatti al peso di un dato oggetto o di una data quantità di materiale, ma ad una imprecisata “leggerezza” o “pesantezza”, specifica del materiale e non dell’oggetto.

L’altro approccio cerca di servirsi di una logica di classi che guarda per intreccio, cioè per configurazione di molte variabili insieme e all’intreccio che determina l’“essere olio” è essenziale anche il “galleggiare sull’acqua”. Per questa via non si arriva facilmente ad individuare le singole variabili implicate nel fenomeno.

Il terzo, infine, cerca di cogliere una relazione tra i due sistemi, ma non riesce ad individuare relazione più significativa di quella secondo cui «l’olio da solo cadrebbe fino al fondo: se c’è l’acqua l’olio resta su, quindi l’acqua ha la forza di tenerlo». In questo modo si suppone che l’acqua possa fare quello che fa un qualunque solido e si

assimila il suo comportamento a quello di un supporto che sostiene un oggetto pesante. Invece non è così: l'interazione fra liquidi non segue le stesse regole dell'interazione fra solidi ed è importante correlare queste differenze, anche nelle situazioni più comuni, alle complesse fenomenologie del “fare forza” (cfr. anche il § 4.5). Linguaggio e percezione sono naturalmente sovrapposti nei vari tipi di spiegazione: si *chiama* “pesante” quello che va a fondo e si può avere esperienza percettiva che «il più pesante è quello che va giù prima» nello stesso liquido. D'altra parte, l'esperienza variata di sorreggere o sollevare oggetti, anche recipienti pieni di liquidi diversi, costruisce importanti evidenze per quella “pesantezza specifica” che gradualmente si impone come variabile significativa e che lega insieme l'essere pesanti e l'occupare un certo spazio o avere un certo volume.

Proprio la complessità della sensazione corporea di pesantezza specifica, a cui contribuiscono diversi canali percettivi, al tempo stesso sollecita e rende difficile il disintreccio e l'esplicitazione cognitiva e verbale delle *due* variabili che “logicamente” ne sono la base (non basta dire «è di più»...). Infatti spesso la percezione del peso totale, in cui l'intero corpo è coinvolto nello sforzo del sollevare, si raccorda con difficoltà alla percezione visiva abituata a vedere direttamente le forme e le dimensioni, ma a stimare indirettamente il volume degli oggetti e, attraverso inferenze, il loro peso. Si ha una precisa sensazione di avere sbagliato quando si afferra un bottiglione di vetro scuro pensandolo pieno ed invece è vuoto o viceversa. Dunque la “pesantezza specifica”, abbastanza evidente alla percezione, deve essere ricostruita razionalmente come “variabile giusta”. Il primo passo in questa direzione avviene attraverso l'analisi, e la corrispondente sensazione fisica, delle differenze di peso di quantità di materiali diversi uguali per volume o delle differenze di volume di quantità di materiali diversi uguali per peso. Bisogna cioè imparare a *guardare* i volumi o gli spazi occupati dalle singole cose che pesano, *in relazione* al loro peso: ad accorgersi e a dire, per esempio, che stesse quantità in volume (una bottiglia) di olio e di acqua hanno peso diverso. (Anche da questo punto di vista è una buona strategia iniziare a riflettere sul galleggiare fra liquidi). E si può lavorare sui multipli e trovare i *pesi dei volumi* doppi o tripli o quadrupli... e si possono fare previsioni sui *volumi dei pesi* doppi o tripli o quadrupli. Si possono così guidare i ragazzi, attraverso esperienze organizzate, a intravedere la struttura logica secondo cui per ogni liquido a volume maggiore *corrisponde* sempre peso maggiore e a rendersi conto che peso e volume *cambiano* insieme e in maniera *proporzionale*. In questo lavoro le possibilità di rappresentare previsioni e situazioni, esperienze e spiegazioni, sono molto diverse e variano a seconda delle esigenze di chiarezza e dell'età dei bambini. Si possono usare, di volta in volta, tabelle e disegni, descrizioni a voce o scritte, numeri e proporzioni.

#### 4.4. Costruendo la proporzione

Confrontiamo due quantità,  $A$  e  $B$ , dello *stesso liquido* (quelle di una tazza e di una bottiglia, di un fiasco e di una damigiana...): guardandole *per* peso  $[P]$  e *per* volume  $[V]$  dovremo considerare quattro termini variabili  $[V_A, P_A, V_B, P_B]$  legati alle quantità  $A$  e  $B$ . Esistono due diversi modi di stabilire il confronto.

Secondo quello che spesso è il più “naturale” e immediato anche per i bambini, a un confronto tra pesi (se  $A$  pesa tre volte  $B$ ) si fa corrispondere un confronto fra volumi (allora il volume di  $A$  è tre volte il volume di  $B$ ) o viceversa. La *proporzione* tra grandezze *omogenee* si può scrivere in parole o in simboli:

\* di quanto (tre volte) il peso di  $A$  è più grande del peso di  $B$ , di altrettanto il volume di  $A$  è più grande del volume di  $B$ .

\*  $P_A : P_B = V_A : V_B$  (= 3 volte).

Il suo significato caratterizza sempre il confronto tra due specifiche quantità scelte; il valore del rapporto varia confrontando quantità diverse (se  $A$  è 10 volte  $B$ , se  $A$  è  $1/3$  volte  $B$ ...) e non dipende dalla scelta delle unità di misura per pesi e volumi, che devono solo essere le stesse per  $A$  e per  $B$ . (All’inizio è più facile accorgersi che con *una* bottiglia di vino si riempiono più o meno *tre* tazze, che accorgersi che il rapporto tra circa 750 centimetri cubi e circa 250 centimetri cubi è circa uguale a tre).

Perché questo modo di organizzare la proporzione è il più “naturale”? Proprio per il fatto che l’omogeneità delle variabili che si confrontano permette di ridurre tutti i rapporti (fra pesi, fra volumi) ad un unico significato: quello, completamente generale, di *volte*, su cui si basa la formalizzazione aritmetica elementare.

Ma si può anche “vedere”, e scrivere, una proporzione di tipo completamente diverso:

\* i numeri che rappresentano le misure di peso e di volume in due quantità diverse  $A$  e  $B$  hanno sempre lo stesso rapporto.

\*  $P_A : V_A = P_B : V_B$  (= uno stesso numero di “chili al litro”).

In questo caso il significato della proporzione porta ad individuare una precisa caratteristica del liquido, che non varia al variare della quantità, ma si tratta di un rapporto tra grandezze *non omogenee* e il suo valore numerico dipende da ambedue le unità di misura scelte: «è un numero con due nomi» come dicono talvolta i bambini. (Allora, può essere conveniente scegliere le unità convenzionali per i pesi e per i volumi).

Si è così sostanzialmente “costruita”, attraverso il rapporto  $P/V$ , una nuova *variabile complessa* (invariante per ogni quantità di uno stesso liquido, e quindi caratteristica del liquido; variabile al variare del liquido), che prende il nome di *peso specifico* e che corrisponde molto bene alla nozione intuitiva di “pesantezza specifica”: se il peso specifico è più grande, c’è più peso a parità di volume; se il peso specifico è minore, c’è più volume a parità di peso.

Potrebbe sembrare, ad una riflessione superficiale, che i due tipi di proporzione individuati siano cognitivamente equivalenti, come lo sono matematicamente, anche se associati a significati diversi. Dopotutto si tratta, in ogni caso, di capire o no i rapporti fra numeri, o le frazioni. Dopotutto se la prima proporzione è vera, se ne deduce algebricamente la seconda e viceversa: non vale la pena di farla tanto lunga... Dopotutto, può essere diseducativo dire che due espressioni matematicamente equivalenti abbiano significato diverso. Eppure le difficoltà cognitive e operative connesse alla individuazione della variabile “peso specifico” sono ben maggiori di quelle relative alla costruzione di strutture di proporzionalità fra grandezze omogenee: in corrispondenza ad un profondo cambiamento nella semantica della proporzione,

pur restando identica la sua sintassi. Proporzioni omogenee possono infatti essere costruite e interpretate anche operando solo con numeri interi e con un esclusivo significato di “volte”: il peso specifico richiede invece la comprensione della struttura del “rapporto” in quanto tale. Solo se la si vede come costruzione di una nuova variabile, l’operazione altrimenti assurda di “dividere” un peso per un volume acquista un significato fisico: al di fuori della pura relazione numerica, oltre i significati di “ripartizione” e “contenenza” comunemente attribuiti all’operazione di “dividere per”. La differenza tra Aristotele e Galileo, tra scienza antica e scienza moderna, si è giocata proprio su problemi semantici di questo tipo.

Il rapporto  $P/V$  è dunque una variabile: infatti, fissata una situazione (un certo liquido, per esempio olio) e le unità con cui misurare  $P$  e  $V$ , è possibile rappresentarla univocamente con un numero:

$(P/V)$  olio = 0,92 kg/litro = peso specifico dell’olio.

$(P/V)$  acqua = 1 kg/litro = peso specifico dell’acqua.

In linea di principio una variabile così costruita può assumere con continuità, al variare del materiale, tutti i valori fra zero e infinito: ad ogni possibile liquido corrisponde cioè un valore numerico del peso specifico e attraverso il confronto di questi valori è possibile ordinare liquidi diversi. La relazione di galleggiamento tra liquidi corrisponde allora alla loro posizione reciproca in tale ordinamento e può essere espressa attraverso relazioni di *disuguaglianza* riferite al peso specifico. Per esempio, 10 litri di alcool pesano 7,9 kg; 1/2 litro di olio di oliva pesa 0,46 kg; il peso specifico dell’olio (0,46 kg/0,5 litri = 0,92 kg/litro) è maggiore di quello dell’alcool (7,9 kg/10 litri = 0,79 kg/litro); quindi 10 litri di alcool galleggiano su 0,5 litri di olio, l’alcool galleggia sull’olio.

#### 4.5. Pesi con un volume, volumi con un peso

È divertente provare a gettare nell’acqua un bel cubo di legno, dopo aver chiesto ai bambini di immaginare e di descrivere tutto quello che secondo loro potrà succedere. Certo, il cubo prima andrà un po’ a fondo; poi, come con un rimbalzo, tornerà a galla e si metterà ad oscillare sul pelo dell’acqua, fino a fermarsi in una posizione ben strana. Chi sa se qualche bambino riuscirà a farlo mettere dritto! È proprio impossibile: ogni volta che lo si appoggia nell’acqua su una delle sue facce, anche con la maggior delicatezza del mondo, immediatamente il cubo si gira e si rimette a galleggiare “per punta”. Se si prova con un cilindro di legno, si metterà “per lungo”; se si prova con un disco di legno, si metterà “di piatto” (ma allora, quando è che un cilindro smette di essere un cilindro e diventa un disco?...). Con i pezzi delle costruzioni di legno, dipende...: alcuni galleggiano su una faccia, altri sullo spigolo, altri fanno come il cubo. In ogni caso, se gli oggetti galleggiano si metteranno in una posizione di equilibrio ben precisa, che dipende non solo dal loro materiale ma anche dalla loro forma o, eventualmente, in posizioni fra loro equivalenti. (Anche i cubetti di ghiaccio galleggiano per punta; anche la ciambelle salvagente non galleggiano mai “in piedi”, ma possono galleggiare sull’una o sull’altra faccia). Così, oltre all’equilibrio che l’oggetto raggiunge andando a galla, c’è un secondo equilibrio che esso raggiunge mettendosi in una certa posizione e a tutti e due ritorna se ne è stato allontanato.

È importante portare i bambini ad accorgersi fin dall'inizio di queste evidenze e avviare con loro la ricerca di spiegazioni. A parte la varietà dei percorsi cognitivi possibili a seconda dell'età, è utile poter sempre interpretare il galleggiamento nel suo complesso da un punto di vista sistemico, su cui basare i procedimenti di misura e la costruzione di singole variabili, le attività e le discussioni da sviluppare.

Se gli oggetti solidi galleggiano, sono dunque sempre in parte immersi nell'acqua, chi più chi meno rispetto al loro volume totale. Mentre si immergono, il livello dell'acqua nel recipiente sale: quando più quando meno, a volte in maniera impercettibile, a seconda del volume immerso dell'oggetto e della estensione della superficie liquida. Infatti, mentre un oggetto entra nell'acqua ne occupa gradualmente lo spazio e perciò gradualmente il livello dell'acqua nel recipiente "deve" salire: questo è vero sia per gli oggetti grandi che per quelli piccoli, sia per quelli pesanti che per quelli leggeri, sia per quelli che galleggiano che per quelli che vanno a fondo. Il livello dell'acqua *non si vede salire* se l'oggetto galleggia nel mare o in un recipiente molto esteso; *non sale* più quando l'oggetto, completamente immerso, sta andando a fondo o comunque si muove dentro l'acqua oppure il livello *sale e scende*, oscillando in opposizione all'oggetto, mentre questo "rimbalza" intorno alla sua posizione di galleggiamento e così via. (Vale la pena soffermarsi a osservare bene fenomeni di questo tipo e imparare a dirne le caratteristiche!).

In un oggetto fermo che galleggia si può distinguere, e considerare separatamente, la parte (A) del suo volume che sta sotto il pelo dell'acqua, e quella (B) che sta sopra (cfr. figura 1). Pensiamo adesso a un altro recipiente uguale, con l'acqua allo stesso livello ma senza nessun oggetto che vi galleggi: possiamo considerarvi un volume A' di acqua che abbia la stessa forma e la stessa posizione di A, cioè della parte immersa dell'oggetto nel primo recipiente. È ovvio che l'acqua che complessivamente circonda il volume A' lo equilibra perfettamente, cioè in pratica ne sorregge il peso qualunque sia la sua forma, in quanto gli impedisce di andare a fondo; siccome nel primo recipiente l'acqua che circonda la parte immersa A non può "sapere" che questa appartiene a un oggetto, certamente *si comporta* nei confronti di A *come* l'acqua del secondo recipiente si comporta nei confronti di A'. Dunque, l'acqua può "sorreggere" un peso complessivo uguale al peso di A' e se l'oggetto galleggia significa che il peso *complessivo* delle sue parti A (immersa) e B (emersa) è uguale al peso di A', cioè al peso dell'acqua che corrisponde alla sola parte immersa A del suo volume.

È importante analizzare bene questo modo di guardare e di ragionare sistemico, che conduce alla "legge di Archimede" come *descrizione coerente* di molte situazioni di equilibrio nell'acqua. È un modo di guardare e ragionare che, però, deve essere sviluppato e affinato gradualmente, basato come è su una strategia del "come se" (nessuno potrà mai concretamente separare la parte A dell'oggetto; -se lo si fa, l'oggetto si suddividerà ancora in una parte emersa e in una parte immersa- e tanto meno la parte A' dell'acqua); è facile individuare cose da fare che possano chiarire e consolidare questa strategia sistemica, vedendone diversi aspetti e implicazioni.

Si impara con l'esperienza che ogni oggetto per galleggiare ha bisogno di una *profondità minima* di liquido, appena maggiore di quella della sua parte immersa A: allora ogni

oggetto galleggerà, trovando all'equilibrio una sua "posizione naturale", in un modo che non dipende dalla profondità totale del liquido. Si può immaginare infatti che qualsiasi profondità di liquido sosterrà sempre allo stesso modo uno stesso volume A (parte immersa di uno stesso oggetto), corrispondente ad uno stesso volume A' del

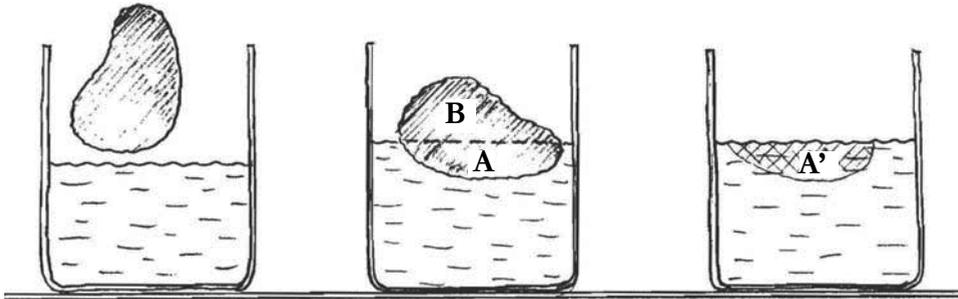


Fig. 1 Il peso totale dell'oggetto è uguale al peso dell'acqua in A'.

liquido. Ma che il modo di galleggiare (il «potere sostenitore dell'acqua», come dicono i bambini) non dipenda dalla profondità contrasta di fatto con l'intuizione immediata. Tutto questo è però vero quando, in un «lago» abbastanza largo, il livello dell'acqua praticamente non si alza mentre un oggetto si immerge (cfr. figura 2a). Ma se poca acqua è contenuta in un recipiente abbastanza stretto, magari appena poco più largo dell'oggetto stesso, è possibile che l'oggetto galleggi anche se lo spessore *iniziale* di acqua è inferiore alla profondità minima necessaria (cfr. figura 2b): proprio perché la parte dell'oggetto che si immerge ne fa salire il livello. La variabile "profondità minima

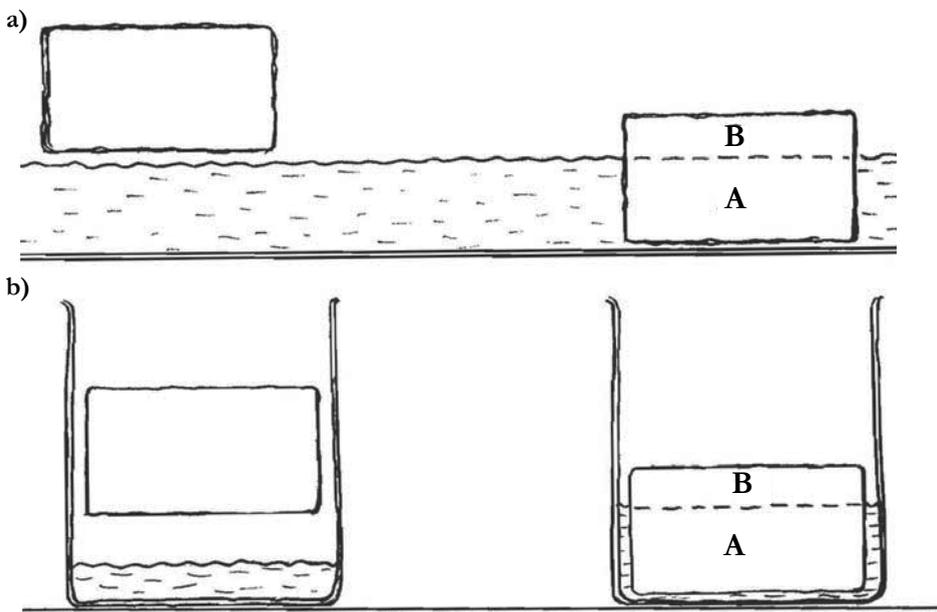


Fig. 2 Galleggiare appena, in un «lago» poco profondo, b) Galleggiare appena, in un recipiente stretto.

dell'acqua" diventa significativa per prevedere il galleggiamento solo quando i diversi sistemi (recipiente, acqua, oggetto) sono determinati concretamente.

È importante che i bambini, confrontando e discutendo situazioni come quelle schematizzate in figura 3, si rendano conto che il "potere sostenitore" dell'acqua corrisponde sempre ad un innalzamento del livello che *compensa* l'immersersi dell'oggetto. Infatti solo in questo modo si possono vedere differenze qualitative tra un "galleggiare sull'acqua" e un "essere sostenuto da una spugna". In entrambi i casi un oggetto che galleggia, appoggiato delicatamente sulla superficie libera dell'acqua o della spugna, si ferma in equilibrio: immerso in parte nell'acqua la fa salire di livello; adagiato sulla spugna, la schiaccia un poco. Se si spinge ancora l'oggetto verso il basso, si sente una contropinta, una "resistenza" dell'acqua che sale ancora o della spugna che si schiaccia di più: una resistenza crescente che "cerca" di impedire all'oggetto di andare più in basso. Si può così dire che l'oggetto è "sorretto" sia dall'acqua che dalla spugna: se si smette di spingerlo, o di tenerlo, esso torna immediatamente alla sua posizione

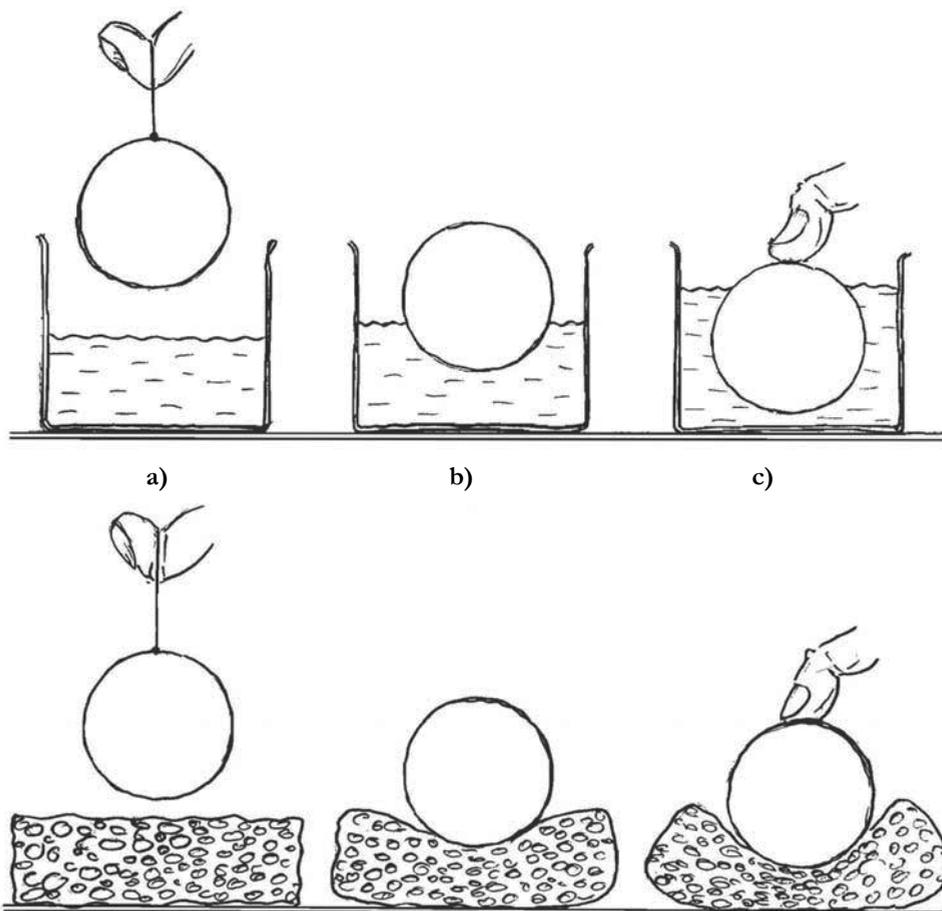


Fig. 3 a) Sospeso, b) Libero, in equilibrio, e) Spinto in basso.

di equilibrio. Bisogna notare sia come un “sorreggere” corrisponde a uno “spingere verso l’alto”, sia che le due modalità sono diverse e coinvolgono processi fisici diversi. Una scodella (una “barca”) galleggia nell’acqua quando il volume  $A'$  pesa quanto la scodella (cfr. figura 4a) e l’acqua ovviamente “non si accorge” se la scodella sia vuota o piena. Se si fa un buco nel fondo, l’acqua entra dentro, ma “non si accorge” di stare dentro o fuori la scodella stessa. Si arriva quindi ad una situazione in cui la parte  $A'$  di acqua diventa quella che corrisponde al solo spessore delle pareti: se la scodella è di legno, galleggerà anche bucata, anche “piena” d’acqua (e il livello sarà lo stesso sia dentro che fuori la scodella) (cfr. figura 4b); se la scodella è di ferro, andrà a fondo. I bambini dicono spesso che «l’acqua che entra dal buco fa appesantire la barca, gli fa peso sopra, la schiaccia giù, la fa andare a fondo...»: ma questo è vero solo quando la scodella non è bucata (cfr. figura 4c). A volte i bambini dicono che anche quando si fa un buco su una tavoletta di legno o di sughero questa andrà a fondo perché «l’acqua sale su dal buco, copre la tavoletta e la schiaccia giù»: ma allora perché le ciambelle salvagente non vanno a fondo?! Perché un buco piccolo fa affondare e un buco grande tiene a galla?!

E l’eterno problema del «perché le barche galleggiano anche se sono di ferro», e del «perché poi vanno a fondo se ci viene un buco», può e deve essere affrontato da un punto di vista sistemico: sia sperimentalmente, sia imparando a ragionare “come se”. Da tutti questi esempi, e da molti altri possibili, si vede quanto è importante saper guardare separatamente i pesi e i volumi parziali degli oggetti e i livelli dell’acqua e saper “astrarre” dagli oggetti la forma che determina il galleggiamento, talvolta differente dalla loro naturale forma d’uso.

Immergendo lentamente un oggetto nell’acqua, aumenta gradualmente il volume immerso  $A$  e il livello si alza: l’acqua esercita quindi una “spinta verso l’alto” sempre maggiore, uguale, momento per momento, al peso dell’acqua “spostata” da  $A$  (sostanzialmente, fatta salire). Se questa spinta arriva a equilibrare il peso dell’oggetto *prima* che esso sia completamente immerso, cioè se il peso specifico dell’oggetto è minore del peso specifico dell’acqua, l’oggetto galleggia. Se invece il peso dell’oggetto è maggiore del peso dell’acqua spostata da *tutto* il suo volume, cioè se il suo peso specifico è maggiore di quello dell’acqua, l’oggetto va a fondo.

Un oggetto immerso nell’acqua sembra comunque più leggero: infatti il suo “peso apparente” nell’acqua è ora uguale al suo peso effettivo diminuito del peso dell’acqua spostata dal suo volume. E il peso apparente non cambia al cambiare della profondità: basta, ancora una volta, ripetere il ragionamento su  $A'$ , anche se spesso i bambini (e gli adulti) pensano il contrario, forse guidati da poco attente interpretazioni dell’esperienza, o da associazioni improprie (tutta quell’acqua lì sopra, che schiaccia...).

La variazione del “peso apparente” di un oggetto che gradualmente viene immerso nell’acqua può essere messa facilmente in evidenza, sia dal punto di vista percettivo che da quello quantitativo ed è importante farlo, se si vuole che i bambini capiscano. Se si sostiene con un filo, ad occhi chiusi, un oggetto pesante e lo si immerge pian piano nell’acqua, *si sente* molto bene la diminuzione progressiva del peso apparente: fino a sentire “peso zero” se l’oggetto galleggia appoggiato sull’acqua; fino a sentire un valore

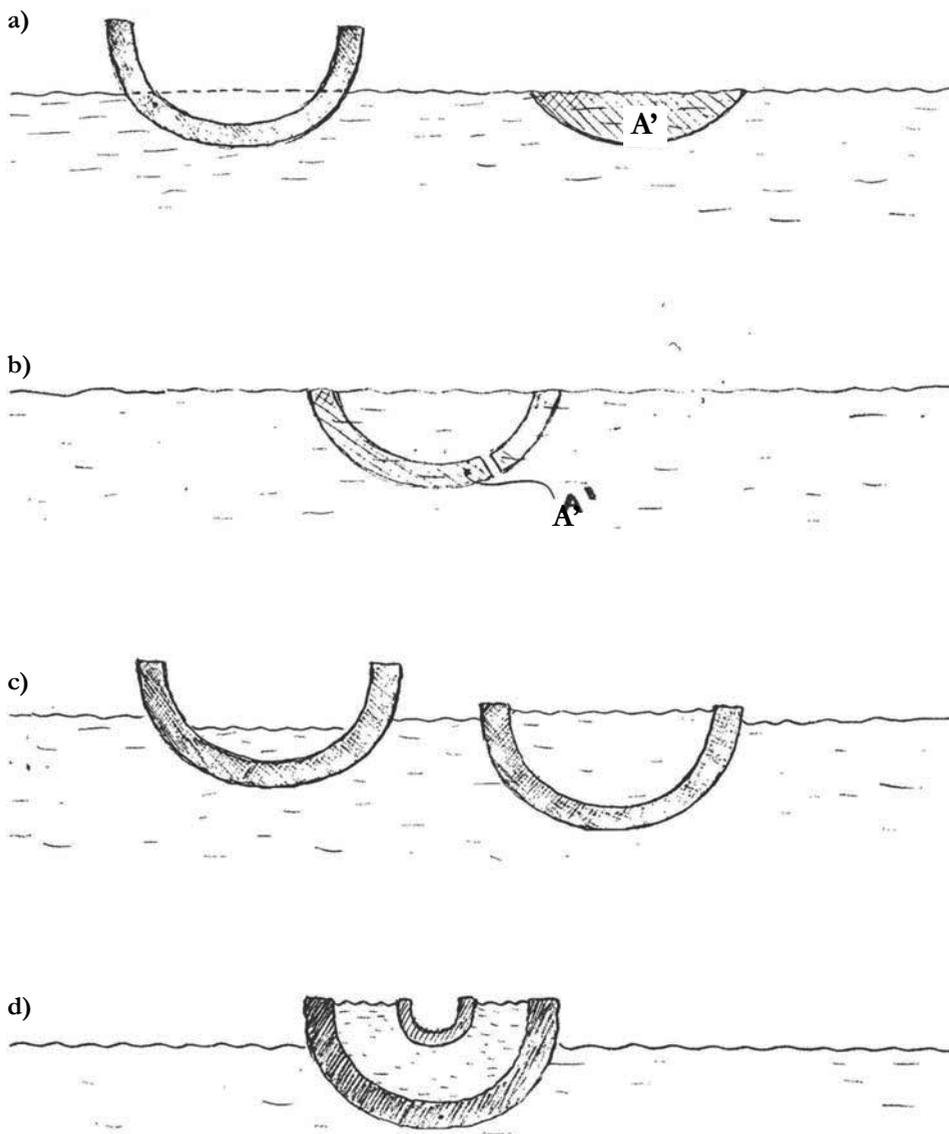


Fig. 4 Una scodella di legno che galleggia (a) galleggia anche se bucata (b), e anche se appesantita con acqua (c) Come si potrebbe ottenere una situazione come quella in (d)?

costante, più piccolo di quello originario, una volta che l'oggetto, tutto immerso, continua a scendere verso il fondo. Se l'oggetto è appeso a un elastico, si vede molto bene che l'elastico si accorcia durante l'immersione, mentre la sua lunghezza rimane costante una volta che l'oggetto è completamente immerso nell'acqua o che galleggia. Se l'elastico è sostituito da una molla, tarata in unità di peso, l'esperienza può diventare quantitativa: si può infatti confrontare il peso apparente letto sulla molla con il volume -o con il peso- dell'acqua spostata, se questa viene raccolta dopo averla fatta traboccare dal recipiente (cfr. figura 5).

#### 4.6. Un modello a contrappesi

Per concludere, può valer la pena di fare corrispondere al modo sistemico di guardare il galleggiamento un *modello mentale*, utile a capirne meglio vari aspetti; utile anche ad affrontare, in modo coerente, i movimenti dell'andare a galla e dell'andare a fondo e le considerazioni sull'energia che coinvolgono equilibrio e movimento.

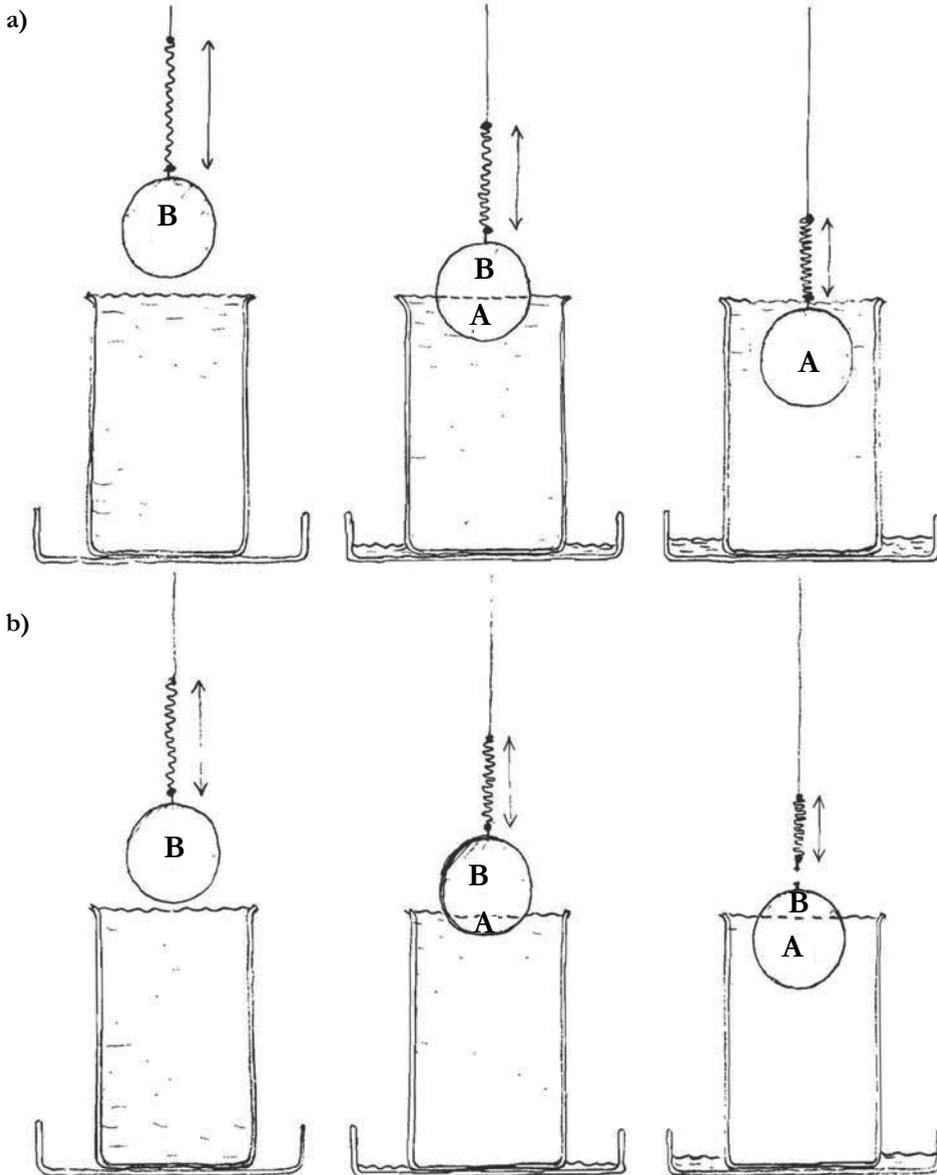


Fig. 5 a) L'oggetto va a fondo, b) L'oggetto galleggia. (La molla è la stessa in tutte le situazioni; le sue differenti lunghezze sono significative).

In sostanza, abbiamo visto che l'acqua "deve" spingere l'oggetto verso l'alto, in pratica sottraendo al peso dell'oggetto una quantità che corrisponde al peso dell'acqua da esso spostata: l'aspetto un po' paradossale della situazione è che l'acqua stessa «spinge in su perché anch'essa pesa, cioè perché anch'essa è tirata verso giù». Tutto dunque *va come se* ad una carrucola ben scorrevole fossero appesi con un filo sottile da un lato il peso costante dell'oggetto, dall'altro il peso crescente dell'acqua, che in in ogni istante l'oggetto sposta con il suo volume immerso (cfr. figura 6); bisogna ricordare che se il filo non pesa, quando i pesi sono uguali, la carrucola è in equilibrio qualunque sia la loro posizione.

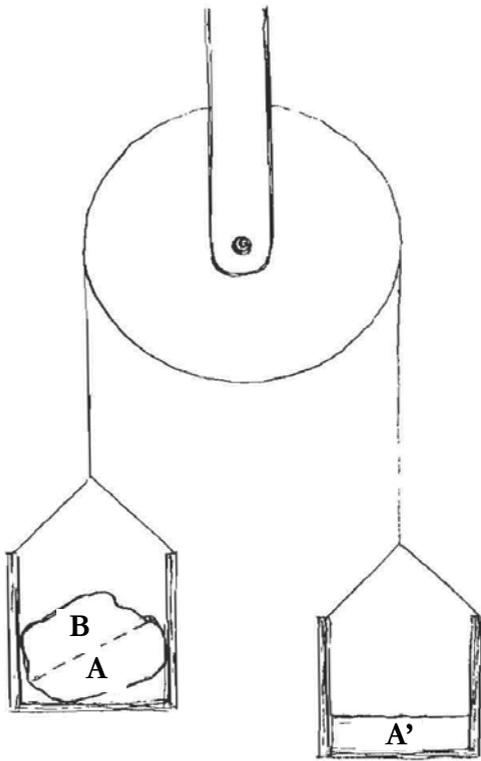


Fig. 6 In ogni momento, mentre l'oggetto affonda, il volume di A è uguale al volume di A'; la carrucola è in equilibrio quando il peso di A' è uguale al peso di A + B.

sostanza riuscire a vedere la relazione complessa tra sistema-acqua, sistema-oggetto e sistema-recipiente e quindi riuscire a dare significato al ragionare per variabili. Non si tratta soltanto di imparare a calcolare numericamente per gli oggetti il "peso specifico come rapporto tra peso e volume"; è necessario costruire contemporaneamente un modo di "guardare per peso" che permetta di dissociare il peso dell'oggetto dalla sua forma e dal suo volume e di considerarlo in relazione al peso dell'acqua spostata; un modo di "guardare per volume" che consenta di considerare il volume dell'acqua spostata e la variazione del livello nel recipiente, come

In questo modo è possibile, confrontandosi con il modello, ripercorrere e rianalizzare il ragionamento già fatto sull'aumento graduale del peso dell'acqua spostata durante l'immersione e le sue conseguenze. Contemporaneamente dovrebbe risultare chiaro sia durante l'immersione parziale sia durante l'andare a fondo, che ad ogni spostamento verso il basso dell'oggetto corrisponde uno spostamento verso l'alto di un adeguato volume di acqua. L'acqua che si sposta, inizialmente, fa salire il livello della superficie libera ed il livello resta costante durante l'andare a fondo, quando l'immersione è completa e l'acqua (al di sotto del livello) non fa che sostituirsi all'oggetto, mano a mano che questo scende verso il basso. Viceversa accade con un oggetto che viene a galla.

In ogni caso, affrontare con ragionamenti di tipo sistemico i fenomeni di galleggiamento vuol dire in

corrispondenti al volume immerso dell'oggetto. In questo modo risulta subito evidente che un oggetto più pesante della quantità d'acqua che corrisponde al suo volume totale non può che andare a fondo, in acqua e che potrebbe galleggiare solo in un liquido in cui il volume spostato dalla parte immersa fosse pesante almeno come l'oggetto intero. A parità di volume spostato dall'oggetto, la spinta verso l'alto esercitata da un liquido è proporzionale al suo peso specifico: acquista quindi senso l'ordinamento di materiali diversi, liquidi e solidi, in base alla variabile complessa peso specifico, come criterio per discriminare e per valutare le loro possibilità di galleggiamento in un liquido dato.

#### **4.7. I giochi del galleggiamento: come cominciare**

Una volta fatto, da adulti e fra adulti, un discorso così schematicamente semplice sul galleggiare e sulle sue regole, potrebbe sembrare altrettanto semplice la sua traduzione didattica. In realtà si sa bene che non è così: bisogna lavorare a lungo per poter arrivare, magari verso la fine della scuola media, a capire veramente come vanno le cose secondo gli schemi di relazione fra variabili e sistemi che abbiamo appena discusso (cfr. anche il Capitolo 9). Nel corso di un lavoro graduale, che può eventualmente prolungarsi nei mesi e negli anni, è importante soffermarsi su interpretazioni parziali delle così comuni e così sfuggenti fenomenologie del galleggiare.

In un certo senso l'efficacia delle poche e semplici regole generali può essere capita e padroneggiata meglio se si è passati attraverso la costruzione di tante regole particolari, valide per determinati aspetti di quello che succede in determinati contesti. Proprio per mettere in evidenza la complessità dei percorsi che ogni itinerario cognitivo deve prepararsi a coprire, accenniamo adesso rapidamente ad alcuni modi in cui un discorso sulle regole del galleggiare può essere avviato.

Davanti a un mucchio di oggetti "strani" e a una vaschetta piena d'acqua, dunque, si comincia a giocare in classe e a fare le previsioni su «cosa andrà a fondo e cosa andrà a galla». La ricchezza delle esperienze personali a cui i bambini fanno riferimento è spesso guida sicura per sapere quello che può succedere: anche senza toccare gli oggetti si sa (o si crede di sapere) che quello, e quell'altro, e quell'altro ancora andranno a fondo, mentre questi andranno a galla. Si discutono fin dall'inizio non solo le caratteristiche e il comportamento degli oggetti, ma anche, in relazione ad esse, le caratteristiche e il comportamento dell'acqua.

Così come dicono degli oggetti che sono duri, pesanti, lisci, appuntiti, i bambini piccoli dicono dell'acqua che è liscia, morbida, leggera, pesante, trasparente, dura, che bagna, che entra dentro gli oggetti, che li tiene dentro di sé, che li spinge a galla, che fa forza. I bambini più grandi hanno imparato a intrecciare alcune di queste proprietà in una unica caratteristica, quando dicono che «l'acqua è liquida»: e che *perciò* in acqua si può galleggiare o andare a fondo e che *perciò* l'acqua assume sempre la forma del recipiente che la contiene, dimenticando talvolta di vedere che la sua forma è anche determinata dalle forme degli oggetti che essa stessa contiene o che il suo livello sale quando ci si mette qualche cosa dentro sia che affondi sia che galleggi.

## La mano nell'acqua

*Discussioni in classe, Il elementare; Scuola Elementare "Fratelli Bandiera", Roma; ins. A. Manzi (anno 1977-78)*

I bambini sono tutti intorno a un grosso cilindro trasparente, pieno d'acqua; immersa nel cilindro, che fa da lente, la mano appare ingrandita.

*Ins* - Che succede se infilo la mano ancora più giù?

- Che manona! Esce l'acqua.
- Perché la mano occupa dell'acqua e l'acqua sale: la tua mano occupa spazio
- È come se ci mettessi dell'altra acqua e allora esce e si riempie di più.

*Ins* - Ma io non spingo in su l'acqua, io spingo in giù la mano e l'acqua viene su.

- Se tu metti la mano occupi il posto all'acqua, perché l'acqua aveva quel posto lì,
- Se tu metti la mano, le rubi il posto e l'acqua va più su.
- È come se ci buttassi dei pezzi di ferro, che la riempiono sotto, e l'acqua sale di sopra a trovare un posto dove non ci stanno i ferri.
- Nella vasca da bagno se ci si spinge verso giù, le cose a galla salgono.

## Chi va su e chi va giù

Davanti a una vaschetta piena d'acqua, davanti a tanti oggetti diversi, si discute insieme e si cercano ragioni per le certezze e le incognite dei vari galleggiare; si esprimono opinioni, cominciano le spiegazioni:

- Galleggia perché è di legno.
- Il legno galleggia, però quando è proprio bagnato o è il legno fresco galleggia male oppure va a fondo.
- Un pezzo di legno non va a fondo, sta a galla ma non si sa il perché.
- Galleggia perché è grande.
- Galleggia perché è leggero.
- Galleggia perché è una barca.
- Quando è fatto come una nave, galleggia anche se è pesante.
- L'acqua è talmente alta che fa galleggiare le navi anche se sono pesanti.
- L'acqua nel secchio è potente, anche se è stretta.
- Se nella barca ci viene un buco, si riempie d'acqua e affonda, perché diventa pesante!

Quando si è incerti o ci si sbaglia, le mani si tendono per toccare, soppesare, valutare:

- Credevo che era sughero...
  - Credevo che era leggero...
  - È così duro che credevo che affondava.
- Oppure cominciano le contestazioni:
- Non dovevi metterlo così.
  - Se lo affondi, per forza non galleggia...
  - Per forza, l'acqua è talmente bassa che non riesce a farlo galleggiare!

Alcuni modi di parlare generano equivoci che è necessario chiarire: davanti ai fatti che succedono, frasi e parole di uso comune sono spesso inadeguate e devono essere continuamente specificate nel loro significato; bisogna guardare tante cose contemporaneamente, trovare il modo di esprimersi senza cadere in contraddizione. Certo una grossa spugna è più pesante di uno spillo, eppure... certo un bel dado di legno è più pesante di un pezzettino minuscolo di pongo, eppure... per non parlare di tutti i "trucchi" che si possono fare legando oggetti "leggeri" a oggetti "pesanti" (e il peso complessivo aumenta!) per tenere a galla quelli che affondano.

Ma prima di affrontare situazioni così complicate, si possono soppesare a occhi chiusi gli oggetti e poi metterli in ordine per peso, eventualmente confrontando quello che si sente con le mani con quello che segna la bilancia. Tra soppesare a occhi chiusi e soppesare a occhi aperti c'è una differenza fondamentale: perché gli occhi chiusi permettono di sentire solo il peso degli oggetti, mentre gli occhi aperti suggeriscono di valutarne la "pesantezza specifica", cioè il peso in relazione a quanto sono grossi. Mettere in ordine per volume è poi assai più difficile che mettere in ordine per peso: le forme degli oggetti sono spesso complicate e una valutazione complessiva di estensione tridimensionale non si può fare soltanto ad occhio.

Ci si può aiutare in tanti modi: per esempio sfruttando fin dall'inizio il fatto che un solido non può entrare nello spazio occupato da un altro, ma può invece farsi spazio in un liquido, spostandone un volume equivalente: si confrontano così volumi di liquido equivalenti ai solidi da confrontare. (Questo è vero solo se, o solo perché i liquidi sono incompressibili: ancora, la "conservazione del volume" non è una operazione puramente logica, ma coinvolge il riconoscimento di come è fatto il mondo...).

Dunque, si possono mettere oggetti in fila, in ordine per volume e poi si mettono gli stessi oggetti in ordine per peso. Quando il grande-leggero viene spostato vicino al piccolo-pesante è quasi inevitabile domandarsi il perché di certe inversioni, connetterle ad altre osservazioni, cercare modi adatti a spiegarle. Nuove discussioni nascono quando si deve indovinare cosa faranno in acqua gli oggetti di una fila, fatta per peso o fatta per volume: quali andranno a galla, in che posizione si metteranno... e si cercano criteri per fare previsioni giuste.

Esperienze e discussioni di questo tipo aiutano i bambini a vedere cognitivamente quello che con i soli occhi non vedono: cioè che l'ingombro, la grossezza, le dimensioni, il volume degli oggetti sono di volta in volta correlati al peso, ma in maniera diversa da caso a caso. Si può allora cominciare a pensare ad una variabile "specificata", adatta a caratterizzare i diversi materiali.

È divertente, mettendo insieme vari oggetti, costruire figure complesse che vadano a galla o a fondo oppure provare a mettere insieme con questo scopo materiali diversi. Per esempio, in classe si cerca di indovinare quanti tappi di sughero (tutti uguali) ci vogliono per tenere a galla uno o più pezzi di ferro (bulloni tutti uguali). Si fanno le previsioni e i confronti fra previsioni: infine le prove, costruendo strane figure di bulloni e tappi, tenute insieme da piccoli elastici.

### **Tappi e bulloni**

*Discussione e appunti scritti, Il elementare; Sc. El. "Fratelli Bandiera", Roma, ins. A. Manzi, (anno 1977-78)*

- Dico che con dieci tappi questo ferro sta certamente a galla, non so cosa fa con meno.
- Ce ne vogliono almeno quattro.
- Potrebbe anche bastare un tappo, secondo dove lo metto.
- Un ferro con un tappo affonda, con due affonda ugualmente; un ferro con tre tappi affonda; il ferro solo affonda. Il ferro con cinque tappi sta un po' a galla, un ferro con sei tappi va a galla e con sette sta a galla.

- Con un tappo va a fondo, con due tappi va a fondo, con tre tappi va a fondo, con quattro tappi va a fondo, con cinque sta a metà, con sei tappi ancora lo devo fare.
  - Se quello con cinque sta a metà, quello con sei dovrebbe stare a galla.
  - Con sei sta quasi sotto la superficie, con cinque sta a metà sotto l'acqua, con nove sta a galla, con uno sta a fondo.
  - A noi con cinque sta quasi a galla perché li avevamo messi in un modo diverso. E poi, se tu ce lo butti con la mano va più a fondo.
- Le prime esperienze possono essere la base per nuove ipotesi, anche per cercare una descrizione in numeri che si adatti ai fatti che si vedono o che si prevedono.
- Ins* - Il bullone cominciava a stare a galla con cinque tappi, un po' a galla e un po' a fondo, sotto la superficie e galleggiava bene con sei. Con due bulloni quanti tappi ci vorranno?
- Dodici, perché ci sono sei tappi di uno, che lo fanno galleggiare e gli altri sei tappi che fanno galleggiare l'altro.
  - Forse galleggia anche con nove: ne metterei sei, poi metterei due tappi dalle parti, poi uno in mezzo.
  - Per me nove sono pochini; ce ne vogliono dieci e poi undici non vanno bene perché sono dispari, ce ne vogliono dodici.
  - Dodici è un numero pari: se i due bulloni si staccano, galleggiano con sei per uno
- Ins* - e con undici?
- Galleggerebbe lo stesso, ma non si possono dividere.
- Ins* - Per reggere un bullone ci volevano cinque o sei tappi. Quanti mezzi tappi ci vogliono se li taglio col coltello?
- Dodici, perché due rappresentano un intero.
  - Ma li devi mettere vicini, se no non formano gli interi.
  - Con dieci tappi i due bulloni affondano, ma è perché sono messi male.

Aspetti di *peso*, di *forma*, di *numero e frazione*, di *materiale* sono diversamente coinvolti nelle spiegazioni. Certo la costruzione di oggetti complessi a partire da oggetti modulari di due materiali, l'uno con la caratteristica di galleggiare, l'altro con quella di andare a fondo, spinge a cercare regole di *compensazione* tra i rispettivi comportamenti. Il fatto poi che si combinano insieme oggetti discreti (contabili) e che i *numeri servono* per fare previsioni corrette, svia l'attenzione dal fatto che in realtà l'aggiunta di ogni tappo alla figura precedente ne costruisce una nuova, con *nuove caratteristiche complessive* dal punto di vista del galleggiamento. Cambiano la forma e i numeri, ma soprattutto ogni combinazione può essere vista quasi come campione-prototipo di un nuovo materiale, che mantiene le stesse caratteristiche se si mantiene lo stesso rapporto tra numero di tappi uguali e numero di bulloni uguali, ma le cambia ogni volta che si aggiunge un altro tappo o un altro bullone. Legando insieme diversi materiali omogenei si possono costruire allora nuovi "materiali artificiali", con caratteristiche di peso specifico intermedie, che variano in maniera discreta o anche quasi continua: così un materiale ferro-sughero, trasformandosi per aggiunte di tappi da "molto ferroso" a "molto sugheroso", a un certo punto comincia ad andare a galla.

Per i bambini, ma non solo per loro, è poi difficile capire che galleggiare o andare a fondo non dipende dalla forma di un oggetto ma solo dal suo peso specifico complessivo; così come non dipende dalla configurazione in cui sono messi i "salvagenti" intorno a un oggetto "pesante". Per questo è importante, ed anche divertente, lavorare in classe a fare previsioni che possano essere facilmente verificate

o smentite: mettendo insieme materiali diversi si costruiscono varie forme e figure e si prova a vedere se galleggiano.

## Tappi e chiodi

*Discussioni e relazioni di esperienza*

- Un tappo con un chiodo galleggia, con due chiodi galleggia, con tre chiodi va più giù ma galleggia e i chiodi sono sotto... con sette chiodi affonda.

Ma non tutti credono alle "evidenze sperimentali"; sperano, cercano, di far affondare il tappo anche con cinque chiodi o di far galleggiare il tappo anche con sette chiodi, cambiando la forma complessiva.

- Io dico che se li metti a forma di barca galleggia anche con sette...

- Se metti tutti i chiodi stesi intorno come un ragno galleggia... si appoggia meglio sull'acqua;

- Se li metti tutti all'insù, forse il tappo regge.

- E invece non è vero. Nonostante le forme a barca o a cavallo, a catamarano o a porcospino... un tappo con sette chiodi affonda sempre miseramente. Come affondano due tappi con quattordici chiodi; mentre due tappi con tredici chiodi stanno a galla. A volte queste strane figure barcollano un po' suscitando infondate speranze... e poi affondano. Come vanno le cose si vede bene costruendo una serie completa di figure tappo-chiodi: un tappo con un chiodo, un tappo con due chiodi... un tappo con dieci chiodi..., tutti dalla stessa parte e si vede che galleggiano sempre più immersi nell'acqua, fino a che il tappo con un numero critico di chiodi scende dolcemente sul fondo. Si osserva, ancora, come diverse configurazioni si dispongano con la parte "con più chiodi" verso il basso, sempre, anche quando i bambini cercano con ogni attenzione di disporre i tappi in modo da sorreggere "meglio" il peso dei chiodi. Il tappo si rigira, i chiodi vanno in giù: per forza, sono loro che sono pesanti -dicono a volte i bambini, come per giustificarsi dopo la constatazione del fatto.

Dunque anche in questo caso galleggiare non dipende dalla forma o dalla configurazione; dipende dal numero dei chiodi e dal numero dei tappi messi insieme a formare un sistema unico. Mettendo molti chiodi insieme su un unico tappo, come mettendo molti tappi insieme su un unico bullone, il materiale eterogeneo che viene di volta in volta costruito può ancora essere caratterizzato attraverso numeri che indicano la *relazione* tra *quantità di chiodi* e *quantità di tappi* o meglio, fra quantità di materiale-ferro discretizzato in chiodi e quantità di materiale-sughero discretizzato in tappi. Il materiale «un tappo/tre chiodi» è quindi *uguale* al materiale «due tappi/sei chiodi» o al materiale «tre tappi/nove chiodi», in qualsiasi configurazione reciproca di tappi e chiodi; ma è *diverso* dal materiale «un tappo/sette chiodi», tanto è vero che il primo è un materiale che galleggia, il secondo un materiale che va a fondo.

Con i ragazzi più grandi, e più esperti, si potranno misurare e calcolare, in unità convenzionali (grammi e centimetri cubi), i pesi specifici di ogni tipo di combinazione di tappi-e-chiodi; certo vi saranno quelli che pretenderanno di risolvere rapidamente il problema aggiustando in modi vari il "peso specifico" del sughero con il "peso specifico" del ferro, magari sommandoli o facendone la media, visto che i due materiali si "mettono insieme". Gli insuccessi di questi tentativi di raccordare due modi diversi

di descrivere con numeri le situazioni possono portare a cercare, pazientemente, la strada sicura: cominciando a sommare i pesi, e poi i volumi, di tutti i ferri e di tutti i sugheri; determinando peso e volume per ogni tipo di combinazione di tappi-e-chiodi; identificando nel rapporto, ormai sperimentato, tra peso e volume complessivi di ogni oggetto il valore di peso specifico che ne caratterizza il materiale; giungendo infine alla regola formale per prevedere, noti i pesi specifici di sughero e ferro, il galleggiare o meno di una data configurazione. (Cfr. anche il Capitolo 9 per una trattazione formalizzata di questo problema).

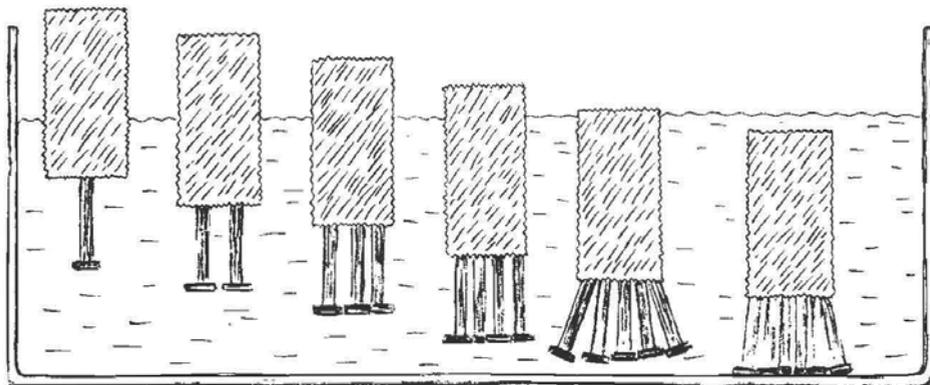


Fig. 7 Tappi e chiodi (tutti i chiodi e tutti i tappi sono uguali).

### Bocchette e chiodi

Altre previsioni e altre prove portano a guardare fin dall'inizio il modo in cui le parti pesanti e quelle leggere di uno stesso oggetto complesso si dispongono nell'acqua: per esempio, mentre si mettono chiodi, o dadini, in un tubetto di plastica e si cerca di indovinare quanti ce ne vorranno per farlo andare a fondo.

*Discussioni in classe.*

- Il tubetto da solo galleggia
- Però se lo metti senza tappo non galleggia più perché si riempie e quindi va sotto il pelo dell'acqua
- Se non ha il tappo non affonda, anche se è pieno d'acqua va solo un pochino sotto l'acqua

*Ins* - Se adesso ci mettiamo un chiodo e poi lo chiudiamo, cosa succede?

- Con un chiodo solo dentro, sta un po' più sotto la superficie dell'acqua
- No, perché è solo il fondo che affonda, non tutto il tubetto
- Il bordo sta più su e il fondo sta più giù, perché il chiodo va sotto

*Ins* - Un chiodo solo va a fondo; perché quattro chiodi nel tubetto stanno a galla?

- Perché c'è la plastica del tubetto che mantiene i chiodi
- C'è l'aria dentro e fa come un salvagente
- Ma anche il tubetto un po' pesa
- Se ci sono i chiodi va a fondo, non è vero che galleggia
- Va a fondo da una parte, ci va tutto di lato
- Con tanti chiodi si riaddrizza sempre più e va anche più a fondo, però sempre più riaddrizzato
- Prima galleggia così, poi galleggia più in giù, poi galleggia più a fondo
- Senza chiodi sta orizzontale, poi si inclina di più; con nove chiodi va a fondo

- Non riesce a tenere un peso così grande
- Anche se cerchi di mettere i chiodi bene e mettere il tubetto sull'acqua in orizzontale, sempre si inclina
- Con un chiodo è quasi orizzontale, con otto chiodi è quasi verticale.

Anche in questa situazione si costruisce, per ogni chiodo aggiunto, un nuovo materiale plastica-aria-ferro, che ha sempre lo stesso volume ma, di volta in volta, caratteristiche di peso specifico diverse. Infatti, mettendo chiodi dentro il tubetto chiuso se ne fa variare il peso a *volume costante* e si può trovare (sapendo la regola, si potrebbe calcolare) quanto peso, misurato in chiodi, bisogna *aggiungere* per mandare a fondo quel volume. Il modo in cui il tubetto (che, vuoto, si dispone sull'acqua in orizzontale), via via appesantito si riaddrizza e affonda può anche aiutare a immaginare la “continuità” della variabile “peso specifico”: corrispondente alla continuità delle posizioni che il tubo potrebbe assumere aggiungendovi elementi di materiale sempre più piccolo (e ci si ricorda del tappo che affonda sempre di più con sempre più chiodi...). D'altra parte si può riportare fenomenologicamente la variabile peso, finora discretizzata nei chiodi, alla sua essenziale continuità e guardare il modo in cui il tubetto galleggia e va a fondo, se viene progressivamente riempito di limatura di ferro, di riso, o di sabbia, discretizzando a piacere le aggiunte successive fino a renderle praticamente continue. Quando il materiale plastica-aria-ferro, per l'aggiunta di un altro chiodo, ha raggiunto il peso specifico critico, l'equilibrio del galleggiare si rompe e il tubetto va a fondo. Si possono fare altre previsioni su come si disporrà sul fondo o su come si comporterà quando sarà fatto di “materiale” ancora più pesante con l'aggiunta di altri chiodi. (Cfr. Capitolo 9). A *peso costante* si può lavorare invece mettendo dadi di ferro o biglie di vetro dentro un palloncino di gomma sgonfio: gonfiandolo poi più o meno con una cannuccia quando è già tutto sott'acqua, in modo da modificarne il volume (cfr. figura 8).

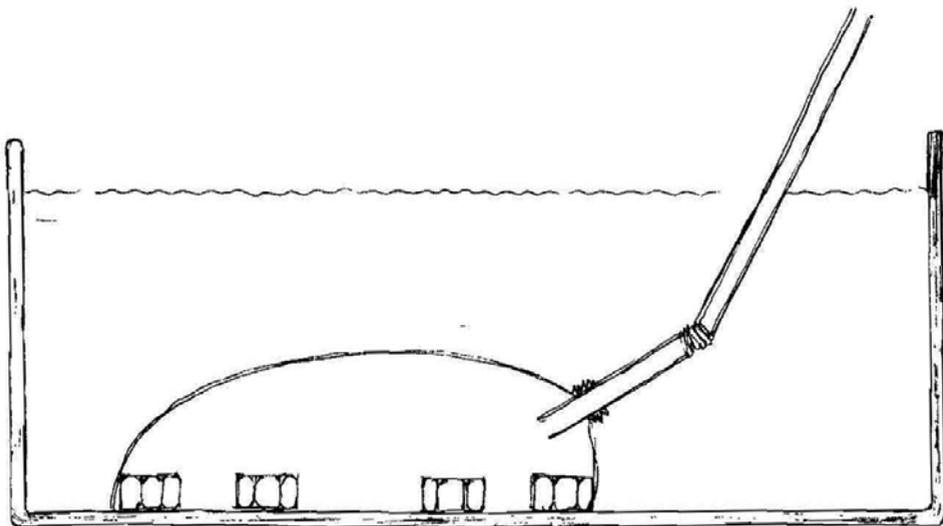


Fig. 8 Gonfiando il palloncino.

Anche questo lavoro è importante per trovare spunti diversi che suggeriscano ai bambini modi per dissociare cognitivamente gli effetti del peso e del volume (quanto deve diventare grosso il palloncino per galleggiare con quel peso? E intanto, cosa fa l'acqua nel recipiente?), andando a cercare una spiegazione causale del galleggiamento nella relazione “giusta” tra le variabili “giuste” dei due sistemi.

#### 4.8. Ma cosa fa l'aria?

In tutti questi lavori, e in tanti altri dello stesso tipo, ci si può accontentare di arrivare a stabilire con i bambini che «l'aria occupa spazio, comunque; però pesa tanto poco che praticamente si può dire che non pesa»; salvo poi affrontare, più tardi e in altri contesti, l'itinerario che conduce ad accorgersi di quanto, in effetti, l'aria pesa. Già questa prima, approssimativa, acquisizione è molto importante, per nulla banale e richiede un percorso cognitivo attentamente guidato. Inoltre, è indispensabile chiarire bene in che modo il “pesare in pratica niente” dell'aria interviene nel galleggiamento: infatti ci si trova spesso ad affrontare prese di posizione molto determinate, da parte di bambini e anche di adulti, secondo cui «siccome l'aria è leggera, spinge le cose in su». Ovviamente il modo corretto di vedere il problema passa ancora attraverso la considerazione del peso e del volume *complessivi* di un determinato oggetto e del ruolo che quindi ha l'aria, non molto diverso del resto da quello del polistirolo o della segatura, di “riempire molto appesantendo poco”. Da questo punto di vista è allora facile pensare che un barattolo con della sabbia in fondo galleggia finché l'acqua non ha modo di entrarvi dentro, “accorgendosi” che non c'è il coperchio, quindi fino a che l'acqua “tratta” il barattolo, secondo la legge di Archimede, *come se* fosse un oggetto completamente chiuso con un suo volume e un peso complessivo corrispondente. (Cfr. figura 9).

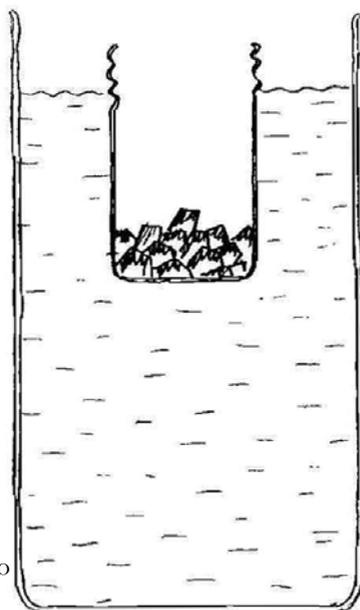


Fig. 9 Fino a quando galleggia il barattolo, aggiungendo materiale?

5.1. Le regole dello star pari

Facciamo ancora un esempio di un modo per sviluppare la ricerca di variabili significative e di relazioni tra variabili adatte a descrivere il comportamento di un sistema. Consideriamo un'altra forma di equilibrio statico: un equilibrio tra pesi, mediato da un sistema rigido. Costruiamo allora una "bilancia a bracci": per esempio una tavoletta omogenea (più o meno lunga, più o meno larga, più o meno pesante, più o meno flessibile...) solidale con un bastone cilindrico fissato trasversalmente lungo la sua linea di mezzo (cfr. figura 1). Gli estremi del bastone sporgono dalla tavoletta e si possono appoggiare su due sostegni alla stessa altezza (due banchi, due pile di libri...). Per avere un sistema in equilibrio stabile bisogna che il piano della tavoletta si trovi in basso rispetto al bastone stesso, anche se è bene che le posizioni possibili del sistema-tavoletta siano tutte esplorate, notando le differenze nelle loro caratteristiche di stabilità/instabilità. Così appoggiata la tavoletta può dunque ruotare, anche completamente, o oscillare o stare ferma in una posizione di equilibrio: in classe si può cominciare col discutere il significato della stessa parola "equilibrio", che i bambini

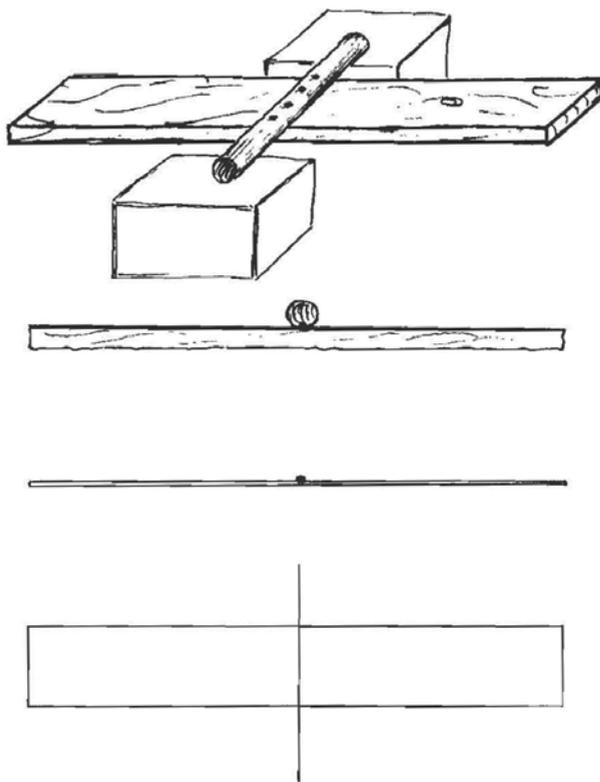


Fig. 1 Schematizzazione: la tavoletta continua.

usano comunemente, associandola ad altre parole in cui il termine "equi-" porta l'attenzione su una uguaglianza-equivalenza tra due situazioni.

È importante osservare e discutere innanzitutto il comportamento della tavoletta da sola: e si possono confrontare tra loro i diversi "perché" con cui i ragazzi spiegano il fatto che, con una piccola spinta, la tavoletta si mette a ruotare (a rotolare!) attorno alla sua linea di appoggio, ma sempre, dopo alcune oscillazioni, si arresta in una posizione orizzontale rimanendo sospesa al di sotto del suo bastone-sostegno. D'altra parte, nel sistema schematicamente "perfetto" le due metà -i due bracci- della tavoletta sono perfettamente equivalenti: sono lunghi uguale, pe-

sano uguale, hanno in ogni punto densità uguale e l'asse immaginario intorno a cui avvengono rotazioni e oscillazioni (la *linea* lungo cui si toccano la tavoletta, il bastone e i piani di appoggio) definisce un piano verticale di simmetria geometrica e fisica per l'intero sistema.

Dunque, la tavoletta *deve* stare pari, per il principio di ragion sufficiente (perché non si vede alcun motivo per cui potrebbe scegliere da che parte pendere), mentre *deve* fermarsi nella situazione di equilibrio stabile, tornando ad assumerla dopo qualunque sollecitazione che la faccia muovere (perché è normale restare appesi proprio sotto un sostegno girevole, mentre è molto difficile -praticamente impossibile- restarci appoggiati proprio sopra).

Nell'ascoltare o nello stimolare queste spiegazioni, ci si accorge di quanto l'esperienza di vita dei ragazzi possa essere ricca ed illuminante; di quanto i fatti quotidiani diventino supporto per spiegazioni coerenti una volta evocati da un contesto opportuno, da situazioni che vi assomigliano. Così la tavoletta che oscilla sospesa al bastone "è come" la ruota di una bicicletta, perché qualcuno ricorda che è difficile far stare ferma, con la valvola in alto, la ruota anteriore di una bicicletta capovolta e che la ruota si ferma da sola, dopo aver oscillato a lungo, sempre con la valvola in basso.

La schematizzazione geometrica di una tavoletta ideale a simmetria perfetta può essere dunque una linea-segmento, che *sta per* la tavoletta, con un punto al suo centro, che *sta per* l'asse di rotazione. In questa rappresentazione, molte caratteristiche fisiche della tavoletta reale non sono esplicitate: non compaiono infatti indicazioni per le dimensioni trasversali, per lo spessore... per le proprietà del legno, presupposti essenziali per il funzionamento della tavoletta come sostegno di pesi. Lo schema indica soltanto una simmetria rispetto all'asse e una rigidità "ideale" del sistema, quindi permette di

considerare equivalenti (anche se a prima vista può non apparire ovvio) posizioni di un peso su un braccio che si trovino alla stessa distanza dall'asse, ma a diversa distanza dai bordi laterali (cfr. figura 6). Per qualunque peso appoggiato a qualunque distanza dall'asse si ragiona poi come se la tavoletta non si deformasse e per qualunque condizione di simmetria dei pesi ci si aspetta in qualche modo l'equilibrio. Si può cominciare il lavoro esplorando il comportamento della tavoletta: basta provare a spingerla con un dito spostandosi dal centro agli estremi e poi notare cosa si sente spingendo nello stesso tempo sui due bracci in posizioni diverse e quali dissimmetrie di sforzo sono correlate alle posizioni delle due mani.

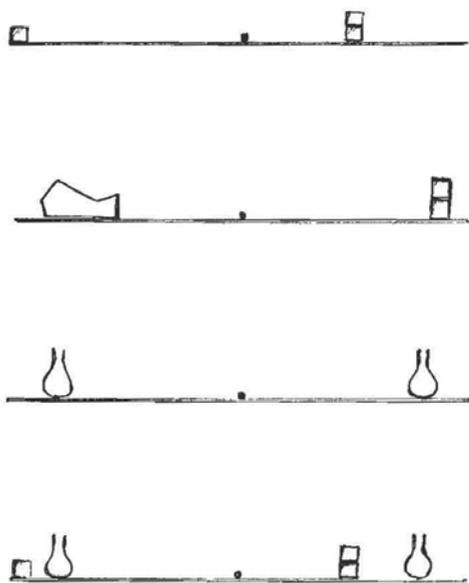


Fig. 2 Primi equilibri.

Poi, a partire dalla tavoletta vuota, si possono costruire eventualmente situazioni di equilibrio appoggiandovi oggetti di peso diverso o gruppi di oggetti uguali. In ogni situazione reale gli oggetti saranno grossi, oltre che pesanti, e quindi appoggeranno su una superficie e non su un punto; avranno forme irregolari... (cfr. figura 2) e molte altre proprietà di cui, come per le variabili di interazione tra oggetti e acqua nel caso del galleggiamento, non si può sapere a priori se sono o no significative nel determinare, o condizionare, le situazioni di equilibrio. È importante però stabilire che gli oggetti reali, mentre stanno sulla tavoletta, devono, per quanto possibile, conservare le loro proprietà (peso, quantità di materia...), e non devono spostarsi dalla posizione in cui sono stati appoggiati (non si possono mettere, o mantenere, in equilibrio cucchiaini di miele o blocchetti di ghiaccio o contenitori aperti con sostanze che evaporano...). Serve definire, fin dall'inizio del lavoro, metodi opportuni con cui si possano registrare e rappresentare situazioni di equilibrio e di non equilibrio, per confrontarle tra loro nella ricerca di regolarità e regole.

Per esempio, su strisce di carta lunghe e larghe come una tavoletta, oppure "in scala", si possono disegnare le posizioni degli oggetti pesanti; già la differenza tra il fare i disegni su carta bianca o su carta "discretizzata" a quadretti, suggerisce, implicitamente ma potentemente, regole di numeri accanto a regole di simmetria.

Dalle configurazioni simmetriche si passa a considerarne di più complesse oppure si comincia col disegnare direttamente sulle strisce di carta situazioni molto complicate sperando che corrispondano a degli equilibri. Quando poi si provano sulla tavoletta, avere "indovinato" un equilibrio complesso, scoprire percettivamente la sua somiglianza con un altro, può costituire un aiuto e una motivazione per individuare regole sempre più generali.

## 5.2. Equilibrio e simmetria

Si comincia, dunque, a provare: subito si vede che è intuitivamente necessario che l'equilibrio si *conservi* se oggetti identici vengono posti simmetricamente sulla tavoletta vuota o *aggiunti* a una precedente situazione di equilibrio: la simmetria della configurazione infatti guida a ragionare ancora secondo la medesima logica di ragion sufficiente -non si vede perché non debba *rimanere* pari- che giustifica l'equilibrio della tavoletta da sola.

Quando però si lavora con oggetti di peso diverso, simmetria ed equilibrio non possono più coesistere. Se prima si sente con le mani che i pesi non sono uguali si vede poi a occhio che le posizioni in cui essi sono in equilibrio non sono simmetriche: mettendo pesi diversi in condizioni di simmetria geometrica (equidistanti dal piano di simmetria) si vede che la tavoletta si abbassa dalla parte del peso maggiore. La asimmetria fisica dei pesi può essere però "compensata" con una asimmetria geometrica delle loro posizioni sulla tavoletta e ci si può servire di questa rottura di simmetria per fare confronti tra pesi, confermando e esplicitando per tali confronti le regole di transitività già sperimentate attraverso il semplice soppesare.

Se mettendo in posizioni simmetriche un peso A e un peso B la tavoletta si abbassa dalla parte di A, certo A è più pesante di B; se A viene sostituito con un peso C e la

tavoletta si abbassa dalla parte di B, certamente B è più pesante di C, ma certamente C sarà anche meno pesante (più leggero) di A. Se però A è più pesante di B e C è più pesante di B, non si può dire nulla sulla relazione tra A e C e diventa necessario un confronto diretto <sup>1</sup>.

### 5.3. Dall'effetto del peso alle variabili per l'equilibrio

Confrontando equilibri e disequilibri si capisce che l'“effetto del peso”, come dicono i bambini, cioè la sua capacità di far abbassare la tavoletta o di farla stare pari, dipende, oltre che dal peso stesso, anche da una variabile di posizione. Allontanando o avvicinando i pesi rispetto all'asse, la distanza riesce a modularne l'effetto con continuità e se si lavora con multipli di pesi uguali, per esempio con grossi dadi da carpenteria, è possibile trovare configurazioni in cui due o più pesi su un braccio sono equivalenti, dal punto di vista dell'equilibrio, ad un solo peso sull'altro.

Oggetti uguali fanno star pari la tavoletta purché disposti simmetricamente e ci sono, ovviamente, infinite posizioni simmetriche. Allo stesso modo, quando si trova un equilibrio con oggetti di peso diverso si è combattuti fra una evidenza di precarietà (appena qualcosa si sposta, l'equilibrio cessa) e una aspettativa di trovare con gli stessi oggetti molte altre situazioni di equilibrio. Ma nelle due situazioni, simmetrica e asimmetrica, non vi sono analogie immediate per gli *spostamenti* o i *movimenti* con cui costruire nuovi equilibri: se si spostasse tutto più in fuori o tutto più in dentro, della stessa quantità, da una parte e dall'altra? In un caso funziona, nell'altro non funziona; se si raddoppiassero tutte le distanze, dal centro o dalle estremità? Chi sa se funziona...). Non è subito evidente quale sia precisamente la *variabile di spazio*, connessa alla *posizione*, implicata nella relazione complessa fra pesi e distanze che determina l'equilibrio. Infatti anche se si impara più o meno facilmente a destreggiarsi in modo da mettere in equilibrio pesi diversi, meno facile è trovare regole per fare previsioni sicure sulle posizioni da scegliere o per individuare senza esitazioni una configurazione di pesi giusta o quasi giusta. C'entrerà la distanza dal centro o quella dall'estremo della tavoletta? La distanza dal bastone o quella dalla sua linea di appoggio? Se gli oggetti vengono messi in fila per lungo o per largo o l'uno sull'altro, cambia forse l'equilibrio? Non è facile trovare le regole: pur lavorando con accuratezza, spesso i bambini non riescono a individuare da

---

<sup>1</sup> Per molte delle proprietà comunemente attribuite a oggetti e situazioni, il linguaggio dispone di due termini in qualche modo “opposti” uno all'altro (alto/basso, giovane/vecchio, vicino/lontano, caldo/freddo, chiaro/scuro, pesante/leggero, bello/brutto, lungo/corto, duro/molle e così via). L'esistenza e la pregnanza di tali termini linguistici, che corrispondono a strategie cognitive primarie, profonde e implicite ma non coerentemente formalizzate, costituisce da sempre una specie di rovello metacognitivo, per i filosofi come per i bambini. In che senso “vicino” è il contrario di “lontano”, “chiaro” il contrario di “scuro”, “caldo” il contrario di “freddo”, “duro” il contrario di “molle”, “bianco” il contrario di “nero”, “dentro” il contrario di “fuori”, “tutto” il contrario di “niente”? In che senso “più vicino” è lo stesso di “meno lontano”, “meno brutto” è lo stesso di “più bello”, “più nero” è lo stesso di “meno bianco”, “più audace” lo stesso di “meno pauroso”? Sulle implicazioni di questo problema riguardo a una strategia di formalizzazione delle variabili si tornerà brevemente in seguito.

soli la “qualità” spaziale del sistema che compensa le differenze tra i pesi. Poiché non è cognitivamente immediato identificare, attraverso le posizioni reciproche di più oggetti, le variabili spaziali opportune (la distanza non si “vede”!) può essere necessario che i bambini siano aiutati da strategie proposte loro dagli adulti.

#### 5.4. Strategie di numeri interi

Si può cominciare facendo esperienza di situazioni semplici, cercandovi possibili relazioni e provando a descriverle con parole: cominciare a vedere che un peso a una certa distanza dal centro è in equilibrio con un peso *doppio* messo a distanza *metà* sull'altra parte della tavoletta, e viceversa. Raddoppiare il peso usando oggetti uguali equivale a raddoppiarne il *numero* e si mantiene l'equilibrio se questi vengono messi l'uno sull'altro oppure uno a fianco all'altro sulla larghezza della tavoletta. Dimezzare o suddividere la distanza vuol dire vederla come un continuo costituito da *parti* uguali, disposte l'una di seguito all'altra: si mantiene l'equilibrio per spostamenti trasversali degli oggetti, mantenendo la stessa distanza dal piano di simmetria. In questo modo si possono costruire, e descrivere, equilibri semplici utilizzando *numeri interi* che rappresentano i multipli dei pesi e le relative parti uguali della distanza dal centro <sup>2</sup>: «quattro pesi a distanza due è *come* un peso a distanza otto, otto pesi a distanza uno, due pesi a distanza quattro». Si cerca così di individuare, attraverso varie configurazioni, le strutture di relazione numerica che possono legare tra loro, almeno in condizioni particolari, pesi e distanze implicate nell'equilibrio.

È chiaro che per collegare attraverso relazioni fra numeri interi il peso *discreto* di oggetti uguali e la distanza *continua* delle loro posizioni *non servono* unità di misura convenzionali per pesi e lunghezze; *non serve* pesare prima in chili né misurare prima in centimetri. Tuttavia “contare”, anche se in unità arbitrarie, significa comunque misurare (se non si usa il metro, si dovrà usare come strumento uno spago o una striscia di carta, o...): ci si deve accorgere che, per arrivare a vere regole, in ogni configurazione di equilibrio i numeri di peso devono riferirsi a oggetti sempre e comunque uguali e i numeri di distanza devono sempre riferirsi a multipli o sottomultipli di una stessa lunghezza. D'altra parte i criteri per dare numeri alla lunghezza della tavoletta e alla distanza dei pesi sono molti e vari. Si può, per esempio, scandire in parti uguali la lunghezza dell'intera tavoletta, indicando con numeri le linee che dividono le parti oppure numerare le parti, cioè lo spazio compreso tra le due linee, ma così non si arriva ad equilibri ben riproducibili. Si può indicare come *uno* la distanza del peso-lontano e suddividerla in mezzi, terzi, quarti... per confrontarvi la distanza a cui si trova il peso-vicino, dall'altra parte o si può indicare come *uno* la distanza del peso-vicino... Non bisogna trascurare la possibilità di strategie sbagliate e la corrispondente necessità di

---

<sup>2</sup> Invece di partire con un peso-unità da moltiplicare e con una distanza-totale da suddividere in parti uguali, si potrebbe ovviamente partire con una distanza-unità da replicare e con un peso-totale da ripartire. Un lavoro di questo genere presuppone che i ragazzi padroneggino le operazioni cognitive necessarie per passare con sicurezza dalla valutazione percettiva dei pesi e delle distanze ad operazioni formali di equivalenze con multipli e sottomultipli, anche se inizialmente non sono necessarie convenzionali operazioni di misura.

capire che lo sono: tipica, per esempio, quella di numerare le parti della tavoletta non partendo, simmetricamente, dal centro, ma da ogni estremo verso il centro o addirittura da un estremo all'altro.

### 5.5. Il punto di appoggio

Se gli oggetti sono molto grossi, o asimmetrici, non è sempre facile individuare criteri per trovare “la” distanza giusta dal piano di simmetria, nemmeno in relazioni di equilibrio semplici: a volte si comincia a misurare la distanza dal bordo dell'oggetto. Anche se non è necessario, a priori, parlare di baricentro, c'è sempre nei ragazzi l'idea, profonda e al tempo stesso ambigua, che per ogni oggetto deve esistere un “punto di appoggio in cui va a finire tutto il peso”. Procedendo nei tentativi, si trovano quindi le regole generali

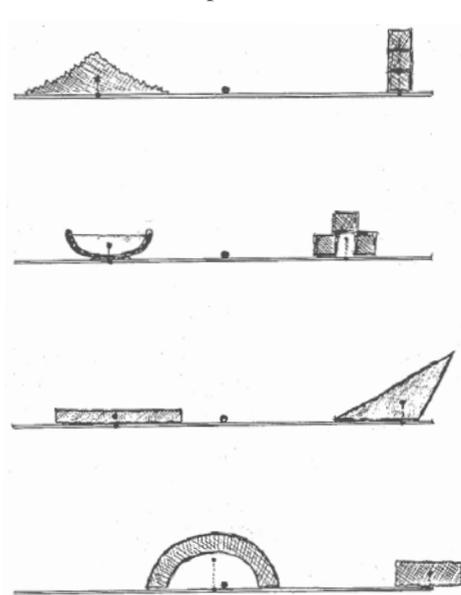


Fig. 3 Oggetti e «punti» di appoggio.

dell'equilibrio insieme alle loro più particolari condizioni di validità: bisogna che la “distanza” sia presa tra la linea di simmetria della tavoletta e il punto in cui “si può far conto” che sia appoggiato l'oggetto (in cui va a “cadere” il baricentro dell'oggetto) (fig. 3). In altre parole, riferendosi allo schema geometrico ideale del sistema suggerito all'inizio, ciò che bisogna considerare è la distanza tra il punto di mezzo sulla linea che rappresenta la tavoletta e il punto in cui si può pensare appoggiato il peso dell'oggetto. Questo può non essere facile: le strategie intuitive che portano a valutare la distanza come spazio vuoto, per esempio fra gli estremi di ingombro del bastone e dell'oggetto, sono profondamente radicate: non solo nei bambini, ma anche nei ragazzi e negli adulti. Non è molto efficace definire a priori come scegliere la

distanza da misurare, poiché i criteri stessi di misura si definiscono facilmente *mentre* si cercano le regole per l'equilibrio e risultano quindi ad esse corrispondenti in un significato complessivo.

È stato per esempio molto significativo, in una esperienza di ragazzi di III media, accorgersi poco a poco che, per costruire e verificare regole di equilibri con grossi dadi da carpenteria, la distanza “giusta” doveva essere misurata tra la linea di mezzo della tavoletta e il centro del dado: cioè dalla linea di appoggio del bastone intorno a cui ruota la tavoletta, al punto di mezzo del buco del dado stesso... anche se “proprio lì in mezzo” non c'è nessun peso che si appoggia <sup>3</sup>.

<sup>3</sup> Determinare il “punto di appoggio effettivo” è intuitivamente semplice nel caso di oggetti simmetrici e omogenei, mentre richiede nozioni più complesse di geometria e statica (cfr. un libro di scuola media sui baricentri dei corpi solidi) nel caso generale (cfr. anche figura 3). Anche in questo caso, però, è bene sollecitare nei ragazzi valutazioni intuitive.

A questo punto bisogna affrontare i problemi specifici connessi alla costruzione di una variabile complessa che descriva, formalmente e nel loro insieme, le situazioni di equilibrio che si stanno studiando. Anche la semplice aspettativa di che raddoppiare il peso per raddoppiare l'effetto può contrastare, ancora percettivamente, col fatto che sulla tavoletta non basta (non è necessario) raddoppiare il numero degli oggetti per raddoppiare l'effetto del loro peso: ancora una volta aspetti matematici e fisici (sintattici e semantici) di quello che succede sono profondamente intrecciati nella dinamica del capire.

## 5.6. Costruendo la proporzione

Supponiamo di avere individuato, attraverso molteplici situazioni di costruzione e cambiamento di equilibri, le quattro variabili fondamentali che determinano lo “stare pari” della tavoletta nella configurazione più semplice: due pesi,  $P_A$  e  $P_B$ , posti sui due bracci A e B e due distanze,  $D_A$  e  $D_B$ , valutate fra il piano di simmetria del sistema e il punto effettivo di appoggio del peso (il centro dell'area di appoggio, se l'oggetto è simmetrico). Abbiamo già visto come sia possibile attraverso confronti, diretti o con oggetti intermedi, stabilire *relazioni d'ordine* per le singole variabili peso e lunghezza: un primo modo per descrivere cosa succede al cambiare delle condizioni di equilibrio utilizza un semplice *intreccio tra* queste relazioni. Se cerchiamo di *mantenere* l'equilibrio introducendo cambiamenti o di costruire nuovi equilibri, possiamo esprimerne le condizioni in termini di *più e meno* per *pesi* e per *distanze*:

- Se si aumenta il peso da una parte, si deve metterlo più vicino;
- Se si aumenta il peso da una parte, lasciandolo nella stessa posizione, si deve allontanare il peso dall'altra parte;
- Se si avvicina il peso da una parte, si deve avvicinarlo anche dall'altra;
- Se si diminuisce il peso da una parte, si deve avvicinare quello dall'altra parte;
- .....
- Se si aumenta *e* si allontana il peso da una parte, si deve aumentare, *o* allontanare, il peso dall'altra;
- .....
- Se si aumenta *e* si avvicina il peso da una parte... non si sa bene cosa fare dall'altra: *dipende* da quanto è diventato più pesante *in relazione* a quanto è andato più vicino... Lavorando in questo modo si arriva facilmente alla necessità di trovare modi più efficaci del confronto e delle relazioni d'ordine per descrivere quello che succede: abbastanza rapidamente si arriva ad avere bisogno di *misurare*. È relativamente facile attribuire, per ogni situazione di equilibrio, quattro numeri alle quattro variabili servendosi dei sistemi convenzionali: per esempio misurando i pesi in grammi e le lunghezze in centimetri. Tuttavia quando i quattro numeri sono grandi (o decimali...) non è affatto facile confrontare fra loro i valori che corrispondono a molte e diverse situazioni di equilibrio e individuare una relazione generale che li possa legare. Al tempo stesso, non è affatto facile vedere rappresentate in valori numerici le semplici *operazioni di cambiamento* che possono portare a nuovi equilibri: raddoppiare un peso *e* dimezzare una distanza, raddoppiare un peso *e* la sua distanza quadruplican-

do l'altro peso e così via. (Questo stesso problema si presenta in molte altre situazioni: le relazioni fra variabili si "vedono" più facilmente attraverso numeri "semplici", anche se si gestiscono nella loro generalità solo attraverso numeri "complicati").

D'altra parte, lavorando con qualsiasi fenomeno conviene affrontarne i diversi aspetti con diverse strategie di formalizzazione (di matematizzazione), facendo vedere ai ragazzi i limiti, e le potenzialità, di ciascuna. In particolare l'equilibrio sulla tavoletta presenta difficoltà tipiche che nascono dalla coesistenza di diversi criteri di discretizzazione per le variabili che dovranno essere intrecciate in una relazione complessa.

*a) A partire dal discreto*

Sembra naturale affrontare inizialmente il problema lavorando con oggetti pesanti tutti uguali, che possano quindi assumere ciascuno valore *uno* per il peso; si può pensare di semplificare ancora il sistema lavorando con una tavoletta in cui i pesi possano essere messi solo a distanze prefissate, tutte multiple della stessa lunghezza così definita come *uno* (figura 4). In questo modo si identifica abbastanza facilmente la forma-base della

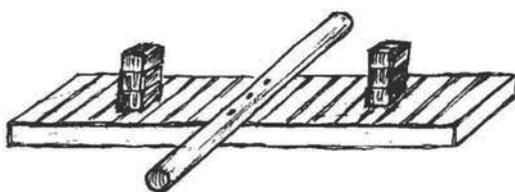
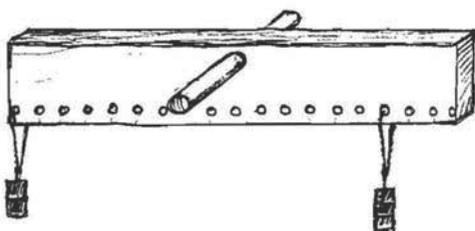


Fig. 4 Schematizzazione: la tavoletta discretizzata.

relazione di equilibrio fra le quattro variabili, che può essere rappresentata da *due diverse strutture di proporzionalità*.

Per esempio, lavorando con numeri piccoli si può cogliere una relazione di proporzionalità omogenea tra le quattro variabili, adatta a mettere in evidenza la *compensazione* tra peso e distanza sui due bracci:

$$P_A \cdot P_B = D_B \cdot D_A$$

A parole: di quante volte il peso su A è più pesante (più leggero) del peso su B, di altrettante volte la distanza su B è più lunga (più corta) della distanza su A.

Alternativamente, ma sempre con lo stesso criterio, si può lasciare fissa una situazione, anche molto complicata, su un braccio (B) della tavoletta e confrontare le diverse situazioni semplici che sull'altro braccio (A) sono in equilibrio con quella: proporzionalità e compensazione assumono allora la forma, ancora omogenea:

$$P'_A \cdot P''_B = D''_B \cdot D'_A$$

A parole: se sul braccio B la situazione resta costante, di quante volte si aumenta (diminuisce) il peso su A, di

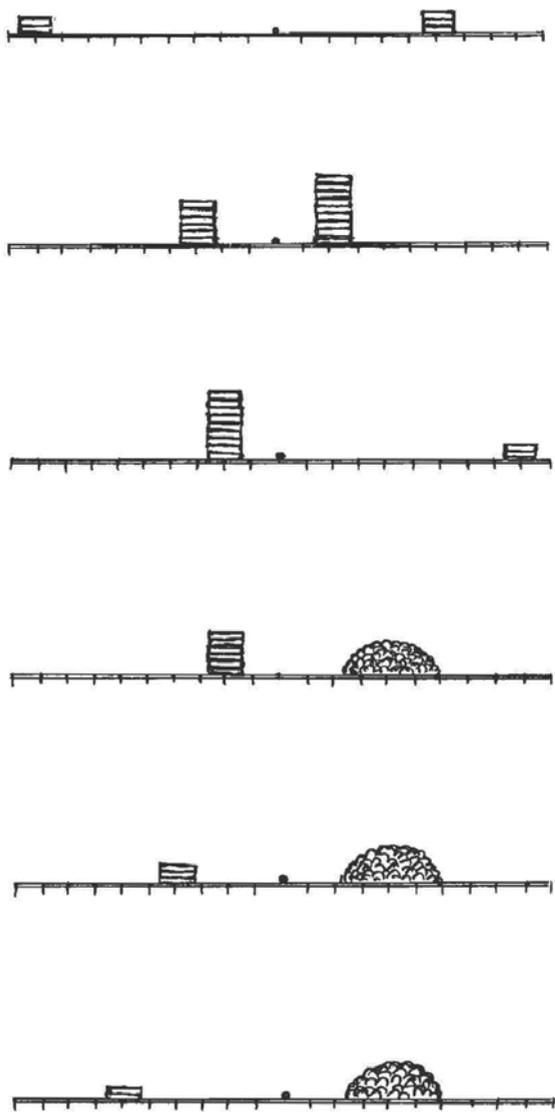


Fig. 5 Equilibri con pesi e distanze discretizzati. Questa variabile, indicata sui libri di Fisica come “momento del peso” ( $M$ ), è definita dal prodotto (Peso x Distanza) e il suo valore dipende, evidentemente, dalle unità di misura scelte per pesi e lunghezze.

Diventa così possibile *vedere* anche la situazione di equilibrio geometricamente non simmetrica come caratterizzata da una *uguaglianza tra* valori della stessa variabile, oltre che da proporzioni o prodotti fra variabili diverse. Quando non sono uguali né i singoli pesi né le distanze, ma c'è equilibrio, sono uguali i valori di  $M$ : sui due bracci,  $M_A =$

altrettante volte se ne deve diminuire (aumentare) la distanza.

Da questi diversi *tipi di esperienza* (cfr. figura 5) è possibile ricavare, per confronto, due *tipi di regola* per caratterizzare ogni equilibrio sperimentale:

\* La relazione tra le variabili relative ai due bracci A e B in equilibrio ha la stessa forma della relazione che lega diverse configurazioni su A, tutte in equilibrio con una stessa configurazione su B: in ogni caso si tratta di una *proporzione omogenea e inversa* tra pesi e distanze.

\* È possibile leggere le stesse situazioni invece che attraverso una proporzione omogenea, i cui termini sono indipendenti dalle unità di misura, attraverso un'*uguaglianza di prodotti tra peso e distanza*, su ogni braccio della tavoletta <sup>4</sup>:

$$P_A \times D_A = P_B \times D_B$$

$$P'_A \times D'_A = P''_A \times D''_A = P_B \times D_B$$

Una volta posta la condizione di equilibrio in questa seconda forma, diventa possibile una sua radicale re-interpretazione: si può cioè vederla come *condizione di uguaglianza fra i valori di una stessa variabile complessa* relativi a ciascuno dei due bracci considerati. (Sui due bracci, l'“effetto del peso” deve essere uguale).

<sup>4</sup> Come abbiamo già detto a proposito di galleggiamento, alla equivalenza algebrica-aritmetica dei due tipi di proporzione non corrisponde una equivalenza intuitiva, né interpretativa.

$M_B$ ; su uno stesso braccio,  $M'_A = M''_A$ . La tavoletta “si accorge” solo del valore di M e non di quelli di P e D.

Per i bambini le difficoltà nascono spesso dal fatto che questa nuova variabile deve essere costruita cognitivamente guardando nella sua globalità le configurazioni del sistema in equilibrio.

Non si tratta cioè, come per il peso specifico, di una variabile complessa costruita a partire da variabili “proprie” a ciascuno dei sotto-sistemi considerati (peso e volume dell’acqua, dell’olio, del ferro...): in questo caso il *momento*, l’effetto del peso, si calcola per ciascuno dei due bracci correlando il peso intrinseco dell’oggetto alla sua posizione contingente sulla tavola; l’uguaglianza tra i due momenti deve essere quindi valutata in relazione alla struttura fisica e geometrica del sistema complessivo. È una conquista difficile ma importante l’accorgersi che qualunque variazione del peso e della distanza introdotta da un lato *deve* venire “convertita” in corrispondente variazione della variabile complessa e che si può ri-formare l’equilibrio solo attraverso una *identica variazione della variabile* dall’altro lato, mentre non è affatto ovvio, neppure percettivamente, che è proprio questa la variazione che si ottiene “per tentativi”, aumentando o diminuendo i pesi o spostandoli più vicino o più lontano.

Ancora, avendo a disposizione solo numeri piccoli per le distanze e i pesi da ciascuno dei due lati, non è neanche tanto semplice accorgersi che la compensazione che si cerca sia proprio di tipo moltiplicativo e non semplicemente additivo. Si vede bene che 4 pesi a distanza 3 sono equilibrati da 3 pesi a distanza 4: ma si può essere indotti a cercare un equilibrio anche con 6 pesi a distanza 1, invece che a distanza 2, se si è letta la situazione precedente come un  $(3 + 4 = 4 + 3)$ . Le cose diventano numericamente più complicate, e operativamente più ambigue, se i numeri sono grandi, mentre i margini di incertezza sempre presenti (quale sarà, poi, il vero “punto di appoggio effettivo”?...) portano talvolta, in situazioni singolari, ad ottenere conferme accettabili anche per “regole” additive. (Del resto pensare che sommare pesi con distanze sia una operazione significativa può accadere anche a ragazzi di scuola media, che pure hanno imparato da tempo che non si possono sommare “farfalle” e “carciofi”).

Una volta individuata come tale la variabile complessa che caratterizza l’equilibrio, ci si può anche aspettare a priori che considerando una situazione  $M_A = M_B$  e una situazione  $M'_A = M'_B$  sia possibile “sommare” le variabili, e le situazioni, da ciascun lato della tavoletta: l’uguaglianza tra le somme,  $M_A + M'_A = M_B + M'_B$  corrisponde allora a una nuova situazione di equilibrio. Il lavoro in classe può così svilupparsi su nuovi percorsi interessanti e vari: per esempio ci si può accorgere in maniera diretta, o si può verificare a partire da M, che è possibile “addizionare” su una unica tavoletta situazioni di equilibrio realizzate su tavolette diverse, ottenendo così configurazioni sempre di equilibrio e sempre più complesse.

Se si cercano regole nelle situazioni, se si costruiscono situazioni in base alle regole, può nascere tra i ragazzi una sorta di competizione per “inventare” casi talmente particolari e complessi che sembrano sfuggire ad ogni verifica, ad ogni formalizzazione, ma ci si accorge che se le regole sono regole “giuste”, benché trovate in situazioni semplicis-

sime sono così generali da poter descrivere anche situazioni che erano state costruite e vissute come casi particolari o strani. (Per esempio, diventa coerente il fatto “naturale” che qualunque peso messo proprio al centro della tavoletta non altera l’equilibrio:  $M = P \times D = P \times 0 = 0$ ; su queste dinamiche di conoscenza si fonda la costruzione del significato stesso dei processi di formalizzazione).

Abbiamo visto che con questo approccio, utilizzando fin dall’inizio distanze prefissate e pesi uguali, si può arrivare abbastanza facilmente ad individuare relazioni di proporzionalità inversa tra pesi e distanze ed eventualmente a costruire la variabile  $M$ . Però la struttura artificialmente discretizzata delle singole variabili in gioco impedisce di dare espressione alla continuità che pure si intravede, percettivamente e cognitivamente, nelle situazioni di equilibrio.

- Se a destra ce ne sono sette a distanza cinque, dove li metto sei a sinistra?
- Non si può fare neanche con otto!
- I sei, bisognerebbe metterli a metà tra il chiodo cinque e il chiodo sei.
- Non proprio a metà, molto più vicino al sei che al cinque.

Anche per bambini di quarta elementare i vincoli concreti e formali del sistema con cui si lavora possono risultare inaccettabili. Ma allora “bisogna ricominciare tutto da capo” e si può esplorare un altro modo di lavorare che anch’esso rivelerà, prima o poi, i suoi limiti.

#### *b) Il continuo della distanza*

Prendiamo ancora pesi tutti uguali (tutti pesanti *uno*), disponendoli però su una tavoletta perfettamente “liscia”, senza né chiodi né tacche. La richiesta più semplice può essere quella di realizzare situazioni di equilibrio mettendo un solo peso da una parte e uno, due, tre, quattro... pesi, raggruppati insieme, dall’altra. Bambini diversi potranno porre il primo peso in posizioni diverse e lo metteranno in equilibrio con uno, due, tre, quattro... pesi, posti dall’altra parte a distanza uguale, metà, un terzo, un quarto... della sua distanza dal centro. Con le mani e con gli occhi, si riesce a fare, ma la relazione non è affatto evidente: perché si tratta sempre di metà, di quarti, di terzi... ma tutti diversi tra loro. Dal confronto tra le varie configurazioni, bisogna prima capire che lavorando in questo modo si può e si deve considerare *uno* la distanza del peso singolo dal centro e che una stessa regola, qualunque essa sia, deve valere per ogni *uno*, anche se i diversi *uni* corrispondono a lunghezze diverse.

È in situazioni di questo genere che i problemi connessi alle strategie generali di gestione del continuo e del discreto si sovrappongono e si intrecciano a quelli che portano a individuare variabili e regole adatte al sistema su cui si lavora. Con pesi uguali e tavolette continue, basta proporre «per tre insieme a destra, dove mettere cinque insieme a sinistra?» per giungere rapidamente a configurazioni che anche ragazzi di scuola media difficilmente sanno interpretare mediante i numeri. Se tre a destra equilibrano cinque a sinistra, allora la distanza a destra deve essere i cinque terzi di quella di sinistra: sembra facile, sapendo già la regola ma i numeri interi *tre* e *cinque*, che *insieme* esprimono la relazione tra le distanze, oltre che quella tra i pesi, sono all’inizio praticamente “invisibili”, sia su una singola tavoletta, sia nel confronto tra diverse tavolette tutte con equilibri fra tre e cinque pesi.

Il vantaggio di avere a che fare con una situazione in cui la continuità della variabile distanza è operativamente e cognitivamente evidente si paga con grandi difficoltà nell'individuare ed esprimere la relazione di proporzionalità in tutti i casi in cui la relazione tra le lunghezze non sia data da un semplice sottomultiplo. Infatti si tratta di mettere in relazione numerica lunghezze che inizialmente *non* vengono misurate e bisogna padroneggiare bene un concetto generale di *volte*, insieme ad un concetto generale di *frazione*, per poter dare anche in questo caso significato ad una constatazione del tipo «il peso a sinistra è di tante volte più grande del peso a destra, di quante volte la distanza a destra è più grande della distanza a sinistra».

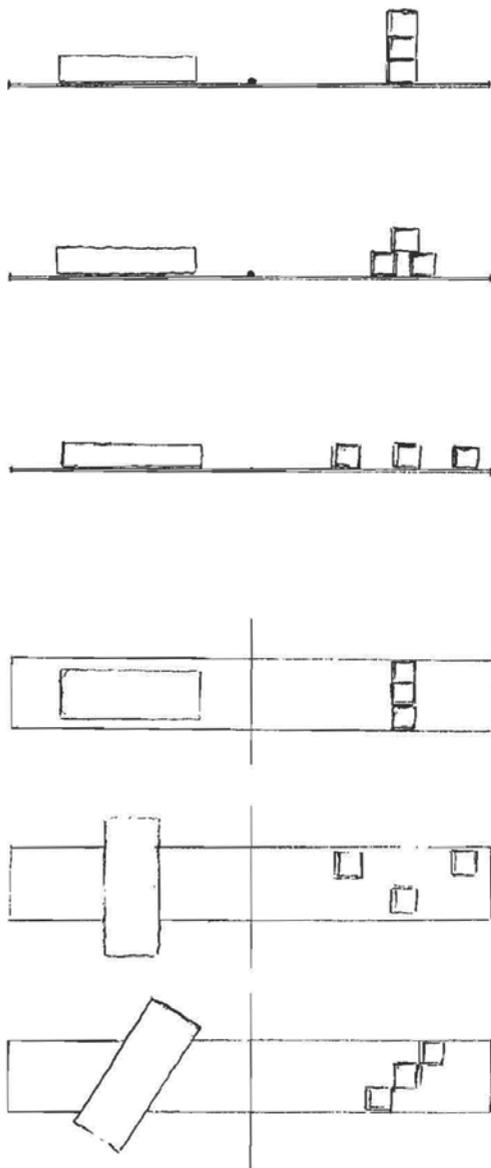


Fig. 6 Simmetrie.

La continuità della tavoletta suggerisce altre possibilità nell'esplorare i comportamenti dell'equilibrio e il confronto tra le varie realizzazioni porta a discutere e a spiegare le ragioni di ogni bambino, a cercare interpretazioni complessive sempre meglio esplicitate. Per esempio, prendiamo una situazione in cui su un braccio due pesi uguali e affiancati alla stessa distanza fanno parte di una configurazione di equilibrio. Cosa succede quando si sposta uno dei due? Come ricostruire l'equilibrio, lavorando sempre sullo stesso braccio della tavoletta? Per qualcuno può essere ovvio, ma per qualcuno può essere difficile da scoprire che "basta" muovere l'altro peso in modo *simmetrico rispetto alla comune distanza originaria* e che questa nuova regola di simmetria vale per qualunque configurazione di equilibrio. Per questo «tre pesi uguali in fila per lungo fanno come tre in fila per largo, o come tre in diagonale, se il loro peso di mezzo resta fermo, e fanno anche come tre uno sull'altro, se sono messi tutti sul peso di mezzo»: sono belle regole, vero? Per esempio si può chiedere di servirsi di un certo numero di pesi uguali per volta: quanti equilibri, e quali, se si possono adoperare soltanto uno, o due, o tre... o cinque pesi in

tutto? Come si possono, di volta in volta, descrivere le distanze? Quali parole sono necessarie, quali significati bisogna dare ai numeri, alle frazioni, alle proporzioni? E si può anche “giocare a tavoletta”, in due persone, ciascuna da una parte, con un ugual numero di pesi: come si risponde a una mossa dell'avversario, per riformare un equilibrio? Come lo si mette in difficoltà? Come lo si costringe a “uscire dalla tavoletta”? Ragionamenti, gesti, conti diventano molto semplici se si è già individuata, magari in situazioni diverse, la variabile *momento*, ma attraverso attività di questo tipo la variabile stessa può essere gradualmente identificata e costruita. Anche questo approccio deve infatti condurre, prima o poi, a trovare numeri da organizzare nella proporzione e quindi nella costruzione della variabile.

Dopo aver fatto esperienza dei fatti, si può decidere di misurare il peso dei pesi e la lunghezza delle distanze: si possono usare i grammi e i centimetri... o quello che appare più opportuno e vedere che comunque le regole non cambiano.

Iniziando con distanze discrete o con distanze continue, il passaggio chiave del capire resta comunque la necessità dell'intreccio formale fra due variabili, peso e distanza, ciascuna percettivamente evidente, ma nessuna delle due adeguata come “causa” per spiegare “l'effetto del peso”. Solo prese insieme, e in una particolare relazione, esse possono definire una nuova variabile, di per sé “invisibile” e “strana” (cosa è il prodotto di un peso per una distanza?), ma resa evidente al di là di ogni dubbio dalla sua stessa efficacia nello “spiegare” in maniera semplice il comportamento di un sistema fisico.

### 5.7. L'equilibrio come “zero”

Come qualunque equilibrio, quello della tavoletta può essere descritto in termini di *continuo annullamento di due azioni di per sé contrastanti*: infatti l'uguaglianza della variabile  $M$  sui due bracci ci garantisce che «di tanto i pesi sul braccio di destra tendono complessivamente a far scendere il braccio stesso, di quanto i pesi sul braccio di sinistra tendono complessivamente -per la rigidità della tavoletta- a farlo salire; e viceversa». A ben vedere, è proprio questa “opposizione equilibrata” a rendere equivalenti fra loro, dal punto di vista dell'equilibrio, tutte le situazioni con  $M_A = M_B$  e tutte equivalenti a quelle con la tavoletta vuota.

(Ovviamente le diverse situazioni in cui  $M_A = M_B$  non sono equivalenti se si considera lo sforzo della tavoletta o il peso che grava sul suo asse. Infatti, dire che per l'equilibrio “niente cambia” purché  $M_A = M_B$  corrisponde ad una radicale schematizzazione: è chiaro che molte cose sono diverse se ci sono 20 kg o 200 kg su ciascun estremo).

Vista in questo modo, una situazione di equilibrio sulla tavoletta può far pensare ad equilibri analoghi: a un bilancio fra debiti e crediti, ad una qualunque delle situazioni che sappiamo descrivere in termini di *numeri relativi*. Assegnando, arbitrariamente, *valore positivo* ad  $M_A$  (dalla parte A) e *valore negativo* a  $M_B$  (dalla parte B) possiamo anche descrivere l'equilibrio fra pesi nella forma

$$+ M_A = - M_B; M_A + M_B = 0$$

Si può dire, a parole, che l' $M$  positivo dalla parte A e l' $M$  negativo dalla parte B, equilibrandosi, si annullano o che l'«effetto del peso» su A rende nullo «l'effetto del

peso» su B. Può valere la pena di ricordare l'argomento di Galileo per "giustificare" la regola di equilibrio della tavoletta: quando la tavoletta sta pari, cioè quando  $(P_A \times D_A) = (P_B \times D_B)$ , si è in una situazione tale che se la tavoletta ruotasse appena un po', di un piccolo angolo, il prodotto «(salita di  $P_A$ )  $\times P_A$ » sarebbe uguale al prodotto «(discesa di  $P_B$ )  $\times P_B$ ».

Ovviamente la relazione  $M_A + M_B = 0$  (per esempio con valore di  $M_B$  negativo) può corrispondere ad assumere come positive le distanze dal centro su un lato, negative le distanze dal centro sull'altro lato e ad affermare che «la tavoletta è in equilibrio se la somma di tutti i pesi moltiplicati per le loro distanze fa in totale zero», cioè se

$P_A \times D_A - P_B \times D_B = 0$  oppure:

$P_{A1} \times D_{A1} + P_{A2} \times D_{A2} + P_{A3} \times D_{A3} + \dots$

$- P_{B1} \times D_{B1} - P_{B2} \times D_{B2} - \dots = 0$

(da ogni lato ci possono essere più pesi a differenti distanze).

Ovviamente si potrebbe anche decidere che sulla tavoletta le distanze su A e su B sono comunque positive, mentre i pesi su B sono "negativi" e quelli su A "positivi": sarebbe sempre  $M_A + M_B = 0$ . (Però se con un eccesso di zelo si dicesse che sia le distanze sia i pesi sono di segno diverso su A e su B si andrebbe nei guai: non basta dire che è "naturale" cambiare segno alle distanze, e non ai pesi...).

Analogamente, il trucco delle distanze positive e negative funziona per descrivere l'equilibrio *solo se* l'origine è posta sull'asse della tavoletta (almeno a questo livello semplice di discorso): di nuovo, non si tratta di una "ovvia" manipolazione algebrica o aritmetica (dopotutto in geometria si impara che l'origine delle coordinate è arbitraria...), ma di *tradurre* con coerenza e con significato proprietà fisiche del sistema che si considera in relazioni all'interno del sistema di formalizzazione usato.

Quando si interpretano situazioni mediante i numeri relativi, d'altra parte occorre fare molta attenzione alle diverse semantiche (ai diversi criteri di interpretazione necessari per legare formule e fatti) che ad essi corrispondono.

Per esempio: 10 kg che si trovano inizialmente a 20 metri sopra il livello del terreno possono, in condizioni opportune, essere usati per sollevare fino al livello del terreno 50 kg che si trovano 4 metri sotto il livello del terreno mentre a loro volta, arrivano al livello del terreno.

In generale:

$\text{peso}_1 \times \text{dislivello}_1 + \text{peso}_2 \times \text{dislivello}_2 = \text{zero}$ .

Per esempio: 10 litri di acqua inizialmente 20 gradi sotto la temperatura ambiente possono, in condizioni opportune, essere usati per raffreddare fino a temperatura ambiente 50 litri di acqua inizialmente 4 gradi sopra la temperatura ambiente mentre, a loro volta, arrivano alla temperatura ambiente. In generale:

$\text{massa d'acqua}_1 \times \text{cambiamento di temp}_1 + \text{massa d'acqua}_2 \times \text{cambiamento di temp}_2 = \text{zero}$ .

(Questi due esempi riguardano due situazioni di *conservazione*, mentre l'uguaglianza  $M_A + M_B = 0$  si riferisce a una situazione di equilibrio).

Per esempio: se vado avanti per mezz'ora a cinquanta chilometri all'ora e indietro per cinque ore a cinque chilometri all'ora, fermandomi magari un'ora a riposare, mi ritrovo al punto di partenza. In generale, per un'andata-e-ritorno:

$\text{velocità}_1 \times \text{tempo}_1 + \text{velocità}_2 \times \text{tempo}_2 = \text{zero}$ . E così via.

Descrivere l'equilibrio come  $M_A + M_B = 0$  ci permette dunque di formalizzare (di mettere-in-forma, matematicamente e concettualmente) una situazione già ben nota in un modo nuovo.

Chiaramente la nuova formalizzazione è "equivalente" alle precedenti dal punto di vista algebrico: purché, però, vengano introdotte nuove, e diverse, ipotesi interpretative sul significato delle variabili e delle relazioni fra variabili che si considerano; purché sia chiara la "logica" e la tecnica dei numeri relativi. In altre parole, si è ancora una volta davanti a un tipico *cambiamento simultaneo* della grammatica, della sintassi e della semantica del sistema di formalizzazione e come tale (cioè con consapevolezza) esso va affrontato, a qualunque livello scolastico.

### 5.8. Strumenti per pesare

Una volta individuati vari criteri per descrivere e per interpretare l'equilibrio sulla tavoletta lavorando con elementi discreti di peso e variazioni continue di distanza; una volta che ci si è resi conto dei diversi modi in cui i numeri possono descrivere quello che succede, si capisce meglio quello che da sempre si fa per definire operativamente, e per misurare, la *variabile peso* associata a un qualunque oggetto. In accordo, ma anche in contrasto, con la sensazione di "sentire pesantezza per non far cadere", *pesare* vuol dire *contare*: si conta il numero di oggetti-unità che, posti in posizione simmetrica rispetto all'oggetto da pesare su un qualunque sistema in equilibrio, lo mantengono "pari" (e *contare* conduce sempre a un numero intero di volte).

Certo, si può pesare anche "a mano": basta trovare, percettivamente, una condizione in cui gli sforzi fatti dalle braccia sono equivalenti e poi contare gli oggetti-unità che danno la stessa sensazione dell'oggetto da pesare. Certo, un qualche tipo di percezione (generalmente visiva) è sempre coinvolta nel definire se il sistema sta o non sta pari, nella condizione in cui si effettua il confronto. Ma è anche importante saper vedere le

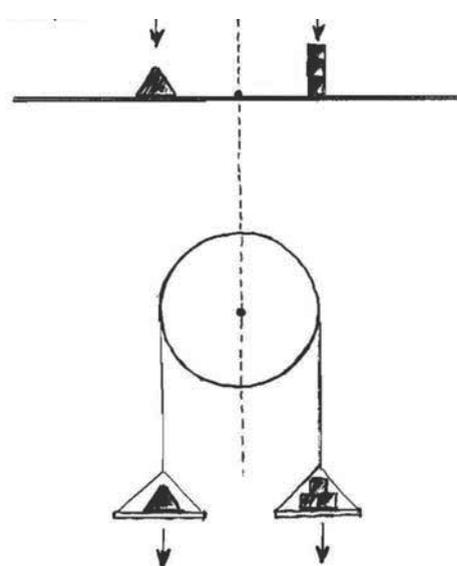


Fig. 7 Contrapposizione tra pesi

differenze e le somiglianze fra confronti manuali e confronti strumentali: per imparare ad ascoltare i bambini nelle loro strategie iniziali di ragionamento e per aiutarli a trovare strade per capire. Se si "pesa" adoperando una carrucola o una tavoletta (cfr. figura 7), il ruolo del sistema simmetrico e rigido interposto tra le due "pesantezze" è proprio quello di rendere possibile la loro reciproca *contrapposizione*: le due variabili-peso sono chiamate uguali quando il loro effetto complessivo sul sistema è nullo.

Quando invece soppesiamo il contenuto di due piatti, mantenendo ferme e alla stessa altezza le nostre mani, facciamo una operazione ben diversa: valutiamo cioè, attraverso la percezione interna, se gli *sforzi* neces-

sari a mantenere i due pesi in situazione simmetrica sono o no uguali. È importante accorgersi di quanto la percezione interna del braccio destro o sinistro possa talvolta essere diversa con uno stesso peso! In questo caso il sistema-corpo interviene con un ruolo assai differente da quello del sistema-tavola o del sistema-carrucola: esercita due sforzi indipendenti, controllandoli separatamente; si “stanca” (cioè consuma energia, cosa che tavola e carrucola non fanno) per tutto il tempo dell’operazione; valuta e confronta continuamente, attraverso strutture di percezione e trasduttori interni, l’entità degli sforzi stessi. Non è mai troppa l’attenzione alle analogie percettive che possono essere alla base dei nostri modi di fare, di dire, di pensare: talvolta davanti a una tavoletta può essere evocata un’immagine che si riferisce a un’*asta flessibile bloccata* al suo centro, piuttosto che a un’*asta rigida libera* di oscillarvi intorno. Con pesi uguali a distanze uguali anche la flessione dell’asta sarebbe simmetrica e quindi anche questo sistema potrebbe essere usato come intermediario tra pesi per giudicarne l’equivalenza. Le “regole” di un equilibrio di questo genere non hanno nulla a che fare con quelle di una carrucola o di una tavoletta rigida (semmai assomigliano un po’ di più a quelle del soppesare a mano): a differenza di quanto succede per le tavolette oscillanti e per la carrucola, le due metà del sistema bloccato al centro funzionano infatti in maniera indipendente l’una dall’altra. È allora come “pesare più volte” con una sola asticciola flessibile bloccata a un estremo, ma in questo caso è necessario disporre di un efficace sistema di memoria per confrontare situazioni diverse, per esempio è necessario un “indice” e una “scala” (cfr. figura 8). (D’altra parte anche il sistema-uomo ha memoria e può confrontare tra loro pesi diversi soppesati uno alla volta: molti adulti sanno valutare pesi da qualche decina di grammi a qualche decina di chilogrammi con buona approssimazione).

Così dalla scelta di un sistema per eseguire i confronti e dalla constatazione che i confronti danno lo stesso risultato anche cambiando sistema, nasce la costruzione (storica e cognitiva) dello *strumento per pesare*. In ogni caso la sua garanzia di buon funzionamento, cioè la sua capacità di dichiarare uguali pesi uguali e diversi pesi diversi,

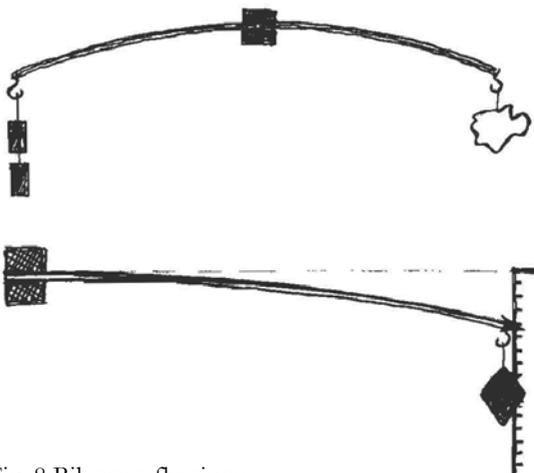


Fig. 8 Bilance a flessione.

si basa sostanzialmente sulla interpretazione della configurazione che gli oggetti da confrontare assumono rispetto al sistema-strumento. (Il percorso logico per arrivare a gestire strumenti per pesare non simmetrici, per esempio le molle in base a cui funzionano molte bilance, è molto diverso da quello che parte dall’equilibrio tra pesi: sostanzialmente analogo a quello che sarebbe necessario per capire come funziona un’asta flessibile).

## 5.9. Osservazioni sul peso

È importante fermarsi ancora un attimo a riflettere sul significato della “definizione operativa” che sappiamo dare per la variabile peso: al di là dell’ovvietà connessa all’uso comune del pesare, si tratta di una operazione cognitiva profondamente astratta.

Se si appendono due grappoli identici, ciascuno di 13 dadi, in posizione simmetrica ai due lati di un’asta in equilibrio, ci si aspetta che l’equilibrio non sia modificato: non si vede perché non dovrebbe mantenersi, visto che da ogni lato “tutto è uguale”. Anche se la forma dei due grappoli di dadi non è la stessa, si scopre ben presto che purché il punto di sospensione sia definito allo stesso modo, l’effetto del grappolo non dipende neppure dalla sua configurazione.

Lavorando con i bambini, sia con sistemi appoggiati a un sostegno (le tavolette) sia con sistemi sospesi (aste o carrucole), bisogna indirizzare l’attenzione su somiglianze e differenze tra diverse situazioni, dove sono le simmetrie... chi regge il peso complessivo... essere spinti da sopra è come essere tirati da sotto... c’è un punto in cui mettere un solo peso senza che l’equilibrio si sposti.

Ora appendiamo un pollo a un lato dell’asta e un grappolo di tredici dadi, simmetricamente, dall’altro lato. La bilancia sta pari: dunque, vuol dire che “l’effetto” del pollo è uguale (equivalente) all’“effetto” dei tredici dadi. Certo, è ben difficile immaginare cosa possono avere in comune, di uguale o di equivalente, due sistemi così ovviamente diversi. Eppure a partire dall’evidenza percettiva che, più o meno, la “pesantezza” dei due oggetti è la stessa e basandoci sull’evidenza dell’equilibrio dell’asta, siamo culturalmente guidati a parlare, pensare, agire, come se fosse perfettamente chiaro cosa significa che «il peso del pollo e dei dadi è lo stesso». Siamo cioè portati dalla cultura in cui viviamo ad attribuire ad ogni sistema una “proprietà-peso” capace di manifestarsi in maniera invariante in determinate situazioni; capace di far sì che un pollo oppure tredici dadi, una volta rinchiusi in un recipiente ermetico continuino *sempre* a pesare lo stesso e ad essere equivalenti, sia per le nostre mani sia per una qualunque bilancia. Ma accorgersi che la *variabile peso* è una variabile sempre e comunque *conservata* (per esempio, durante le trasformazioni chimiche), in diretta corrispondenza alla conservazione della quantità di materia, non è stata una conquista agevole per la storia della cultura (solo da un paio di secoli ci si è abituati all’idea e alle sue implicazioni); come non è una conquista agevole per la storia della conoscenza che cresce in ogni bambino. Non ci sono, in effetti, motivi a priori o motivi “logici”, perché, per esempio, una proprietà come il *peso* si conservi sciogliendo un materiale solido nell’acqua, mentre un’altra proprietà come la *durezza* sparisca. È così perché è così; le stesse regole della logica valgono in quanto il mondo è quello che è. Ricordiamo, quando riflettiamo sui fatti e quando ne parliamo con i bambini, che le variabili (tutte, anche quelle più “scientifiche”) altro non sono che aspetti dei modi di essere delle cose, evocate dai nostri modi di guardarle e di interagirvi: quindi sono sempre profondamente intrecciate l’una all’altra, profondamente dipendenti dal significato d’insieme che attribuiamo ai fenomeni. Ci possono essere, così, significati di realtà anche per una frase da bambino palesamente non “vera”: «Quando lo zucchero si scioglie nell’acqua il peso dello zucchero sparisce». Per esempio il fatto che, una volta sciolto nell’acqua, lo

zucchero misteriosamente non va più a fondo: l'andare a fondo è una caratteristica normalmente connessa all'essere pesante. E così via.

Gli oggetti-unità-da-ripetere su cui si basa la misura di peso potrebbero essere gocce d'acqua, tappi di sughero o chiodi di ferro. Oppure, semplicemente, le nostre unità potrebbero essere i "pesi campione", di ferro o di ottone, a cui siamo abituati o i loro sottomultipli (cfr. il precedente capitolo sulla misura).

Così il processo naturale di formazione delle gocce, come quello tecnologico di fabbricazione degli oggetti, ci garantiscono uguaglianza e uniformità; d'altra parte il processo logico della misura di peso *assume*, come abbiamo visto, che due oggetti uguali presi insieme pesino comunque il doppio di uno... Ma è anche possibile scegliere unità di peso attraverso lo spazio occupato da quantità spazialmente definite di un materiale continuo: per esempio, un *litro* di acqua (un decimetro cubo, mille centimetri cubi,) è scelto, nel nostro sistema di unità, come oggetto-campione a cui si assegna peso *un chilo* (mille grammi). In questo modo le due variabili fondamentali che corrispondono ai due modi percettivi normalmente usati per valutare la quantità -il volume, il peso- vengono legate tra di loro attraverso un materiale standard e rese, in questo modo, più facilmente valutabili, controllabili, riproducibili, calcolabili. Quantità secondo volume (quanto spazio è occupato) e quantità secondo peso (quanta forza serve per non lasciar cadere) sono infatti due modi di guardare-percepire che proprio attraverso le loro definizioni operative vengono precisati e formalizzati come variabili indipendenti. Al tempo stesso, attraverso la scelta di unità di misura riferite a un materiale fisso e comune, le variabili peso e volume vengono reciprocamente collegate, quasi esplicitando l'intuizione che le vede come due diverse "forme" di una unica variabile, la "quantità di materia" racchiusa in uno spazio definito. Questa scelta è pratica e conveniente: basta infatti ricordarsi (conservare il campione) di quanto è lungo un centimetro per poter costruire e avere facilmente a disposizione, insieme all'unità di lunghezza, anche quelle di volume e di peso, usando l'acqua come materiale di riferimento.

Questa riflessione non rappresenta una raffinatezza scientifica o tecnologica, ma corrisponde da sempre a esigenze cognitive e pratiche: gli antichi cinesi usavano unità di misura per volume e per peso legate tra loro attraverso una stessa quantità di materiale-riso; altre civiltà contadine facevano lo stesso a partire dal materiale-olio o grano... E così via.

### **5.10. Effetto del volume - effetto del peso**

Al di là dei problemi di unità di misura, l'esistenza di una doppia modalità percettiva, operativa, cognitiva, per valutare la quantità di materia -quindi l'esistenza di due *variabili correlate*- è una caratteristica importante che connette i modi di essere delle cose ai nostri modi di interpretarle. Così, dopo aver capito come funziona la tavoletta-bilancia equilibrandola con numeri interi di oggetti discreti e con variazioni continue delle loro distanze, vale la pena di domandarsi cosa succede se ci si mette a "giocare ad equilibrio" adoperando un materiale continuo. Per esempio, un liquido (acqua, alcool, olio, miele... glicerina... mercurio); per esempio, un solido plastico (pongo, creta...); per

esempio, parti più o meno grandi di materiale solido (pezzetti di ferro, ghiaia, biglie di vetro, sabbia...) valutato però non in base ad un numero intero di parti uguali, ma in base ad una delle due variabili continue (peso totale, volume totale) attraverso cui ogni materiale può essere caratterizzato per quantità.

Se il materiale è incoerente, occorre un recipiente: per tenerlo insieme, per valutarne la quantità, per precisare, attraverso il modo di appendere o di appoggiare il recipiente stesso, la distanza effettiva su ciascun braccio. D'altra parte, è importante ricordarsi che uno stesso peso di recipiente ha sull'equilibrio complessivo un effetto diverso a seconda della sua posizione: forse è anche inutile, allora, cercare recipienti di peso uguale da usare sui due bracci, perché comunque in posizioni diverse il loro contributo non si annulla; mentre è utile saper valutare, per ognuno di essi, l'effetto sugli equilibri. Per ogni misura, allora, il recipiente può essere definito da una *quantità equivalente* del



Fig. 9 L'equivalente in acqua di un recipiente.

liquido (o del materiale) che si sta usando: cioè da quella quantità che, ad ogni distanza, *fa come* il peso del recipiente. Così se si lavora con acqua si può trovare la quantità di acqua (per esempio in centimetri cubi) equivalente al contenitore; se si lavora con pallini di piombo, esso sarà equivalente a un certo numero di pallini (cfr. figura 9).

Di questa valutazione bisognerà poi tener conto ogni volta che si parlerà della “quantità del materiale” che determina l'equilibrio: ricordando che essa *deve* comprendere, esplicitamente, anche il contributo del contenitore. Sarà bene cercare recipienti capaci di contenere pesi adatti alla sensibilità della tavoletta: non troppo alti per non renderla instabile e, per rendere piccoli gli errori percentuali di misura, di peso molto inferiore a quello delle quantità di materiale che si vogliono misurare.

Lavorando con lo *stesso* materiale -per esempio acqua- su ambedue i bracci, la situazione in cui ci si trova non è sostanzialmente diversa da quelle esaminate precedentemente con oggetti discreti e distanze discrete o continue. Si può così cominciare trattando l'acqua misurata in unità di volume come si trattavano gli oggetti uguali e allora, superato il problema del recipiente, si potrà vedere che i contenuti di cinque bottigliette (o ditali... o tazzine...) di acqua messi insieme staranno in equilibrio a distanza tre dal centro con i contenuti di tre bottigliette di acqua a distanza cinque. (Dopotutto, anche i dadi di ferro o i cubi di legno erano uguali sia per peso che per volume). Se i recipienti sono uguali e cilindrici, si possono poi misurare direttamente le altezze dei livelli invece di misurare i volumi per esempio travasandoli in recipienti graduati e mettere quantità di acqua doppie o triple secondo opportune misure di lunghezza.

In alternativa, se volessimo iniziare da capo con materiali continui tutto il processo della ricerca e rappresentazione dell'equilibrio, si potrebbero discretizzare arbitrariamente, per prime, le distanze (piantando chiodi a distanze uguali o usando aste forate).

Allora si vedrà che i volumi (quindi i pesi) di acqua necessari a costruire tutti i possibili equilibri staranno sempre fra loro come i rapporti inversi delle loro distanze. Se poi a distanza di tre gomme si saranno messe sei tazzine di acqua, a distanza di cinque gomme ci vorranno più di tre tazzine, e meno di quattro. È un problema già incontrato con i materiali discreti: ma ora, con l'acqua, sarà facile ottenere l'equilibrio attraverso l'aggiungere e il togliere: un pochino, ancora un po', una goccia sola... ora è troppo da questa parte..., cioè con variazioni quasi continue della quantità di liquido. Un procedimento del genere con i dadi di ferro era ovviamente impossibile. Una volta trovato l'equilibrio, bisognerà poi misurare l'acqua ("contarla", dicono i bambini): *in unità di volume abbastanza piccole* da poter scoprire che, anche in questo caso, la legge della proporzione è sempre (abbastanza) ben soddisfatta:

\* 5 gomme: 3 gomme  $\cong$  302 centimetri cubi: 181 centimetri cubi

\* 5 gomme: 3 gomme  $\cong$  22 bottigliette: 13 bottigliette

e così via. Se il materiale con cui si lavora è quasi-continuo, cioè costituito da pezzetti disuguali di ferro, da ghiaia, da palline di vetro, da lenticchie o da sabbia, sarà sempre possibile risalire al suo volume "vero" immergendolo in acqua.

Comunque è divertente accorgersi che con la sabbia o con il riso o con le lenticchie si possono facilmente valutare volumi uguali o doppi o tripli, quasi come con l'acqua che costituisce un vero materiale continuo, mentre è più difficile farlo se si cerca di usare come materiale continuo palline di vetro. In questo caso viene quasi istintivo contare le palline: trovando che in uno stesso materiale *l'effetto del numero, l'effetto del peso e l'effetto del volume* vanno a determinare l'equilibrio secondo le stesse regole: tre biglie a distanza cinque... e si ritorna a situazioni discrete.

Doppio della quantità, metà della distanza: se le quantità sono valutate attraverso volumi di uno stesso materiale, la regola per gli equilibri coinvolge soltanto rapporti spaziali (spazio di volumi, spazio di altezze, spazio di distanze), organizzati secondo numeri di "volte".

A volte si incontrano problemi di procedura che si riflettono anche pesantemente sul processo di formalizzazione.

Da un lato l'esperienza non offre ben chiara la distinzione tra materiale continuo e materiale discreto. A rigore, solo un liquido è fenomenologicamente continuo. Anche la sabbia lo è, in pratica, sia in peso che in volume (si possono fare variazioni "piccole quanto si vuole"); anche il riso può, a molti effetti, essere trattato come continuo, con peso e volume che entrambi possono variare di quantità piccole a piacere. Ma per il riso, come per la ghiaia o la sabbia, si pone il problema dell'"aria che sta in mezzo". Lo spazio occupato dalla ghiaia in un barattolo non è, chiaramente, il "volume" della ghiaia: tanto è vero che lo spazio "vuoto" fra i sassolini può essere riempito (e misurato!) usando dell'acqua. Meno ovvio è accorgersi di *quanto spazio* resta vuoto fra i grani di sabbia o fra quelli di riso; meno ovvio ancora arrivare a scoprire o a decidere, che «d'aria che sta in mezzo» non ha effetto misurabile sul peso (cfr. quanto detto nel Capitolo 4 sul peso dell'aria). Addirittura può riuscire praticamente impossibile valutare, servendosi dell'acqua o di qualche altro liquido, quanto spazio "vuoto" c'è fra i granelli di zucchero (magari quello a zollette!), o fra le particelle di farina. Tanto vale,

allora, rinunciare al “volume vero” dei sassi della ghiaia, dei grani della sabbia o di quelli dello zucchero, e trattare (finché va bene...) la ghiaia e la sabbia e lo zucchero *come se* fossero un materiale continuo: confondendo deliberatamente lo *spazio occupato* con lo *spazio ingombro*.

Quello che non va fatto, però, è far finta che questi non siano problemi seri: come se per i bambini fosse ovvio superarli, implicitamente e spontaneamente; peggio, come se i bambini non fossero in grado di vederli e di porsi sempre un po' più di quanto pensiamo.

D'altra parte, nel momento in cui si “trascrivono” situazioni concrete in relazioni di uguaglianza tra i numeri, bisogna abituarsi (e abituare) a “vedere” tali relazioni sempre come approssimate (è questo il senso del segno  $\cong$  usato più sopra). Si tratta di un discorso profondo e di validità generale: *solo* attraverso una lunga *pratica* di adattare i numeri ai fatti, e viceversa, si può arrivare (e far arrivare) a considerare soddisfacenti delle relazioni di equilibrio del tipo:

$$5:3 \cong 302:181 \cong 22:13$$

anche se qualunque bambino, specialmente se dotato di “macchinetta”, può constatare facilmente che 1,6666666 è diverso da 1,6685082, e da 1,6923076. E allora? Cosa vuol dire che la fisica si esprime in linguaggio matematico? Cosa vuol dire che la matematica non tollera approssimazioni? Forse sarebbe bene chiarirsi, noi per primi, le idee; comunque è essenziale ricordare che nessuna “regola” può mai essere dedotta (o inferita) da una sola situazione, anche se in apparenza perfettamente descritta dalla regola stessa; mentre tutte le regole si costruiscono sulla base di tante e tante relazioni di uguaglianza approssimate, confrontando situazioni lievemente discrepanti le une dalle altre: con l'intesa che regole e leggi non descrivono mai la realtà, ma sempre soltanto una sua schematizzazione adeguata al contesto in cui ci si trova.

### 5.11. Equilibri tra volumi

Cosa succede ora se si appoggiano ai due lati della tavoletta due quantità di materiali continui diversi tra loro? In base a quanto abbiamo detto finora, come in base ad esperienze comuni, ci si può ben aspettare che pesi e distanze, misurati in modo opportuno, continuino a soddisfare la relazione di equilibrio:  $P_A \times D_A = P_B \times D_B$  (p. es. con misure in grammi e centimetri);  $P_A : P_B = D_B : D_A$  (p. es. esprimendo i rapporti in *volte*). *Se ci si aspetta* qualcosa di questo genere è abbastanza facile, *scegliendo* situazioni opportunamente semplici e *misurando* pesi e distanze in funzione del tipo di relazione che si ha in mente, *verificare* che proprio questo è quello che succede. Ma non è detto che sia ovvio prendere immediatamente questa strada; certamente si può suggerire ai ragazzi di percorrerne una alternativa. Perché non provare ad equilibrare sulle tavolette materiali diversi valutandone le rispettive quantità direttamente in unità di volume? Si possono trovare equilibri tra volumi diversi di materiali diversi a distanze diverse, provando finché non ci si riesce: ma presto si scopre che, così, è ben difficile formalizzare una regola che leghi fra loro differenti situazioni di equilibrio. Infatti succede, per esempio, che una certa quantità in volume di acqua sta in equilibrio con una stessa quantità in volume di pallini di piombo ad una distanza ben strana: l'acqua

è “lontanissima” rispetto al piombo. Se si vogliono mettere acqua e piombini alla stessa distanza, bisogna allora rendere diversi i volumi e l’acqua risulta “moltissima” rispetto al piombo. Ma, si potrebbe dire, è ovvio che il piombo è “troppo” diverso dall’acqua! Con materiali meno “diversi”, per esempio con acqua e olio, si vede allora che se i volumi sono uguali, l’acqua è di poco più vicina; e se le distanze sono uguali, l’acqua è di poco di meno.

D’altra parte si può scoprire gradualmente che anche in una situazione caratterizzata dalla diversità dei materiali valgono alcune delle regole di sempre: se si raddoppia il volume da una parte, si deve dimezzare la sua distanza, oppure raddoppiare l’altro volume, oppure dimezzare l’altra distanza. Continuano cioè a valere regole di proporzionalità per prevedere, *data* una situazione di equilibrio, le condizioni di un’altra, mentre non è affatto evidente il modo in cui impostare una relazione numerica fra volumi e distanze per arrivare a relazioni di uguaglianza analoghe a quelle relative a materiali omogenei tra loro. È necessario costruire molte situazioni di equilibrio, esplicitando sempre meglio le strategie di ragionamento per “volte”: forse si riuscirà così a mettere in evidenza un preciso *numero*, quasi mai intero, che indica *quante volte l’acqua deve stare più lontana rispetto a un ugual volume di ferro* (e facendo questo si assume *uno* la distanza del ferro); accorgendosi poi che *lo stesso numero* indica di *quanto il volume d’acqua è di più del volume di ferro, quando le distanze sono uguali* (e in questo caso è *uno* il volume del ferro). Un numero diverso *correggerà* il volume, e la distanza, dell’olio nei confronti dell’acqua.

Si trova cioè *un numero* caratteristico per ogni *coppia di materiali* che sono messi in equilibrio per volume (sia che i volumi siano uguali sia che siano diversi).

L’uguaglianza della variabile “effetto del volume”, che per materiali uguali è espressa come:

$$V_A \times D_A = V_B \times D_B$$

diventa, per materiali diversi, (materiale A sul braccio A, materiale B sul braccio B):

$$V_A \times D_A = V_B \times D_B \times F$$

Il numero *F* si riferisce dunque a una *caratteristica del materiale B nei confronti del materiale A* (in questo caso del ferro nei confronti dell’acqua). Si può vedere che, mettendo l’acqua dal lato A e l’olio dal lato B, *F* deve essere circa 0,9. Questo significa che se i volumi sono uguali, perché *l’equilibrio* sia descritto da una *uguaglianza fra numeri* bisogna che la distanza trovata per l’olio sia *corretta da F* (cioè trasformata in una “distanza efficace” più piccola di quella vera); se le distanze sono uguali, bisogna che il volume trovato per l’olio sia corretto da *F* (cioè trasformato in un “volume efficace” più piccolo di quello vero). Ci sono infinite altre possibili combinazioni di distanza e volume che, complessivamente corrette con *F*, possono corrispondere ad equilibri descritti da una uguaglianza: la scelta di correggere il solo volume o la sola distanza, è chiaramente convenzionale: *quella che viene comunemente corretta è la variabile prodotto*.

Una uguaglianza sotto forma di prodotti equivale a una uguaglianza sotto forma di rapporti, perciò possiamo anche scrivere, in forma di proporzione:

$$D_A : D_B = (V_B : V_A) \times F_{BA}$$

(scrivendo  $F$  come  $F_{BA}$  si vuole mettere in evidenza che esso dipende da entrambi i materiali).

Con i ragazzi, per comprendere meglio il significato di queste relazioni si può cominciare a lavorare su equilibri a distanze uguali: in questo modo è immediato trovare il fattore  $F_{BA}$  che rende uguale ad uno il rapporto tra i volumi per questo tipo di equilibrio. Generalizzando, si vede che per rappresentare l'equilibrio di qualunque coppia di materiali a qualunque distanza bisogna applicare un fattore costante di correzione al rapporto tra i volumi di A e di B, in modo da farlo diventare uguale al rapporto inverso fra le loro distanze. (In tutto questo, è ovviamente arbitrario scegliere per quale dei due materiali si corregge il volume o la distanza: invece di moltiplicare per  $F$  la distanza del ferro a volumi uguali, si potrebbe dividere per  $F$  la distanza dell'acqua... e così via).

In altre parole, *tutto sembra andare come se*:

- il volume non fosse una variabile “naturalmente giusta” per confrontare equilibri fra sostanze diverse (mentre appare essere altrettanto giusto del peso per equilibri fra sostanze omogenee tra loro);

- tale “anomalia” potesse essere compensata attraverso *un* numero caratteristico dei *due* materiali confrontati, indipendente dalle loro quantità: un numero quindi di tipo nuovo rispetto a quelli finora usati per descrivere l'equilibrio, tutti legati al numero di volte in cui una certa quantità veniva considerata.

## 5.12. La strategia dei fattori di correzione

Una volta che ci si trovi a cercare regole di equilibrio con materiali continui su tavolette continue, si possono imboccare due strade, convergenti anche se all'inizio apparentemente diverse. È opportuno ricordare ancora che con questa discussione non si vuole suggerire un itinerario didattico determinato, ma sollecitare una consapevolezza che secondo noi è necessaria a guidare qualunque percorso di conoscenza. In particolare, nel problema del “continuo” e delle variabili continue ci si può imbattere a qualunque livello scolastico, dal primo ciclo elementare fino a ben oltre la scuola media: le strategie per superarlo con i ragazzi non possono che essere via via diverse.

Si può cominciare decidendo di scegliere un certo materiale come materiale di riferimento, per esempio l'acqua (A) e caratterizzare qualunque altro materiale (B) attraverso il numero  $F_B$  che esprime di quante volte un volume reale di quel materiale deve essere moltiplicato per renderlo “equivalente agli effetti dell'equilibrio” ad un volume di acqua:

$$D_A : D_B = (V_B \times F_B) : V_A$$

oppure:

$$V_A \times D_A = (V_B \times F_B) \times D_B$$

E si può trovare, attraverso l'esperienza, che approssimativamente  $F$  (olio) = 0,92;  $F$  (ferro) = 7,8;  $F$  (vetro) = 2,6;  $F$  (alcool) = 0,79 etc.

Se ora si vuole trovare il numero che lega tra loro, per l'equilibrio, i volumi di due materiali diversi dall'acqua, non è necessario cercarlo di nuovo attraverso l'esperienza diretta, certamente si può fare, per conferma e per divertimento: per constatare che

“tutto funziona”. Infatti basta ricordarsi che ciascuno dei due materiali *potrebbe* essere in equilibrio con acqua sull’altro braccio; in altre parole basta ricordarsi che la variabile giusta per descrivere l’equilibrio è comunque un “effetto del volume, corretto nei confronti dell’acqua”.

Si può quindi scrivere:

$$(V_B \times F_B) \times D_B = (V_C \times F_C) \times D_C$$

oppure:

$$D_B : D_C = (V_C \times F_C) : (V_B \times F_B) = (V_C : V_B) \times (F_C : F_B) = (V_C : V_B) \times F_{CB}$$

Si vede cioè che il numero caratteristico della coppia di materiali,  $F_{CB}$ , che serve a correggere il rapporto  $V_C : V_B$ , corrisponde al rapporto fra i numeri che correggono separatamente il volume di ciascuno dei due materiali, quando questi si trovano in equilibrio con l’acqua. Quindi scegliere un materiale (A, acqua) come riferimento significa ovviamente assumere che il suo fattore correttivo valga *uno*:

$$D_A : D_B = (V_B \times F_B) : (V_A \times 1)$$

Un approccio alternativo può essere invece quello di esaminare direttamente e sistematicamente i “numeri correttivi” che si ottengono per varie coppie di materiali diversi. Supponiamo per esempio di scegliere tre materiali, acqua (A), alcool (B), vetro (C): tutte le condizioni di equilibrio che possiamo realizzare saranno così descritte da tre relazioni:

$$D_A : D_B = (V_B : V_A) \times F_{BA} \quad \text{con } F_{BA} = 0,79$$

$$D_A : D_C = (V_C : V_A) \times F_{CA} \quad \text{con } F_{CA} = 2,6$$

$$D_B : D_C = (V_C : V_B) \times F_{CB} \quad \text{con } F_{CB} = 3,3$$

Per la simmetria stessa che caratterizza queste relazioni, diventa subito evidente una *prima proprietà* dei numeri correttivi  $F$ .

$$D_B : D_A = (V_A : V_B) \times F_{AB} \quad \text{con } F_{AB} = 1 : F_{BA}$$

analogamente:

$$F_{AC} = 1 : F_{CA}$$

$$F_{BC} = 1 : F_{CB}$$

Una *seconda proprietà* dei numeri  $F$  può essere trovata notando che essi appaiono legati tra loro, infatti:

$$F_{BA} \times F_{CB} = F_{CA}$$

oppure

$$F_{CA} : F_{CB} = F_{BA}$$

$$F_{CA} : F_{BA} = F_{CB}$$

Naturalmente potrebbe trattarsi di un caso, ma se si prende qualche altra terna di materiali, per esempio ferro (A), olio (B) e glicerina (C), si vede che certamente di un caso non si tratta:

$$F_{BA} = 10; F_{CA} = 6,0; F_{CB} = 0,60;$$

$$F_{BA} \times F_{CB} = F_{CA}$$

Ora se si ha un po’ di dimestichezza con le frazioni, i numeri decimali e l’algebra elementare si può “vedere” direttamente che le due proprietà dei numeri  $F$  finora trovate portano a interpretare i numeri stessi *ciascuno come rapporto di due numeri, riferiti*

*separatamente ad ogni materiale.* In altre parole, le proprietà dei numeri  $F$  ci suggeriscono di scrivere la relazione di equilibrio nella forma

$D_B : D_A = (V_A \times F_A) : (V_B \times F_B)$   
interpretando  $F_{AB} = F_A : F_B$  etc.

### 5.13. Ancora il peso specifico

Il fatto che i numeri  $F$  compaiono nelle relazioni di equilibrio sempre e soltanto sotto forma di rapporti reciproci ci mostra che, *agli effetti dell'equilibrio*, possono tutti essere moltiplicati o divisi per uno stesso numero: in altre parole è possibile (è inevitabile) scegliere uguale ad *uno* uno di tali numeri (p. es. quello relativo all'acqua) e determinare i valori di tutti gli altri di conseguenza.

Possiamo così *ordinare i materiali* esistenti, o pensabili, secondo il valore del loro  $F$  (assumendo per esempio  $F$ (acqua) uguale ad uno) e definire in questo modo una *variabile caratteristica del materiale*. Chiaramente, si tratterà di una variabile *intensiva, non legata alla quantità e operativamente definita*, in quanto il suo valore per ogni materiale è facilmente determinabile per confronto con l'acqua. La variabile  $F$ , dunque, ci dice *quanto il volume di un materiale è efficace nel determinare l'equilibrio*: assumendo un materiale di riferimento (p. es. l'acqua) gli altri materiali saranno più "efficaci" dell'acqua a parità di volume (il mercurio di 13,6 volte, il rame di 8,9 volte, l'alluminio di 2,7 volte...) o meno "efficaci" (l'olio di 0,92 volte, l'alcool di 0,79 volte, il legno di balsa di 0,12 volte...).

D'altra parte sappiamo già che la variabile *peso* è una variabile di per sé "giusta" per determinare l'equilibrio: quindi se moltiplichiamo la variabile *volume* (estensiva) per la variabile  $F$  (intensiva), dobbiamo ottenere una variabile *equivalente agli effetti dell'equilibrio* alla variabile estensiva *peso*. Analogamente, se facciamo il rapporto fra la variabile *peso* (misurata nelle sue unità) e la variabile *volume* (misurata nelle sue unità) otteniamo una variabile intensiva equivalente alla variabile  $F$ : quella che "corregge" il volume per renderlo adatto a determinare equilibri secondo una regola di proporzione con le distanze. Il fatto che la variabile  $F$  intervenga negli equilibri solo attraverso rapporti sottolinea ancora che *per quanto riguarda l'equilibrio, qualunque scelta di unità di misura per pesi e lunghezze non altera la descrizione dei fatti*.

Ovviamente, dirà qualcuno, la variabile  $F$  non è altro che il peso specifico: perché dunque farla tanto lunga?

Abbiamo già detto che non è affatto ovvio a priori che fenomenologie diverse come galleggiare e stare in equilibrio siano descrivibili con la stessa variabile complessa: addirittura si prestino a definirla, per strade diverse, in modo equivalente. Da un lato è importante trovare *a partire dai fatti* i modi adatti a descriverli: accorgersi che il "peso specifico" non è un artificio matematico (come spesso programmi e testi lasciano credere), ma qualcosa che descrive la natura di ogni materiale, la sua "efficacia di azione" in contesti diversi sia che si tratti di galleggiamento sia che si tratti di equilibrare una tavoletta. Dall'altro, a posteriori, vale la pena di accorgersi che "così doveva essere": basta ricordare il modello a contrappesi che, abbiamo visto, descrive bene il galleggiamento, per vedere che nelle due situazioni stiamo sempre cercando condizioni di bilanciamento ed equilibrio fra pesi determinati attraverso i loro volumi. Una volta

l'intermediario per il confronto è l'equilibrio della tavoletta, un'altra è il galleggiare dell'uno sull'altro. È significativo che le due descrizioni possano essere fatte usando le stesse variabili. Ma, allora, cosa possiamo o dobbiamo pensare che ci sia dentro il materiale per poter descrivere in questo modo comportamenti che osserviamo "da fuori"?

E così che si aprono le strade nuove: per capire che ci sono, ancora, delle cose nuove da capire.

*Da una discussione in classe IV elementare; Sc. El. Città Pestalozzi-Firenze; Ins. Carla Grazzini Hoffmann (anno 1974-75)*

«È come un camion pieno di scatole da scarpe, tutte uguali: quando è pieno, è pieno e si vede il pacco di scatole compatto. Ma se le scatole sono vuote, il camion pesa poco; se in ogni scatola ci sono le scarpe, pesa di più; se in ogni scatola ci sono bulloni di ferro...; se in certe scatole ci sono bulloni, e in altre scatole c'è segatura... Così succede per i "pezzi fini" che stanno dentro le cose: possono essere messi più o meno fitti (come in scatole grandi... come in scatole piccole...); e se stanno più fitti, cioè se le scatole sono più piccole, il peso è di più anche se il camion è sempre pieno uguale; ma possono anche essere, proprio loro, i pezzi, di tipo diverso, più pesanti o più leggeri... e anche se stanno in scatole uguali e occupano lo stesso posto, se sono più pesanti il camion pesa di più...

E allora ci sono due cose che servono per sapere se le cose poi sembrano pesanti o sembrano leggere: sapere se i pezzi fini sono impaccati più stretti o più larghi e sapere se i pezzi fini sono, proprio loro, più pesanti o più leggeri. Guardando solo da fuori, come quando guardiamo il camion tutto intero, non si può distinguere...».

## Capitolo 6

# La ricostruzione cognitiva dei fatti

Nei due capitoli precedenti abbiamo svolto alcune riflessioni sui modi di capire il galleggiare o l'andare a fondo di liquidi e solidi e lo star pari di una tavoletta caricata con materiali pesanti. Sembra utile esplicitare schematicamente i criteri di interpretazione dei fatti e le ipotesi sulle strategie di conoscenza che hanno guidato queste discussioni.

- I nostri *modi di interagire* con i fatti esterni (modi di guardarli, di descriverli, di modificarli, di dare loro forma comprensibile e manipolabile) corrispondono e sono adatti all'esigenza di ricostruire operativamente e cognitivamente, in maniera selettiva e schematizzata, i modi di essere dei fatti stessi. Non si può vedere/pensare/fare tutto contemporaneamente, né contemporaneamente avere conoscenza della realtà in tutti i suoi aspetti: si sceglie quindi, di volta in volta, un aspetto (una particolare "proiezione") di quello che succede; lo si analizza nelle sue componenti individuabili; lo si formalizza, mettendone in evidenza le relazioni interne; si integra il risultato di questa analisi a quelli ottenuti con altre analisi, con altre formalizzazioni parziali. In questa scelta si scartano via via gli aspetti che sembrano poco dominabili o singolari o poco riproducibili, considerandoli poco importanti; si cerca di trovare innanzitutto regole per le schematizzazioni più elementari e più semplici, magari pensando a come arricchirle in seguito.

- A questo proposito è importante tener sempre presente che alcuni modi di guardare fondamentali strutturano le radici stesse di ogni esperienza e conoscenza individuale e che essi trovano la loro naturale organizzazione attraverso le forme della cultura collettiva (dal linguaggio comune alla conoscenza comune dei fatti della vita, alla scienza). Per esempio, si può guardare ai fatti *per organizzazione formale (grammatica e sintassi)*. In particolare, si può guardare ai fatti *per organizzazione formale discreta*: ci si serve, allora, dei nomi e dei numeri, degli attributi e delle caratteristiche, delle immagini e dei gesti, delle classi e dei campioni. Si può guardare ai fatti *per organizzazione formale continua*: ci si serve, allora, delle graduazioni e delle modulazioni, delle sfumature e delle trasformazioni progressive, delle mescolanze e delle sovrapposizioni, dei cambiamenti di attributi e variabili, dei movimenti e delle prospettive. Si può, ancora, guardare ai fatti *per organizzazione dei significati (semantica)*, *per regole o regolarità* che legano tra loro frammenti diversi dell'accadere (in forma discreta e/o continua) fino a caratterizzare quello di cui ci importa.

Ma sempre c'è sovrapposizione e confronto dei diversi modi di guardare: anche se la scelta schematica di uno è dominante momento per momento. Così la constatazione fisica e fenomenologica che «qualcosa galleggia e qualcosa no...», che «il legno galleggia...», che «lo star pari per volume è simile ma diverso allo star pari per peso...» è profondamente intrecciata, senza esserne presupposto né conseguenza, alle constatazioni formali che organizzano le stesse osservazioni. Per esempio, ogni evidenza dell'equilibrio come intreccio di pesi e distanze sulla tavoletta è legata fin dall'inizio agli

abbozzi delle rappresentazioni formali che, in termini di proporzioni, *rappresentano*, *traducono* e *convertono* le situazioni fisiche, osservate in un certo modo, in precise relazioni tra variabili e tra numeri.

- Qualunque ricostruzione razionale dei fatti dunque si scontra sempre, e da sempre, con la necessità-difficoltà di gestire contemporaneamente, e con gerarchie diverse, gli aspetti *formali discreti*, gli aspetti *formali continui* e gli aspetti *interpretativi* del mondo. È quello che succede fin dai tempi di Pitagora, si sarebbe tentati di dire, con i suoi “numeri irrazionali” e con i suoi “atomi di spazio” numerabili, ma già nella cultura del quinto secolo A.C. si trattava di una raffinata riflessione scientifica e filosofica, probabilmente di lunga tradizione, su un problema apparentemente insormontabile, connotato agli stessi modi umani di capire, di parlare, di agire. E tutta la storia della scienza occidentale, da Pitagora in poi, può essere letta secondo una dinamica di interazione, scontro, integrazione fra queste diverse modalità di conoscenza.

- Analogamente è possibile individuare alcune fondamentali categorie alla base di ogni costruzione di conoscenza: ancora, modi di organizzare i fatti, modi di realizzare la corrispondenza fra il loro succedere e il nostro vedere, pensare, fare. *Modi di guardare per sistemi, per variabili, per fenomeni, per classi, per oggetti, per materiali...* si sovrappongono dunque e si intrecciano in ogni contesto cognitivo e operativo, sostenendosi e integrandosi (cfr. Capitolo 1).

Tali categorie formano, intrecciandosi a vicenda, fitte reti di connessioni e strutturazioni, il più delle volte a priori e implicite rispetto all'evidenza immediata, che danno forma e significato all'agire e al capire fin dalle loro strutture più elementari. Attraverso queste reti avvengono i confronti e le integrazioni fra contesti diversi; a partire dalle loro componenti si sviluppano i sistemi formali più complessi, caratteristici di ogni scienza. È a livello della continua riorganizzazione di queste reti che bisogna andare a cercare le ragioni dei non capire, le strategie per capire e per aiutare a capire.

- Si può constatare anche attraverso situazioni di comune esperienza, normalmente integrate nella pratica didattica, come gli schemi più semplici della nostra organizzazione cognitiva dei fatti vengano reintrecciati più e più volte, fino a dar conto contemporaneamente di fenomeni a prima vista poco correlati uno all'altro.

- Ritrovare il “peso specifico” come organizzatore cognitivo di situazioni percettivamente ed esperienzialmente diverse (il galleggiamento, l'equilibrio sulla tavoletta) può non essere un esercizio banale: anzi, può diventare uno dei passaggi-chiave in un percorso accortamente guidato di costruzione di conoscenza. Può diventare un momento di consapevolezza profonda: in cui si capisce non soltanto quello di cui si sta parlando, ma anche i modi e i criteri che fanno funzionare, crescere, diventare efficace la nostra conoscenza sui fatti. Un momento in cui si acquista fiducia, e gusto, nel capire.

- Anche se non c'è spazio per approfondire la discussione sulle strategie più adatte ad organizzare il lavoro in classe e a sostenere la crescita cognitiva dei ragazzi, alcune condizioni necessarie emergono già dalle osservazioni sviluppate finora. Sembra per esempio importante dedicare una parte notevole dello sforzo didattico ad approfondire, a medio e a lungo termine, alcuni *temi di lavoro* (alcune fenomenologie) che siano

veramente *emblematici*: rispetto alla varietà di strategie e categorie cognitive coinvolte; rispetto alle possibilità aperte allo sviluppo del capire, nel corso degli anni, da livelli di formalizzazione diversa; rispetto alla capacità di agire come riferimento e come centro di coagulazione per vaste aree di esperienza, linguaggio, conoscenza quotidiani. Qui abbiamo deliberatamente discusso due argomenti normalmente trattati nell'ambito della educazione scientifica di base, per valorizzarne le implicazioni; ma le aree di percezione, conoscenza e formalizzazione connesse al “fare forza”, a “luce, spazio e visione”, a “crescita, funzionamento e trasformazione dei viventi”... etc. sono altrettanto ricche ed efficaci nel sostenere una costruzione cognitiva aperta al nuovo.

D'altra parte la complessità di *qualsunque* situazione di apprendimento (e semplificare artificiosamente i fatti, o le loro interpretazioni, spesso risulta inutile e dannoso) richiede una guida adulta ferma ed efficace; anche se, ovviamente, né chiusa né oppressiva. Non è semplice, per i ragazzi, capire veramente come stanno le cose; non è semplice, per gli adulti, aiutarli in questo. Troppo spesso la provocazione cognitiva della complessità -complessità dei fatti della vita, complessità dei modi di pensare-rappresenta una sfida che non si sa raccogliere, quando il rifiuto di vedere e di accettare la complessità stessa è divenuto abitudine.

Molti bambini colgono più facilmente, in una data situazione, gli aspetti di formalizzazione continua; altri quelli di formalizzazione discreta; altri ancora quelli fattuali, semantici e normativi. Per molti bambini risulta quasi ovvia una prima categorizzazione secondo sistemi; per altri una immediata analisi in variabili: e non sempre, gli uni e gli altri, sanno trasferirle a situazioni diverse per noi “ovviamente” simili. Ma ci sono quasi sempre buone, anzi ottime ragioni per le difficoltà cognitive che i bambini incontrano, a qualunque livello: si tratta, sempre, di far crescere con pazienza, in tutti, i diversi aspetti, di integrarli e di correrarli.

È importante non sbagliarsi a interpretare frettolosamente come “capacità logica” generalizzata quella che non è altro che capacità di schematizzazione parziale, finalizzata a uno scopo socialmente definito in un contesto; è importante non scambiare per “conoscenza posseduta” quello che è solo un primo tentativo di abbozzare una spiegazione, anche se è espresso in forma di risposta su una scheda. Soprattutto è pericoloso, in base a queste presunte “capacità”, caratterizzare stabilmente il bambino: nessuno, neanche i bambini, può pensare in un solo modo; tutti, anche gli adulti, *provano* a pensare in modi diversi, e *riescono gradualmente* a mettere d'accordo i diversi modi di pensare col “potere evocativo” delle situazioni. È importante non credere di poter trattare “il capire dei bambini” come una variabile singola, discretizzabile in intervalli entro cui classificare i bambini stessi e ordinare i loro progressi di conoscenza.

È importante ricordarsi che il mondo è quello che è, che la cultura è quella che è, e che quindi si tratta di aiutare i bambini a con-venire su interpretazioni e criteri di interpretazione pre-stabiliti, oltre che di con-vincerli di verità evidenti. Come è importante aiutare a sviluppare coerenze all'interno di una interpretazione, oltre che capacità di discriminare o integrare interpretazioni diverse; senza pretendere di uniformare le interpretazioni, impoverendo tutti e arricchendo nessuno.

Sembra inutile e controproducente uno sforzo tendente a semplificare il capire chiudendolo in schemi riduttivi: “si fa (solo) così; è (solo) così”. Non è vero che costretti entro queste semplificazioni i bambini “capiscono almeno un minimo”: perché poi molti arrivano in quinta elementare senza avere capito neppure il significato e l’uso delle quattro operazioni o dei connettivi logici elementari. Ma sembra anche inutile e controproducente affidarsi esclusivamente alla “creatività cognitiva” dei bambini stessi; al fatto che, comunque, ogni individuo è il solo responsabile, costruttore e organizzatore, della propria conoscenza. Data la varietà di stimoli potenziali presenti in ogni situazione, la varietà dei modi di pensare sempre potenzialmente presenti nei bambini, è ben vero che una interazione “libera” con i fatti risulta cognitivamente produttiva, oltre che motivante. Ma sviluppare il capire al di là di un primo livello, quello guidato e sorretto dal contesto concreto, è *sempre* complicato: senza una guida adulta, flessibile sul breve periodo ma ferma trasparente e strutturata sul lungo termine, spesso la conoscenza continuamente si forma e si disfa, senza trovare i modi di organizzarsi e costruirsi negli intrecci delicati e complessi che costruiscono la cultura.

- In sostanza, secondo noi c’è trasmissione culturale (per esempio, formazione scientifica di base) solo quando c’è anche trasmissione di consapevolezza e padronanza delle strategie-base secondo cui è possibile pensare e agire. Non si tratta certo, per i ragazzi, di appropriarsi di un inesistente “metodo scientifico” universale, contrapposto a un banale “imparare contenuti”; ma si tratta di essere coinvolti, con attenzione crescente, in un consapevole, continuo, molteplice *gioco cognitivo*, di cui i fatti, il proprio pensare e il pensiero degli altri sono gli attori essenziali. Perché la trasmissione culturale possa realizzarsi, bisogna allora che i suoi elementi fondamentali facciano parte non soltanto del modo di insegnare, ma della cultura -cioè del modo di vivere e di vedere il mondo- di chi ha l’incarico di occuparsi professionalmente del fare scuola. E ci si può accorgere, lavorando con bambini e con adulti con questi obiettivi in mente, che le quasi incredibili “magie” dei numeri, delle simmetrie, delle strutture, delle regole della vita, hanno in sé anche la capacità di motivare e orientare il lavoro di costruzione di conoscenza.

## Capitolo 7

# Sistemi in equilibrio e variabili di equilibrio. Gli equilibri stazionari

### 7.1. Classi di stati

Attraverso l'analisi dei modi del galleggiare e dell'andare a fondo, dello star pari o no di una tavoletta, ci si accorge che *condizioni di equilibrio di/tra sistemi* possono essere rappresentate attraverso *relazioni di uguaglianza tra variabili*. La variabile complessa peso-distanza assume così valori uguali per ciascuno dei due bracci quando la tavoletta sta pari; la variabile peso-dell'acqua-spostata è uguale alla variabile peso-dell'oggetto quando questo galleggia, mentre le disuguaglianze della variabile complessa peso-specifico controllano l'andare a galla e l'andare a fondo dei sistemi.

Nel linguaggio comune, come in quello scientifico, si è altrettanto disposti a dire che *siccome* si verifica la tale relazione tra variabili, *allora* si deve verificare l'equilibrio fra i sistemi; quanto si è disposti a dire che dall'equilibrio fra i sistemi *consegue* una certa relazione fra le variabili che li descrivono.

D'altra parte sembra naturale che, considerando per esempio una tavoletta in equilibrio con tutti i suoi pesi come un unico sistema, la relazione fra pesi e distanze che caratterizza l'equilibrio stesso appaia come descrizione di una particolare classe di *stati* (di un tipo particolare di *modi di essere*) fra tutti quelli che sarebbero possibili. «Per tutti gli equilibri immaginabili, deve essere  $P_A \times D_A = P_B \times D_B$ ...»: si tratta di una affermazione sulla configurazione complessiva di una *classe di situazioni sulla tavoletta*, dopo tutto non molto diversa da una affermazione del tipo «per tutti i parallelogrammi immaginabili, gli angoli opposti devono essere uguali». La differenza è che nel primo caso la geometrizzazione del sistema, cioè la sua rappresentazione attraverso variabili in uno spazio astratto (cfr. Capitolo 9) è meno diretta che nel secondo.

Ma sappiamo bene (cfr. Capitolo 1) che al mondo non ci sono soltanto sistemi che *restano o stanno*, ma anche sistemi che *diventano*; che ci sono forme e configurazioni non solo di *oggetti*, ma anche di *fenomeni*. Per capire meglio come i modi del diventare possano essere descritti attraverso intrecci di variabili, prendiamo in considerazione un nuovo tipo di sistema e un nuovo tipo di fenomeno relativamente semplici: prendiamo una pentola d'acqua e mettiamola al fuoco.

Una pentola normale: facendo attenzione, eventualmente, ad averne altre uguali. Un fuoco normale (un fornello a gas, o elettrico): facendo attenzione, e questo è importante, ad essere capaci di riprodurre, attraverso una regolazione opportuna, un fuoco uguale -o più intenso, o meno intenso- a distanza di tempo; procurandoci, se possibile, altri fuochi uguali, per poter fare succedere più cose contemporaneamente.

### 7.2. Cosa succede a una pentola sul fuoco?

Lì per lì, niente. Però, col tempo...

Questa è una prima caratteristica, essenzialmente nuova rispetto agli esempi precedenti. Anche una tavoletta, forse, oscilla un po' prima di fermarsi (pari o non pari); anche

qualcosa che galleggia, forse, oscilla un po' su e giù prima di fermarsi in equilibrio, ma quando stiamo cercando condizioni per un equilibrio statico, non guardiamo tanto a cosa succede prima che questo sia stato raggiunto (semmai cerchiamo di "aiutare" la situazione a stabilizzarsi).

L'equilibrio statico, una volta raggiunto, è qualcosa che esiste in ogni istante; è qualcosa, in un certo senso, fuori dal tempo. Invece la situazione di una pentola sul fuoco *diventa*: il tempo -la variabile tempo- costituisce un elemento essenziale per qualunque descrizione del comportamento della pentola; un riferimento così cruciale, così pregnante, che appare difficile vedere, in questo diventare, qualunque relazione tra variabili che non sia mediata, sostenuta, quasi determinata dal tempo stesso.

Quello che succede a una pentola al fuoco non potrà avere dunque una forma-base di *figura*, ma corrisponderà ad una forma-base di *storia*. Le storie si devono raccontare. Storie articolate secondo le due strutture fondamentali della topologia temporale, delle sue reti e dei suoi nodi: la struttura del *prima/dopo* e quella del *mentre/intanto*. Storie gerarchizzate in microstorie sempre più particolari e localizzate e in macrostorie sempre più generali e comprensive, con i loro personaggi, i loro svolgimenti e i loro colpi di scena, con i loro ambienti e i loro paesaggi.

Dunque, cominciamo a raccontare la storia.

Appena appoggiata la pentola sul fuoco, sembra che dentro non succeda niente, mentre fuori delle "vampate di umido" rivestono il recipiente di goccioline minuscole, poi però dopo un pochino si può sentire che l'acqua diventa un po' tiepida e se si guarda bene si vede che comincia a rimescolarsi e intanto le goccioline che erano venute fuori si asciugano e scompaiono; poi, più tempo passa più l'acqua comincia a scottare e a un certo punto si cominciano a vedere sulle pareti interne della pentola, sott'acqua, certe bollicine minuscole che dopo un po' si staccano e vengono a galla e intanto l'acqua comincia appena appena a fumare e proprio non ci si può più tenere il dito dentro; intanto vengono sempre più bollicine, specialmente sul fondo, ora si vede bene che l'acqua dentro si rimescola tutta, intanto che la pentola fuma sempre di più si comincia a sentire un rumore, che poi diventa sempre più forte; l'acqua diventa un po' opaca, biancastra e a un certo punto sembra che le bollicine stiano per finire -ce ne sono rimaste proprio poche- ma poi hanno ricominciato, e ora ci sono dappertutto e vengono a galla veloci e scoppiano, e sono grosse e anche sformate, non più rotonde, nell'andare su si intralciano l'una con l'altra; e intanto viene fuori una nuvola di fumo che va su in alto... e a un certo punto, a un certo momento diciamo che è chiaro che adesso l'acqua nella pentola *sta bollendo*: anche se non si poteva dire di preciso quando cominciava a bollire. Ora l'acqua bolle sempre uguale (all'inizio sembrava che bollisse sempre di più) con una bella colonna di fumo sopra, non si vede più il fondo per tutte quelle bolle che esplodono... e perché l'acqua è diventata un po' bianca... e dopo un bel po' ci si accorge che l'acqua sta proprio diminuendo, intanto tutta la stanza si è riempita e appannata di vapore e ci si aspetta (si è già visto altre volte) che dopo abbastanza tempo tutta l'acqua sarà sparita e resterà una specie di polverina bianca attaccata alla pentola... Se si ha a disposizione un recipiente trasparente, si possono osservare molto meglio le stesse cose e se ne possono scoprire altre. Per esempio, se il recipiente ha un

collo stretto si vede bene che mano a mano che l'acqua si scalda il livello sale, lievemente ma regolarmente. Per esempio, se il recipiente è cilindrico (o ha un collo cilindrico) si vede bene che, una volta avviata l'ebollizione, il livello dell'acqua si abbassa in modo "regolare" e per far scendere il livello di sei centimetri ci vuole circa il triplo del tempo che per farlo scendere di due (sempre contando il tempo non dall'inizio del riscaldamento, ma da quando l'acqua ha già cominciato a bollire).

### 7.3. I cambiamenti nel tempo

Cosa ci si fa con la storia della pentola che bolle? Bene, per prima cosa si prova a verificarla -a vedere cioè se e quanto rimane una storia vera- *cambiandone le condizioni*: ce ne sono tante e tante che, all'inizio, non vale la pena di essere troppo "precisi", mentre è importante essere "sistematici". Perché le "condizioni" in cui si opera possano essere interpretate come "variabili", infatti, occorre costruire una specie di mappa cognitiva del *modo* in cui le cose vanno, *in relazione al modo* in cui noi le mettiamo in forma: mano a mano che questa mappa (la trama fondamentale della storia, con le sue caratteristiche di invarianza e di cambiamento) diventerà più chiara, sarà possibile cercare di precisare sempre meglio, insieme alle diverse condizioni, le diverse cause e i loro effetti.

Per "mettere in forma" qualunque fenomeno, qualunque situazione in cui qualcosa succede, si devono definire diversi tipi di condizioni, in genere specificate attraverso valori di variabili e relazioni fra variabili. Per esempio le *condizioni iniziali* del processo devono essere corrispondenti al modo in cui il sistema viene preparato al succedere (quanta acqua, a che temperatura iniziale, su quale fornello, etc.). Per esempio le *condizioni di vincolo* al processo devono essere corrispondenti a qualcosa che comunque non cambia durante il suo svolgimento (che fuoco, quanto fuoco, che pentola, che temperatura e umidità ambiente, etc.). Per esempio le *condizioni di relazione interna al processo*, che propriamente danno forma allo svolgersi del processo stesso e che nella loro riproducibilità identificata tendono ad essere viste come "leggi naturali": una volta sul fuoco, l'acqua prima si scalda e poi bolle, secondo modalità caratteristiche.

"Controllare" un fenomeno perciò non significa imporre dall'esterno la situazione istante per istante, ma saper giocare sui diversi piani delle diverse condizioni (saper scegliere cioè condizioni iniziali, condizioni di vincolo e condizioni interne del processo) in maniera tale che la loro combinazione "automaticamente" produca l'effetto desiderato.

Quando si *butta* un pallone nel canestro, in una certa direzione, con una certa spinta ... si seguono procedure essenzialmente diverse dal *metterlo* dentro: eppure l'effetto è lo stesso, se le condizioni iniziali, di vincolo e di processo sono reciprocamente adattate (si può tenere conto del vento o di un rimbalzo, etc.).

I diversi tipi di condizioni, legati tra loro attraverso le variabili che le definiscono, contribuiscono nel loro insieme, ciascuna a suo modo, a determinare le strutture di relazione che siamo abituati a chiamare globalmente *cause e effetti*.

Cosa succede se si mette più acqua? Lasciando tutto il resto uguale, ci vorrà più tempo per bollire (sembra ovvio, ma può non esserlo); una volta che l'acqua bolle, bollerà in fretta come prima o no? (Cosa intendiamo per "velocità" della ebollizione? Forse l'impressione soggettiva legata alla tumultuosità, al fumo... forse la sua trascrizione oggettiva in fatti che si possono misurare, per esempio di quanto cala il livello ogni cinque minuti...). Con *più acqua* è come se tutta la storia succedesse un po' "al rallentatore": più tempo per diventare tiepida, più tempo per diventare bollente, più tempo per fare le bollicine, ma poi, una volta arrivata a bollire, la velocità di ebollizione resta circa la stessa. Con *meno acqua*, è come se il processo fosse tutto accelerato: ma, di nuovo, una volta arrivati al bollire, la velocità di ebollizione resta circa la stessa. In realtà, non è "tutto uguale a parte il tempo": provare per credere. (Le modalità di formazione delle bollicine, e i passaggi fra le diverse fasi dello scaldarsi dipendono da quanta acqua c'è. Così il rumore... etc.). Però l'invarianza qualitativa della forma complessiva del processo ne costituisce una prima schematizzazione significativa.

D'altra parte, qualcuno subito pensa a cambiare il fuoco. Con il fuoco più forte, con un riscaldamento più intenso la stessa quantità di acqua bolle prima: di nuovo, un effetto quasi equivalente a una "contrazione" del tempo, a cui corrisponde una simmetrica "dilatazione": con il fuoco più debole, la stessa quantità di acqua bolle dopo. (Di nuovo, i particolari della storia restano qualitativamente gli stessi, anche se possono svolgersi con modalità un po' differenti). Ma, una volta arrivati all'ebollizione, appare una differenza assai netta: se il fuoco è più forte, qualunque sia la quantità di acqua nella pentola, l'ebollizione, una volta avviata, è più veloce; se il fuoco è più debole, l'ebollizione è comunque più lenta. Per il bollire, cambiare quantità d'acqua o cambiare fuoco *non* è "più o meno lo stesso".

Dunque il *modo in cui l'acqua arriva a bollire* deve essere descritto come un processo che si svolge nel tempo e ogni volta si vedono succedere le stesse cose, in una sequenza che non varia anche se i tempi dei vari succedere vengono modificati. D'altra parte, sulla "scala" temporale di tutto il fenomeno influiscono *almeno due variabili*: la *quantità* di acqua e l'*intensità* del riscaldamento; queste variabili si mostrano reciprocamente *correlate* da una sorta di *compensazione* qualitativa nella *fase di riscaldamento* (più acqua-più tempo; più fuoco-meno tempo; meno acqua-meno tempo; meno fuoco-più tempo; meno acqua e meno fuoco-stesso tempo, se si indovina l'aggiustamento); appaiono nettamente *non correlate* nella successiva *fase di ebollizione* (quanta acqua evapora al minuto dipende sostanzialmente dal fuoco, molto poco da quanta acqua c'è).

È chiaro, e noto, che ci sono molte altre condizioni che contribuiscono a dare struttura alla storia di una pentola che bolle: per esempio se si lavora all'aperto o in una stanza; per esempio la forma del recipiente, il materiale con cui è fatto, le sue dimensioni; per esempio la presenza o assenza di coperchio; ovviamente, il tipo di liquido che si usa (olio, detersivo, glicerina, ma... attenzione! Per guardare cosa succede all'alcool, si devono usare solo fornelli elettrici ed evitare fiamme scoperte...); per esempio la presenza, nell'acqua, di sostanze in soluzione (zucchero, sale...) inclusi i gas (cosa succede quando si fa bollire l'acqua gassata?); per esempio, se l'acqua sta bollendo per

la prima o per la seconda volta (c'è una notevole differenza nel regime delle bollicine e nel rumore); e così via.

Questa quasi sterminata ricchezza di variabilità potenziale, che qui siamo ovviamente costretti a non descrivere, da un lato rende divertenti e motivanti le indagini ripetute; da un altro lato può apparire frustrante, nella impossibilità di tener conto completamente e particolareggiatamente di tutto quello che può succedere. Ma anche questo è significativo: i fenomeni naturali *non sono* mai semplici, anche se *hanno aspetti* più o meno semplici e quindi *schematizzabili*; l'abilità di esplicitare, leggere e rappresentare la semplicità parziale sullo sfondo della complessità globale costituisce tanto l'obiettivo cognitivo della educazione scientifica per il singolo individuo, quanto lo strumento cognitivo offerto dalla scienza alla nostra cultura.

#### 7.4. Le variabili

Proviamo dunque, per ora, ad analizzare più sistematicamente le cinque variabili principali che abbiamo individuato come capaci di *strutturare (causare e descrivere) differenze*, sullo sfondo, qualitativamente sempre uguale, di una storia di pentola che bolle. E quali sono queste cinque variabili? Dirà a questo punto qualcuno. Ma sì, diamo loro un nome, e anche un simbolo algebrico: *t* - *quanto tempo passa*, complessivamente, fra un certo istante ( $t_1$ ) e un altro ( $t_2$ ), marcati ciascuno da un certo evento e supponiamo, per ora, di saper misurare (“contare”) questo intervallo di tempo con un normale orologio da polso, in minuti e secondi.

Ogni misura di intervallo di tempo presuppone poi un modo di guardare “integrale” alla variabile estensiva tempo e predispose a guardare in maniera integrale anche altre variabili che nell'intervallo stesso siano cambiate. *V* - *quanta acqua c'è* nella pentola. Si tratta di una variabile estensiva (la massa, il peso) più agevolmente misurata attraverso un'altra variabile estensiva (il volume) che supponiamo di saper misurare in litri o in centimetri cubi. Mentre l'acqua si scalda o bolle, *V* cambia nel tempo: nel primo caso la massa approssimativamente si conserva (evapora poca acqua), nel secondo caso no (l'acqua esce dalla pentola sotto forma di vapore). *F* - *quanto scalda il fuoco*. Questa è una variabile nuova, chiaramente di per sé continua (per esempio l'intensità di una fiamma a gas può essere regolata da un massimo a un minimo); che si può talvolta valutare a occhio nelle sue uguaglianze e nelle sue variazioni, ma assai difficilmente nella sua intensità assoluta (scalda di più un fornello da campeggio regolato al massimo o un fornello elettrico da trecento watt?); quasi sempre influenzata da effetti di “efficienza” che riguardano diversi aspetti della configurazione complessiva pentola-sul-fuoco.

È noto, per esempio, che per un fornello elettrico a piastra le pentole devono avere il fondo perfettamente piatto, altrimenti il fornello “scalda meno”: ma perché? E cosa succede se non stanno bene a contatto? E perché per il gas il fondo piatto non serve?

Guardare a quanto il fuoco scalda (alla “forza” del fuoco) implica innanzitutto un modo di guardare “differenziale”: la variabile *F* descrive la situazione momento per momento e non l'effetto complessivo del riscaldamento in un intervallo di tempo.

D'altra parte si potrebbe scegliere un fuoco campione a cui assegnare un valore  $F = 1$  e poi "misurare" il valore  $F$  di un altro fuoco controllando quanti fuochi-campione devono essere messi insieme per ottenere lo stesso effetto di riscaldamento nella stessa situazione (per esempio per scaldare di un grado la stessa acqua alla stessa temperatura iniziale, nella stessa pentola, impiegando lo stesso tempo). In questo senso la variabile  $F$  potrebbe essere vista come variabile estensiva. Quanto scalda un fornello a gas si potrebbe misurare allora in *volte*, prendendo una pentola abbastanza grande da poter essere riscaldata da uno, due, tre... cinque fuochi a gas da *uno*, abbastanza piccoli e uguali.

Una simile misura ha senso se il fuoco-campione è dello stesso tipo di quello che si vuole misurare, non ha più molto senso se si confrontano fiamme diverse, che bruciano a temperature diverse. Ma allora, bisognerebbe misurare anche la temperatura della fiamma? Certamente, la temperatura di una fiamma dipende dal tipo di combustibile (non si può ottenere, bruciando cera, la temperatura che si ottiene bruciando alcool o metano o acetilene...); ma dipende anche dal modo in cui è regolata la combustione, cioè dal modo in cui continuamente si forma la miscela tra combustibile e ossigeno. Una volta "regolata l'aria", la temperatura della fiamma di un fornello a gas è sempre *circa* la stessa, comunque sia messa la manopola, comunque sia alta la fiamma; come è sempre *circa* la stessa la temperatura della fiamma di una candela.

Ci sono, allora, due fattori che determinano l'efficacia di un tipo di fiamma: intensità (quanto la fiamma è "forte", quanto brucia in fretta il combustibile che l'alimenta) e temperatura (quanto la fiamma è "calda"). La temperatura caratteristica della fiamma fa sì che la stessa intensità sia più o meno efficace a seconda della temperatura dell'oggetto da riscaldare e, anche, della temperatura dell'ambiente (che, fra l'altro, cambiano durante il riscaldamento). Ciò impedisce, di fatto, di confrontare fra loro differenti tipi di fiamma usando una sola variabile estensiva; è invece possibile confrontare e misurare per intensità fiamme dello stesso tipo, cioè *circa* alla stessa temperatura. (Per quanto detto prima, è bene fare questi confronti quando il fornello sta funzionando nelle stesse condizioni).

Si può, per esempio, misurare "quanto consuma" una certa fiamma: misurando quanti centimetri di candela al minuto, o centimetri cubi di alcool al minuto, vengono bruciati mentre la fiamma è accesa; o quanto consuma un dato fornello regolato al massimo o al minimo, misurando quanti litri di gas vengono bruciati al minuto (se si va a vedere il contatore del gas, mentre il gas è acceso) oppure quanti chilowattora vengono utilizzati al minuto (se si va a vedere il contatore dell'Enel mentre il fornello elettrico è acceso). Se chiamiamo  $W$  il numero letto sul contatore del gas, la quantità di gas bruciato fra un tempo  $t_1$  e un tempo  $t_2$  sarà data da  $W_2 - W_1$ , etc.

In definitiva, quanto scalda un certo tipo di fornello -il valore della variabile  $F$ - è *circa* proporzionale al *consumo di combustibile per unità di tempo* ( $K$ ) e dipende dalle *proprietà del fornello* rappresentate da un numero caratteristico ( $k$ ) maggiore se la temperatura della fiamma è più alta:

$K = \text{consumo} = (\text{volume di gas bruciato}) : (\text{tempo impiegato a bruciarlo})$

$$K = (W_2 - W_1) : (t_2 - t_1)$$

$$F = K \times k$$

*T - quanto calda è l'acqua.* La temperatura dell'acqua (anche se a qualcuno verrà fatto di parlare di “calore” dell'acqua.... ma che differenza c'è?...), che fino a un certo punto si può valutare con le mani o con un dito (da un certo punto in poi, scotta, e basta); che può essere quantificata per esempio con un termometro (già sappiamo più o meno cosa vuol dire quello che sul termometro si legge) e con un po' di precauzioni. La temperatura nella pentola: ma *dove* sul fondo, vicino alla parete, in alto, in mezzo...? È bene deciderlo prima e poi cercare di leggere la temperatura muovendo un pochino l'acqua con il termometro; valutando quanto è vero -in condizioni diverse- che la temperatura dell'acqua è la stessa ovunque. Anche la temperatura si riferisce a un modo di guardare differenziale, legato cioè allo stato istantaneo raggiunto dal sistema durante il suo riscaldamento (o raffreddamento). Si tratta di una variabile intensiva, come abbiamo già visto discutendone i criteri di misura.

*H - quanto velocemente evapora l'acqua:* ma sarà proprio una variabile? Sembra di sì, anche se, come il consumo di combustibile, il peso specifico, il momento del peso (o la velocità del movimento, o il prezzo delle verdure...) è una variabile complessa, una variabile a due nomi: e la si può misurare misurando differenze di volumi e intervalli di tempo, per esempio in *centimetri cubi al minuto*. (Velocità di evaporazione “dieci” vuol dire allora cinquanta centimetri cubi in cinque minuti; velocità di evaporazione “un decimo” vuol dire due centimetri cubi in venti minuti... e così via).

$$H = (V_2 - V_1) : (t_2 - t_1)$$

Anche questa variabile implica un modo di guardare differenziale; si misura in maniera *indiretta* (cfr. Capitolo 3) attraverso il rapporto fra piccole variazioni delle variabili estensive “quantità di acqua evaporata” e “tempo trascorso”, valutate intorno all'istante in cui interessa misurarla.

## 7.5. Relazioni tra variabili

Una volta individuate le variabili e assegnato loro un nome e un modo per misurarle, possiamo provare a rappresentare attraverso loro relazioni qualche aspetto di quello che succede. Fare questo significa (come abbiamo fatto per galleggiamento e equilibrio) cercare di esprimere attraverso relazioni fra simboli (algebra) le relazioni fra numeri che rappresentano i risultati delle misure: quelle relazioni che devono comunque essere valide (che sempre si trovano valide) nelle ricostruzioni schematizzate dei fatti.

In un primo approccio ci si possono ben aspettare relazioni parziali, e approssimative, incapaci di dar conto di “tutto” quello che si vede succedere. Descriveremo allora attraverso di esse soltanto alcuni aspetti “necessari”, cioè sempre presenti, del fenomeno che consideriamo: intorno ai quali, come intorno ad una prima ossatura, andranno a disporsi e a organizzarsi le varietà delle situazioni concrete e le molteplicità dei sottofenomeni ad esse correlati. La struttura minimale corrispondente allo schema formale si ritroverà comunque invariante, nei suoi tratti caratteristici, nelle diverse situazioni di realtà. La cosa più semplice da descrivere è la relazione tra velocità di evaporazione (*H*) e quanto scalda il fornello (*F*): è percettivamente evidente che più

forte è il fuoco, più in fretta l'acqua evapora. Viene spontaneo cercare una relazione di proporzionalità: vedere cioè se è vero, in situazioni diverse A, B, C, ..., che:

$$H_A : F_A = H_B : F_B = H_C : F_C = \dots = \text{costante.}$$

Naturalmente, bisogna usare lo stesso fornello, con la fiamma più o meno forte e la stessa pentola, da cui l'acqua sta evaporando.

“Costante” vuol dire che, con la fiamma più o meno alta, se si misurano  $H$  e  $F$  sempre con lo stesso criterio si trova sempre circa lo stesso numero come risultato del rapporto  $H : F$ . Bisogna ricordare che la misura di  $H$  si riferisce alla quantità di acqua uscita dalla pentola in un intervallo di tempo  $T_2 - T_1$ ; durante tutto questo intervallo,  $F$  deve rimanere costante.

Perché sia possibile scrivere la proporzione in maniera quantitativa, bisogna che  $F$  sia il risultato di una misura e non solo di una operazione di ordinamento in fuochi più forti o meno forti.

Se non si cambia tipo di fornello, sarà  $F = K \times k$

e se  $F$  viene misurato in diverse condizioni d'uso dello stesso fornello ( $F_A = K_A \times k$ ,  $F_B$ ... etc.) bisogna allora verificare se:

$$H_A : (K_A \times k) = H_B : (K_B \times k) = H_C : (K_C \times k) = \text{costante}$$

$$\text{cioè: } H_A : K_A = H_B : K_B = H_C : K_C = \text{costante} \times k = \text{costante.}$$

(Per scrivere una proporzione relativa allo stesso fornello, non occorre conoscere il valore di  $k$ ).

E allora, con tutte (tante!) le approssimazioni del caso (del caso per caso!) si può verificare che *quando l'acqua sta bollendo, la quantità di acqua che evapora al minuto ( $H$ ) è in proporzione con quanto la fiamma consuma al minuto ( $K$ ); e si può veramente scrivere, riferendosi a diverse situazioni dello stesso fornello con diverse fiamme:*

$$H : F = \text{cost}_1; H = F \times \text{cost}_1. \text{ Come tipo di relazione, questa è abbastanza nuova.}$$

Innanzitutto, pur descrivendo un processo che avviene nel tempo (l'acqua comincia a bollire ed evapora per un certo tempo, finché ce n'è...), *il tempo non compare esplicitamente* nella forma di uguaglianza che la relazione assume: benché ci si riferisca a qualcosa che continuamente succede (l'acqua che sta evaporando... il gas che sta bruciando...) il processo è descritto come qualcosa che non cambia.

Il valore  $\text{cost}_1$  dipende dalla situazione: dal tipo di fornello, dal tipo di recipiente, dalla presenza o meno di coperchio... e soprattutto, in una situazione generica, dal tipo di liquido che evapora; tiene conto, globalmente sia delle unità di misura scelte per misurare  $H$  ed  $F$  (delle unità di misura di  $V$ ,  $t$ ,  $K$ ,... etc.), sia della *variabile intensiva*  $k$ .

In secondo luogo ci si trova di fronte a una *variabile di situazione*  $\text{-cost}_1$  - che non si sa misurare direttamente, ma di cui si constata l'effetto e l'invarianza. In un certo senso, è come lavorare su un braccio solo della tavoletta per equilibrare, attraverso il prodotto  $P \times D = \text{costante}$  l'effetto di una situazione sconosciuta ma costante sull'altro braccio: in questo caso,  $H : F = \text{costante} = \text{cost}_1$ .

Infine, ambedue le variabili che intervengono nella relazione con  $\text{cost}_1$  sono *variabili di flusso*: sia  $H$  che  $F$  non descrivono uno stato “statico”, ma uno stato “stazionario”, cioè *un fluire che non cambia di intensità*. I numeri sul contatore del gas o quelli sul contatore dell'Enel non restano costanti: ma il loro modo di variare, il loro ritmo di cambiamento,

la velocità di flusso che da essi si può ricavare, resta costante se la fiamma è costante. (Se è acceso anche il forno o solo un fornello, la velocità con cui scorrono i numeri del contatore del gas è diversa; con una cucina elettrica si può vedere la stessa cosa sul contatore dell'Enel).

Il discorso con i ragazzi dovrebbe essere lungo e articolato, passando attraverso le importanti analogie che si possono fare con i diversi tipi di flussi di cui si ha comunemente esperienza (flussi di aria o di acqua, o di denaro... per esempio).

Ora possiamo osservare che anche l'*uguaglianza*

$$H : F = cost_1 \text{ oppure } H = F \times cost_1$$

valida per ogni intervallo di tempo e vera in ogni momento, esprime in qualche modo una condizione di *equilibrio*: se uno dei due flussi cambia, cambia anche l'altro in proporzione. Riferendoci ancora all'equilibrio statico sulla tavoletta, possiamo cioè interpretare la situazione di riscaldamento/evaporazione come un continuo, automatico bilanciamento fra i due flussi, analogo al continuo bilanciamento dei momenti del peso sui due bracci della tavoletta e leggere  $H = F \times cost_1$  come una condizione di equilibrio regolata dal "fattore correttivo"  $cost_1$ .

Una volta chiarita la "semantica" (il significato) delle variabili in gioco, diventa possibile e suggestivo passare a un successivo livello di interpretazione: si può immaginare la quantità di combustibile bruciato per unità di tempo come corrispondente a un "flusso di calore che entra nella pentola" e la quantità di acqua che evapora per unità di tempo come associata a un "flusso di calore che esce dalla pentola". Si può immaginare una condizione di equilibrio del sistema-pentola-che-bolle a una temperatura fissa, corrispondente a un bilanciamento costante fra il calore che entra per riscaldamento e il calore che esce per evaporazione.

Vale anche la pena ricordare che, per un intervallo di tempo:

$$t = t_2 - t_1, H = (V_2 - V_1) : t, \text{ e } K = (W_2 - W_1) : t.$$

Quindi si può scrivere, per un  $t$  qualunque  $(V_2 - V_1) : t = cost_1 \times (W_2 - W_1) : t$

rendendo così esplicita la proporzionalità nel tempo tra evaporazione e consumo.

Abbiamo dunque trovato una condizione di *equilibrio fra modi di succedere (flussi) che resta costante nel tempo*: esempio-prototipo di un tipo di situazione che normalmente chiamiamo *equilibrio stazionario*, per indicare che ci si riferisce a entità che continuamente fluiscono, o si trasformano, con modalità invariante; per contrasto ad ogni equilibrio, come quello della tavoletta, dove veramente niente succede, che si chiama *statico*.

D'altra parte c'è una seconda differenza di interpretazione fra questa relazione di equilibrio stazionario e una di equilibrio statico: ai due lati dell'uguaglianza  $H = F \times cost_1$  compaiono adesso variabili con significato diverso. Nell'equilibrio della tavoletta la simmetria dei due lati dell'uguaglianza (momento del peso a destra = momento del peso a sinistra) induce una constatazione di equivalenza, e rende impossibile qualunque tipo di interpretazione causale asimmetrica. In questo caso si tende invece a interpretare l'uguaglianza tra due variabili diverse dicendo che un certo flusso di gas bruciato "causa" un certo flusso di evaporazione e che un flusso doppio di gas bruciato causa un flusso doppio di evaporazione; non verrebbe in mente di dire che il flusso di

una certa quantità di centimetri cubi di acqua evaporata al minuto “equivale” al flusso di una certa quantità di gas bruciato al minuto; come non verrebbe in mente di capovolgere la semantica dell’uguaglianza, dicendo che il doppio di evaporazione “causa” il doppio di consumo (semmai, si dice che ha bisogno di... che è causato da...). Il discorso si potrebbe approfondire: se si cerca di capire in che modo l’uguaglianza che descrive l’equilibrio stazionario *può* essere, anche in questo caso, interpretata come equivalenza, si arriva necessariamente a un discorso sull’energia, attraverso l’equilibrio fra flussi di calore. Contemporaneamente, si pone sempre più in risalto l’esigenza di disporre di strumenti formali diversi dall’uguaglianza, che ci aiutino a descrivere e simbolizzare il fatto che il mondo “va” in un solo verso, non nell’altro; che, nonostante tutte le formule siano costruite con segni di uguale, le cause che determinano i fatti naturali sono intrinsecamente asimmetriche rispetto ai loro effetti.

(Nel caso dell’evaporazione nella pentola noi regoliamo dall’esterno il flusso di calore, imponendo con la manopola del fornello un certo consumo di gas: il flusso di evaporazione ne resta determinato, attraverso la condizione di conservazione dell’energia. Se viceversa potessimo regolare dall’esterno il flusso di evaporazione, vedremmo che il flusso di calore che attraversa la pentola ne sarebbe a sua volta determinato).

## 7.6. I grafici

Vediamo, ora, se si riescono a trovare altre regole: accorgendosi sempre di tutto quello che, per trovare le regole, deve essere in un primo momento trascurato nei suoi particolari.

Per esempio trascurando che esistono scambi del sistema-fuoco e del sistema-pentola con il sistema-ambiente; che se dal fondo la pentola si scalda, dalle pareti si raffredda nell’aria... ma che prima o poi anche tra questi scambi si stabilisce un equilibrio stazionario; che le condizioni del sistema ambiente possono variare nello spazio e nel tempo, etc.

Con più acqua -o con meno fuoco- ci vuole più tempo perché la pentola cominci a bollire... ma anche perché diventi tiepida. (Del resto ogni acqua ha la sua temperatura iniziale, quella del nostro rubinetto era a circa 17 °C e, ovviamente, quanto più è calda l’acqua all’inizio, tanto minore sarà il tempo per scaldarsi ed arrivare a bollire).

Quello che succede alla temperatura dell’acqua fra il momento in cui si mette l’acqua sul fornello e il momento in cui comincia a bollire può essere esplorato adoperando un termometro e se si legge la temperatura dell’acqua a intervalli di tempo (regolari o irregolari, non importa) misurati con un contasecondi, si trova una *sequenza di valori* della temperatura che cresce e del tempo che passa, fra loro *correlati* dal modo stesso in cui sono stati ottenuti. Queste coppie di valori *nel loro insieme* descrivono il modo in cui l’acqua si scalda.

Può essere difficile, per un bambino o per un adulto, immaginare come un insieme di numeri possa essere trasformato in informazione sul modo di succedere di un processo. Lavorando con le tavolette abbiamo visto che tutte le quaterne di numeri corrispondenti ai valori delle variabili in situazioni di equilibrio possono essere

rappresentate da una uguaglianza in forma algebrica. Nella evaporazione uniforme abbiamo visto che tante terne di numeri (volume evaporato, combustibile consumato, tempo in cui ciò è avvenuto) possono essere generalizzate in una relazione di proporzionalità tra flussi. Cosa si può fare, adesso, con tutte le coppie di valori tempo-temperatura durante il riscaldamento?

Si può “fare un grafico”: operazione essenziale per convertire le coppie di numeri in *una forma che descrive complessivamente il processo*. Nel grafico di figura 1 abbiamo rappresentato con punti le coppie di valori tempo-temperatura lette durante l’esperimento.

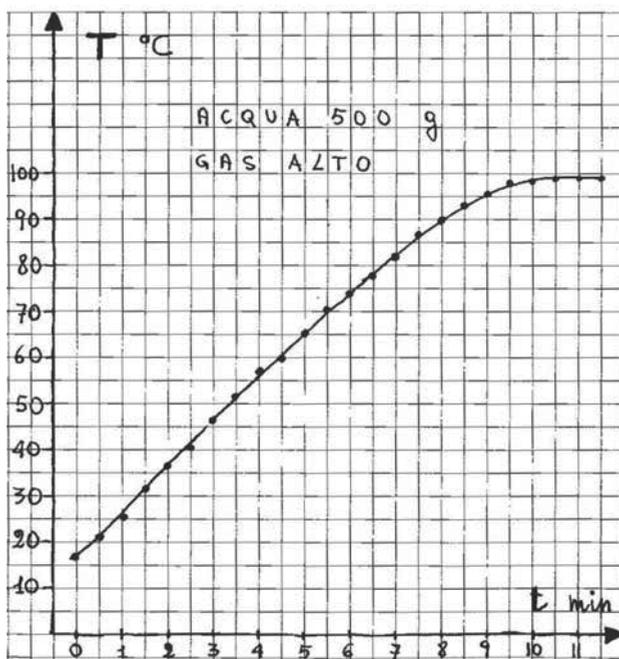


Fig. 1 Temperatura dell’acqua di un pentolino su un fornello a gas in funzione del tempo. Le temperature sono lette ogni mezzo minuto, controllato sull’orologio da polso, senza togliere il termometro dall’acqua. Il termometro è graduato da -10 a 110 °C, con tacche di due gradi spaziate di circa due mm.

In questo, come in tutti gli altri grafici, dopo avere riportato i punti abbiamo disegnato a occhio una linea continua, sostanzialmente “inventata”, che pensiamo possa rappresentare quello che succede alla temperatura dell’acqua. Proprio perché si cerca una *forma* continua per rappresentare complessivamente un processo che si interpreta come continuo e coerente, si preferisce una linea il più regolare possibile alla linea spezzata con cui si potrebbero congiungere i valori effettivamente misurati. In questo modo si ottiene *una forma* che pensiamo descriva il fenomeno momento per momento, anche per tutti gli istanti per cui non sono stati rilevati valori di temperatura, senza tener conto di quelle che interpretiamo come piccole irregolarità dovute alle operazioni di

misura. Abbiamo preso come “zero per il tempo” il momento in cui abbiamo appoggiato il recipiente sulla fiamma, facendo contemporaneamente la prima misura della temperatura dell’acqua; abbiamo smesso di misurare quando abbiamo deciso che «tanto ormai la temperatura non sale più», anche se il fuoco è sempre lo stesso e l’acqua continua a bollire.

Se un certo termometro non segna esattamente “cento” quando l’acqua bolle, (o “zero” quando l’acqua gela o il ghiaccio si scioglie) non c’è da preoccuparsi troppo: può essere “colpa” della taratura del termometro (anche il contachilometri della macchina non misura mai esattamente la velocità o la strada percorsa); può essere “colpa” di altre variabili che alterano la temperatura di ebollizione (la pressione atmosferica non è mai “una atmosfera”, anche se si è al livello del mare; l’acqua può contenere sali disciolti, etc.).

Cosa succede, ora, se cambiamo qualcosa? Proviamo a descrivere, di nuovo, le storie dell’acqua attraverso i grafici della temperatura in funzione del tempo, cambiando le variabili quantità d’acqua ( $V$ , volume misurato) e fuoco ( $F$ , valutato ad occhio, o misurato attraverso un consumo), e mantenendo sempre la stessa temperatura iniziale dell’acqua. Ecco i grafici trovati in varie situazioni, descritte nelle didascalie. Somiglianze? Tante; differenze? Tante; regole generali? Proviamo a ragionare insieme. (Cfr. figura 2 a, b, c, d).

Cominciamo ad accorgerci che, se si ripete una prova nelle stesse condizioni, le differenze rispetto alla volta precedente sono grandi più o meno quanto le irregolarità che si trascurano quando si traccia una linea continua attraverso i valori ottenuti all’interno di una stessa prova: l’informazione che si ricava dal grafico corrisponde dunque correttamente ad una *forma* riproducibile del processo, nelle condizioni date. Proviamo ora a “leggere” i grafici a parole: è un lavoro essenziale, anche e soprattutto con i ragazzi, da un lato per trovare le corrispondenze con la storia raccontata inizialmente; dall’altro per rendere evidenti quelle caratteristiche “formali” del processo che dovranno essere opportunamente esplicitate e rappresentate. «Da principio l’acqua comincia a scaldarsi piano piano, poi sempre un po’ più in fretta; dopo un po’ la temperatura sale più o meno uniformemente per ogni minuto... (i punti stanno quasi in linea retta... gli aumenti di temperatura vanno quasi in proporzione con gli intervalli di tempo...), e le cose vanno avanti così per un bel po’; poi, in corrispondenza a quando l’acqua è già molto calda e comincia a fumare molto, la temperatura comincia a crescere più piano... sempre più piano... finché, quando l’acqua proprio bolle, la temperatura non cresce più».

Una descrizione di questo genere va bene per uno qualunque dei grafici; confrontando grafici (situazioni) differenti si nota subito una prima evidenza fenomenologica: quando l’acqua bolle, sia appena appena (con poco fuoco) che tumultuosamente (con molto fuoco), la temperatura è e resta sempre la stessa. Da questo punto di vista, “bollire” vuol dire allora per l’acqua trovarsi in uno stato ben definito: ed è proprio questa condizione del bollire, questo modo di “essere bollente” del sistema-acqua nel suo insieme che agisce da regolatore dell’equilibrio stazionario, facendo corrispondere a un flusso di calore da combustione più o meno forte un flusso di evaporazione più o meno rapida.

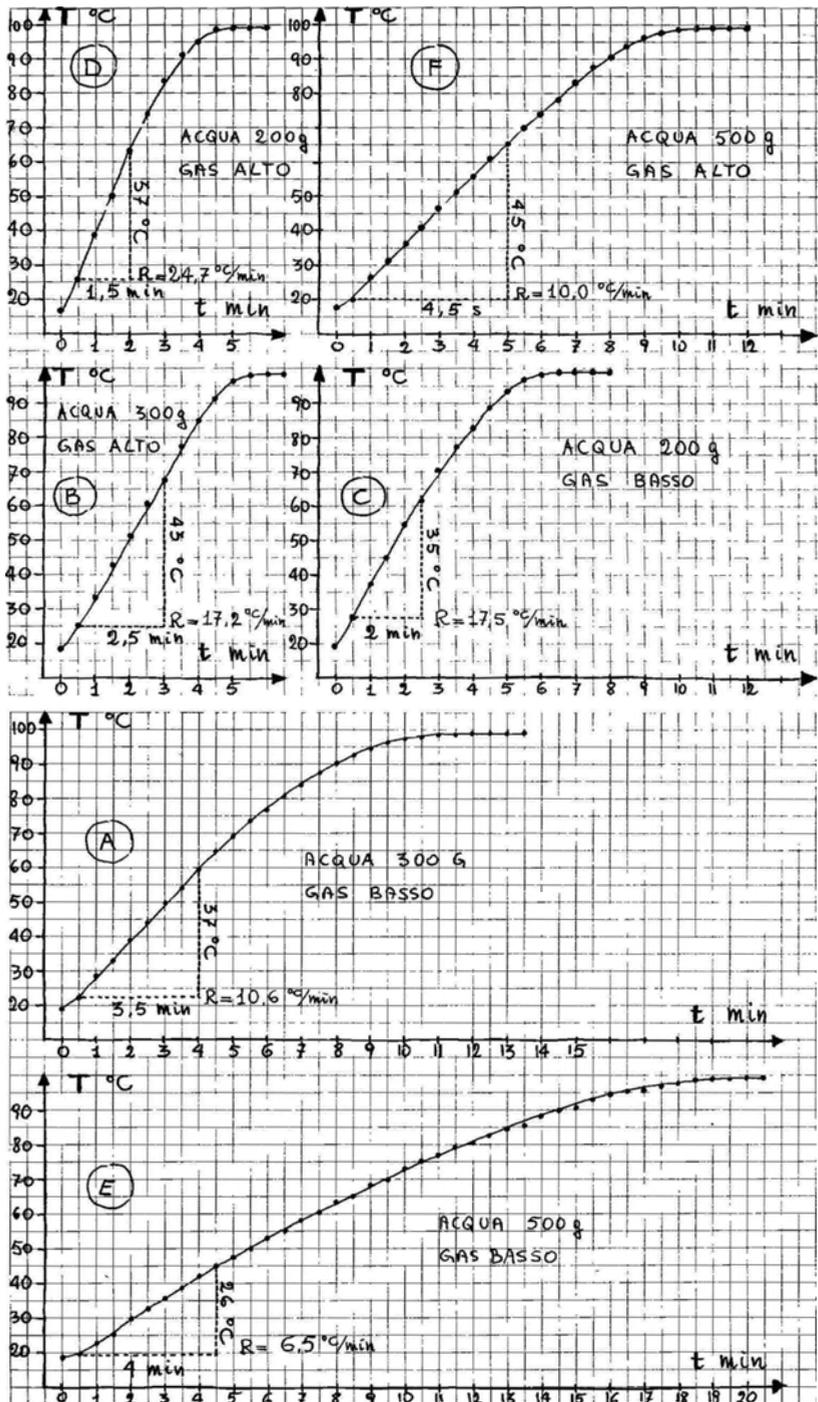


Fig. 2 a Temperatura dell'acqua di un pentolino su un fornello a gas in funzione del tempo per diverse quantità di acqua (200, 300, 500 g) e per due diverse condizioni della fiamma del gas («alto, basso»).

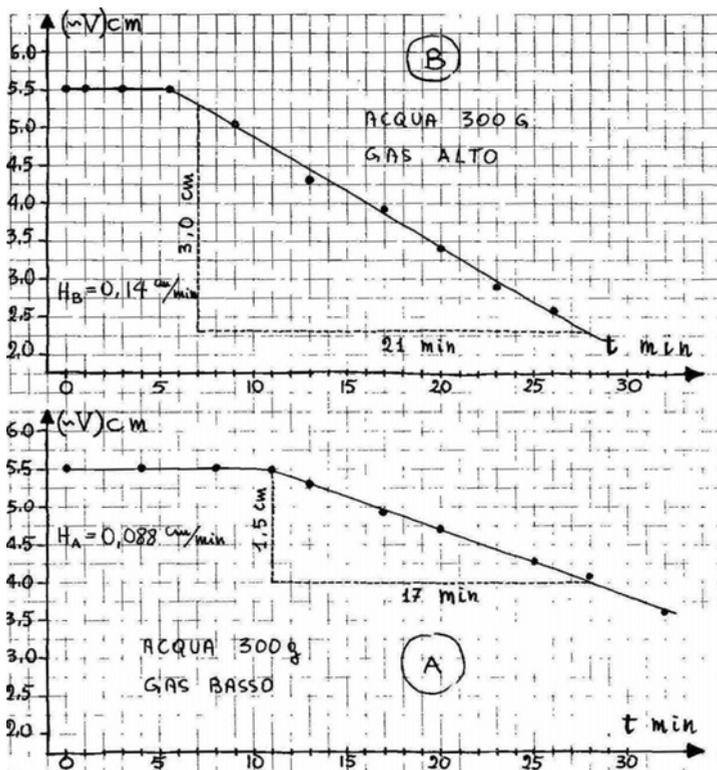


Fig. 2 b Quantità di acqua nel pentolino in funzione del tempo durante il riscaldamento e l'ebollizione con gas alto e basso partendo da 300 g di acqua. La quantità di acqua è misurata misurando l'altezza del livello in cm: le variazioni di livello sono proporzionali alle variazioni di volume, dato che il pentolino è cilindrico nel tratto considerato.

Dal confronto dei grafici si può facilmente vedere anche una seconda caratteristica del processo: «quando c'è meno acqua o quando c'è più fuoco, la temperatura cresce più in fretta... la linea di salita è più ripida... ci vuole meno tempo per bollire...; più acqua e più fuoco (meno acqua e meno fuoco) si possono combinare in modo che il tempo per bollire sia lo stesso... in modo che la ripidezza sia la stessa». Si vede cioè che cambiamenti della *ripidezza* della salita iniziale della temperatura (trascurando il primo breve intervallo di tempo, che sembra servire al sistema per aggiustarsi a un suo modo di funzionare) e del *tempo complessivo* necessario per bollire rappresentano una *risposta* del sistema-fuoco-pentola ai cambiamenti delle variabili  $V$  e  $F$  (quantità di acqua, intensità di fuoco).

Come si fa a stabilire il tempo necessario per bollire? Come si fa a stabilire il momento preciso in cui l'acqua bolle? Serve, ovviamente, un criterio: per trovarlo bisogna confrontare le forme di diversi grafici con quello che si vede succedere all'acqua; per esempio, si può decidere che l'acqua ha cominciato a bollire quando due o tre misure di temperatura hanno dato lo stesso valore intorno a 100 °C.

Cosa vuol dire ripidezza di salita? Per il tratto più o meno rettilineo di ogni grafico si può stabilire una famiglia di proporzioni che rappresentano e definiscono il tratto

stesso. Per stabilire le proporzioni si fa ricorso, geometricamente, ai criteri di similitudine dei triangoli rettangoli che sul grafico legano un cambiamento di temperatura ad un intervallo di tempo (cfr. fig. 3 e, anche, il Capitolo 9).

Per qualunque coppia di variazioni corrispondenti di tempo e temperatura:

$$T_A = T_{2A} - T_{1A} \text{ e } t_A = t_{2A} - t_{1A} \text{ etc.}$$

Si può cioè scrivere la proporzione:

$$T_A : t_A = T_B : t_B = T_C : t_C = \dots = \text{costante} = R$$

$R$  è un numero caratteristico di ogni situazione che esprime la rapidità di riscaldamento. Esso:

- è tanto più grande quanto più la salita è ripida (cambiando la situazione potrebbe diventare anche molto piccolo o molto grande) e può assumere con continuità qualunque valore;
- non è una misura dell'angolo di "ripidezza", ma è in corrispondenza biunivoca con tale angolo (di cui è la tangente trigonometrica, nelle unità di misura e rappresentazione definite dal grafico);
- si può esprimere in *gradi al minuto*, interpretandolo come *velocità di crescita della temperatura nel tempo* (cfr fig. 2 c);
- rappresenta una nuova *variabile complessa* (cioè definita in termini di altre variabili), capace di descrivere l'andamento temporale di ogni processo di riscaldamento;
- in base a tutta l'informazione contenuta nei grafici si può dire che cambia, al cambiare della situazione sperimentale, in proporzione diretta rispetto alla variabile  $F$  e in proporzione inversa rispetto alla variabile  $V$ .

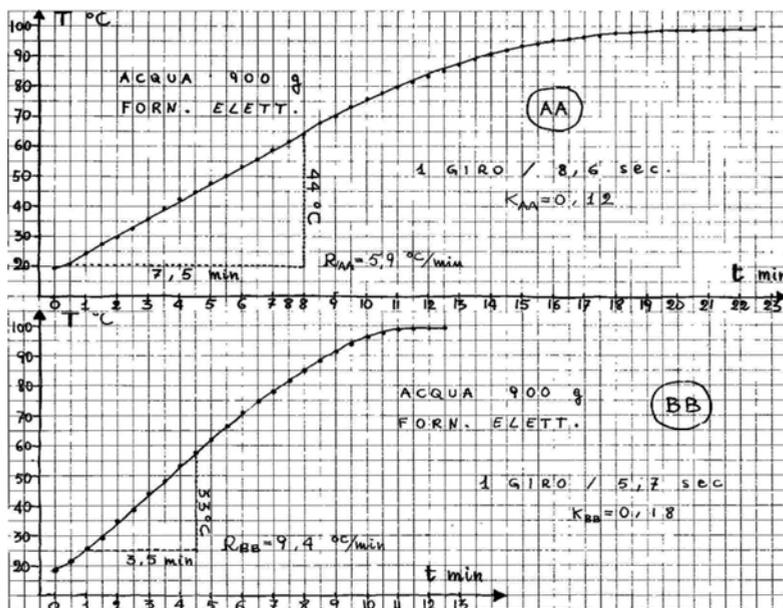


Fig. 2 c Temperatura dell'acqua di una pentola con 900 g di acqua su un fornello elettrico, con manopola su «alto» e «basso»: in corrispondenza a queste situazioni è riportato il tempo impiegato dal contatore dell'Enel per fare un giro (solo il fornello era acceso), da cui si ricava la costante  $k$  di intensità di riscaldamento.

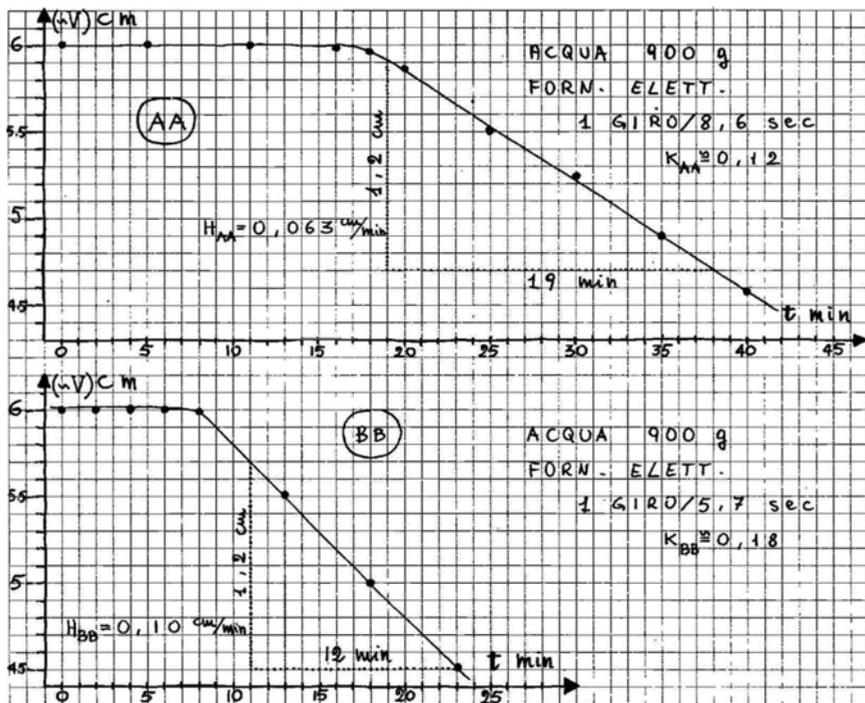


Fig 2 d. Quantità d'acqua nella pentola in funzione del tempo, partendo da 900 g di acqua, durante il riscaldamento e l'ebollizione con fornello elettrico «alto» e «basso». Anche questa pentola era cilindrica per il tratto considerato nella misura

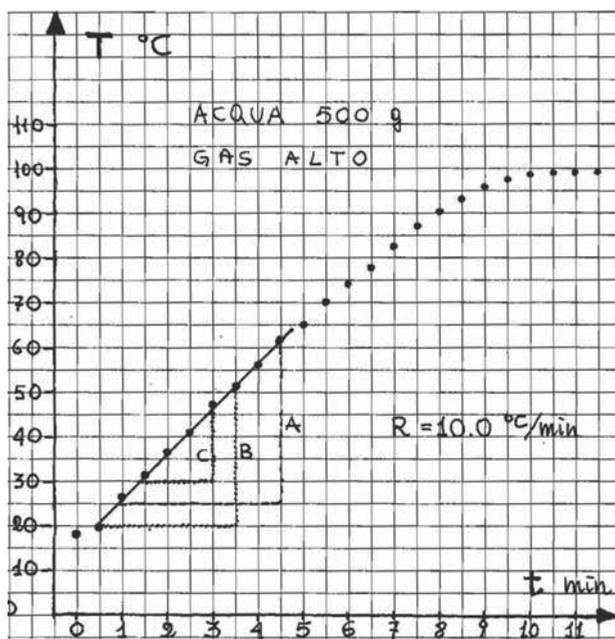


Fig. 3 Analisi della proporzionalità tra intervalli di tempo e dislivelli di temperatura nel primo tratto del riscaldamento che può essere bene rappresentato da un segmento di retta.

Costruiamo infatti una tabella a partire dall'insieme di tutti gli esperimenti fatti, in cui si riportano per le situazioni in cui si è misurato  $F$  i valori di  $R, V, F, t_e$  (tempo necessario per bollire) (cfr. fig. 4).

Confrontandoli con pazienza, si può constatare che tutti questi numeri possono essere rappresentati con buona approssimazione da una relazione del tipo:

$$R = (F : V) \times cost_2$$

dove il fattore  $cost_2$  -come il fattore  $cost_1$ - trovato per l'evaporazione dipende dalla situazione, cioè dal tipo di fornelli e il recipiente, dalla presenza di coperchio, dal tipo di liquido usato, dalle condizioni dell'ambiente esterno.

Per confronto, abbiamo riportato nella tabella anche i tempi di ebollizione  $t_e$  ricavati dai grafici come intervallo tra l'istante in cui la pentola è appoggiata sul fornello e l'istante in cui, per la prima volta, viene letto sul termometro il valore di temperatura che poi resterà praticamente costante durante l'ebollizione. Si può verificare che i valori di  $t_e$  sono descritti da una relazione simile alla precedente con i ruoli di  $F$  e  $V$  scambiati ( $t_e$  è proporzionale a  $V$  e inversamente proporzionale a  $F$ ) verificata però con approssimazione peggiore. È infatti abbastanza ovvio che quanto più la salita è ripida (e quindi  $R$  è grande) tanto più breve sarà il tempo necessario a bollire se si mantiene fissa la temperatura di partenza.

R(°C/min)	V (cm <sup>3</sup> )	F	H(~cm/min)	t <sub>e</sub> (min)	sit
5,9	900	0,12 x K	0,063	20	AA
9,4	900	0,18 x K	0,10	8,5	BB

$$R_{BB} : R_{AA} \cong 1,6 ;$$

$$H_{BB} : H_{AA} \cong 1,6 ;$$

$$F_{BB} : F_{AA} \cong 1,5$$

Fig. 4 Confronti tra misure (cfr. testo)

## 7.7. Riscaldamento e ebollizione

Cerchiamo ora una interpretazione anche per questa nuova relazione tra variabili, che descrive abbastanza bene la parte iniziale di ogni riscaldamento. (Se si facesse la prova con l'olio il tratto quasi rettilineo di salita della temperatura sarebbe molto più lungo... cfr. fig. 5).

Di nuovo ci troviamo davanti ad una uguaglianza in cui una certa "causa" (il riscaldamento costante da parte del fornello, espresso dalla variabile  $F$ ), combinata con certe "condizioni" (la quantità d'acqua  $V$ ; la costante di situazione  $cost_2$ ) viene posta in relazione a un certo "effetto" (la rapidità di riscaldamento  $R$ ). Si tratta di nuovo di un processo temporale nella cui rappresentazione la variabile tempo non appare in modo esplicito: il sistema risponde al riscaldamento mantenendo praticamente costante la quantità d'acqua e aumentando proporzionalmente al tempo la sua temperatura. (Nel caso dell'ebollizione uniforme, abbiamo visto invece che il sistema risponde al riscaldamento facendo diminuire proporzionalmente nel tempo la quantità di acqua a temperatura dell'acqua costante). Come succedeva nel caso dell'ebollizione, l'uguaglianza ha una evidente interpretazione causale asimmetrica rispetto ai due

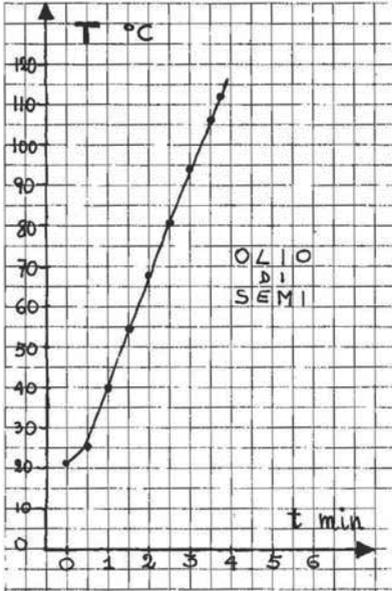


Fig. 5 Temperatura dell'olio in un pentolino in funzione del tempo: l'andamento è circa lineare fino alla più alta temperatura leggibile sul termometro.

termini e si presta quindi ad essere vista come *stato stazionario* e *equilibrio stazionario*. Per tutto un intervallo di tempo (finché l'acqua non evapora troppo, prima di bollire... finché la pentola non è troppo calda e non perde troppo calore verso l'esterno...) c'è sostanzialmente equilibrio stazionario espresso dalla proporzionalità tra quanto forte è la fiamma ( $F$ ) e quanto rapido è il riscaldamento ( $R$ ). D'altra parte, discutendo l'ebollizione, abbiamo attribuito ad  $F$  un chiaro significato di variabile di flusso: ma, allora, sarà possibile -o necessario- interpretare anche  $R$ , la rapidità di riscaldamento, come variabile di flusso? E, se mai, flusso di che cosa?

Per provare a rispondere a queste domande cerchiamo di riassumere, e schematizzare, tutto quello che abbiamo detto finora. In definitiva, possiamo descrivere la storia della pentola d'acqua che si scalda suddividendola in quattro episodi principali, che si susseguono l'uno all'altro nel tempo e che sono caratterizzati da diversi *andamenti* della temperatura (cfr. fig. precedenti):

- pentola e fornello si aggiustano reciprocamente, fino a stabilire un modo di funzionare caratteristico della loro interazione (l'intervallo di tempo può anche essere molto breve).
- C'è "equilibrio stazionario", rappresentato dalla proporzionalità tra intensità uniforme di fuoco e velocità uniforme di riscaldamento, a quantità di acqua costante. (Questa situazione dura, approssimativamente, fino a temperature di 65-75 °C).
- Pentola e fornello, con una nuova fase di aggiustamento, passano dal precedente stato di equilibrio stazionario ad un altro, che si raggiunge quando la temperatura è quella di ebollizione.
- C'è di nuovo equilibrio stazionario, rappresentato dalla proporzionalità tra intensità uniforme di fuoco e velocità uniforme di evaporazione, a temperatura costante di ebollizione.

### 7.8. Il confronto fra gli stati stazionari

Proviamo adesso a confrontare fra loro le relazioni fra le variabili che descrivono i due stati stazionari. Ebollizione uniforme:  $H = F \times cost_1$

Riscaldamento uniforme:  $R = (F : V) \times cost_2$

$R = (F \times cost_2) : V$ .

Ovviamente per una stessa storia-esperimento di ebollizione il valore di  $F$  non cambia. «Nessuno tocca il fornello quando l'acqua comincia a bollire...; il fuoco, a ogni momento, non può sapere che cosa succederà all'acqua...»: in realtà il fuoco un po' si

“accorge” di quel che succede all’acqua e anche all’ambiente intorno, ma in prima approssimazione possiamo fare come se non lo sapesse. Quando si saranno capiti meglio i processi in cui sono coinvolti calore e temperatura, ci si renderà meglio conto di come i flussi di calore dal fornello all’ambiente, dal fornello alla pentola e dalla pentola all’ambiente dipendono anche dalla loro differenza di temperatura.

Perciò ci si potrebbe aspettare che, storia per storia, grafico per grafico, il rapporto  $H/R$  (o viceversa) non dipende per nulla da  $F$ , ma soltanto da  $V$  e dalle condizioni di esperienza rappresentate da  $cost_1$  e  $cost_2$ . Sarà vero?

Nella fig. 6 sono riportati i valori di  $F$ ,  $H$  e  $V$  per tutti gli esperimenti che abbiamo fatto.

R(°C/min)	V (cm <sup>3</sup> )	F	H(≈cm/min)	t <sub>e</sub> (min)	sit
10,6	300	basso	0,088	11	A
17,2	300	alto	0,14	6	B
17,5	200	basso	-----	6	C
24,7	200	alto	-----	4,5	D
6,5	500	basso	-----	20	E
10,0	500	alto	-----	10,5	F

Fig. 6 Confronti fra le misure (cfr. testo)

Che ve ne pare? (Notare che per verificare se il rapporto  $H : R$  è costante *non* occorre misurare  $F$ , ma solo trovare il modo di mantenerne fisso il valore).

Forse, qualcuno si è spazientito: «è chiaro che la variabile  $F$  rappresenta un flusso circa costante di energia termica -calore- che viene trasferita dal fuoco all’acqua, e ne provoca per un certo tempo il riscaldamento costante, e più tardi l’ebollizione costante...».

È chiaro che la variabile  $R$  rappresenta un *flusso differenziale di calore, immagazzinato in maniera integrale* dall’acqua “per” aumentare la sua temperatura, e costituire una riserva di calore: che sarà comunque “restituito” quando lasceremo raffreddare la pentola nell’ambiente. È chiaro che la variabile  $H$  rappresenta un *flusso differenziale di calore, in transito* attraverso l’acqua che bolle (e dall’acqua bollente convertito, invece che in aumento di temperatura, in evaporazione; immagazzinato dal vapore e comunque “restituito” quando il vapore si condensa). Sì, è chiaro: dopo aver fatto tutto il lavoro e per chi già lo sa; per chi ha gli occhi ben esercitati a saper vedere l’essenziale e la testa già esercitata a “metterlo in forma” secondo certi criteri. Ma proprio attraverso queste pazienti, e attente e divertenti analisi fenomenologiche si riescono a legare in sorprendente coerenza aspetti diversi di quello che succede, con relazioni di invarianza fra variabili appropriate. Così è stato possibile costruire, storicamente, così è possibile per ognuno ri-costruire, cognitivamente, quella *rete di corrispondenze fra processi* su cui soltanto si può basare una idea-guida, un organizzatore cognitivo generale come quello di *energia conservata*.

L'energia "fa": trasforma, è efficace, vale, si paga, si produce, si trasporta, si consuma, si degrada, si misura: e tuttavia si può ben dire che l'energia non "esiste". È un *modo universale che lega nel loro succedere i succedere delle cose*; corrispondente a un *modo universale di guardare alle cose che succedono*. Per questo è così importante saperla controllare, tecnologicamente, economicamente e cognitivamente. La strada per il controllo passa attraverso un reale "controllo delle variabili", che permetta di leggere i fatti di sempre in una nuova luce.

### 7.9. Gli equilibri: osservazioni conclusive

A conclusione di questa analisi fenomenologica della storia della pentola possiamo cercare di metterne meglio in evidenza alcune implicazioni di carattere generale: tali cioè da poter essere facilmente riferite anche a molte altre situazioni.

- Consideriamo l'acqua-nella-pentola come un *sistema* definito, i cui *stati* sono specificati dai valori di un certo numero di *variabili*: per esempio il *peso* (circa costante fino a che l'evaporazione è poca); la *temperatura* (variabile, quando si stabilisce il contatto con un sistema -fornello o ambiente- che si trovi a temperatura diversa); il *volume* (che varia un poco al variare della temperatura, per una stessa quantità di acqua); c'è anche una variabile *pressione* (per la pentola e per l'ambiente in cui essa si trova) e ce ne sono altre. Se il sistema-acqua è ben *isolato* (per esempio dentro un thermos perfetto) il suo stato non cambia nel tempo: se invece esso *interagisce* con sistemi diversi (per esempio il sistema-fuoco che lo scalda e lo fa bollire; il sistema-ambiente, rispetto a cui può riscaldarsi, freddarsi, evaporare; il sistema-frullatore che lo agita facendolo scaldare...) il suo stato cambierà nel tempo e il cambiamento sarà reso fenomenologicamente evidente attraverso il cambiamento di una o più variabili.

Ad un certo istante, dunque, mettiamo la pentola al fuoco e così costringiamo il sistema ad una interazione costante, attraverso modalità di contatto ben definite, con il sistema-fuoco. La *risposta* del sistema-acqua a questa *sollecitazione* avviene, come abbiamo visto, nel tempo e si manifesta con due fasi principali. Un primo *equilibrio stazionario*, caratterizzato da conservazione del peso, cambiamento uniforme della temperatura, lieve cambiamento del volume specifico (del peso specifico); un secondo *equilibrio stazionario*, caratterizzato da temperatura e volume specifico (peso specifico) costanti e cambiamento uniforme del volume totale dell'acqua (e quindi del peso totale).

Ora ci si può chiedere: che cosa "determina" un simile cambiamento da un equilibrio a un altro? Perché ad una sollecitazione costante corrisponde, ad un certo punto, un così drastico cambiamento di comportamento? (È vero che l'acqua evapora anche prima di bollire, a qualunque temperatura: ma "bollire" è diverso). Tutti sanno rispondere: «Il fatto è che a cento gradi l'acqua bolle!». Già, è proprio questo il punto: a partire da una precisa situazione di temperatura (e di pressione), che è caratteristica solo ed esclusivamente per l'acqua (a cento gradi all'olio non succede niente di strano), il sistema-acqua invece di rispondere a un ingresso uniforme di calore con un aumento uniforme di temperatura e un aumento pressoché uniforme di volume, comincia a reagire *esclusivamente* con un *passaggio di stato*, mantenendo bloccata la sua temperatura a un valore definito e inalterabile.

«Ma come fa l'acqua a sapere che la sua temperatura deve restare ferma a cento gradi?... Come fa l'acqua a non scaldarsi neanche un po', intanto che bolle, neanche se si fa il fuoco fortissimo?... Cosa se ne fa, adesso, di tutto quel caldo?...». Si tratta di domande serie, molto importanti anche se difficili: da cui si arriva, immediatamente, alla necessità di sapere, o di immaginarsi, «come è fatta l'acqua dentro» per comportarsi in maniera così strana; alla necessità di *fare modelli per la struttura fine* (invisibile) dell'acqua. Ci dovranno pur essere delle ragioni, in quello che non si vede, capaci di spiegare quello che si vede succedere: soprattutto, di spiegare i cambiamenti dei modi di succedere. Sempre si arriva a domandarsi le ragioni e a cercare le risposte, dopo che le *forme dei cambiamenti* hanno perduto i loro aspetti casuali: dopo che sono state ben precisate, confrontate, descritte; dopo che si è visto che è proprio così che le cose sempre vanno. Sulla sicurezza con cui si sanno riconoscere e interpretare le forme fenomenologiche si potrà poi fare affidamento nel lungo e complicato cammino per arrivare a modelli atomici e molecolari coerenti; per riuscire a immaginare necessità e complessità delle particelle e delle relazioni tra particelle; per dare conto della straordinaria varietà di comportamenti di ogni materiale, delle diversità tra i materiali stessi.

- Finora abbiamo parlato di acqua nella pentola e di fuoco sotto la pentola. Chiaramente non sono questi gli unici sistemi che intervengono nell'interazione che stiamo considerando né gli unici sistemi per cui valga la pena di raccontare una storia.

C'è, innanzitutto, la storia di un sistema-ambiente: che si scalda nel tempo (tanto, se si lavora in una piccola stanza chiusa; poco, se siamo all'aperto); che si riempie del vapore dell'acqua e ne provoca in parte la condensazione; che, nel caso di una fiamma, cede ossigeno e accoglie i gas di combustione.

C'è la storia di un sistema-sorgente di energia (la bombola per la riserva di gas o il suo flusso dal serbatoio della centrale; i fili per la corrente elettrica che connettono il fornello col generatore dell'Enel; il materiale solido della candela o l'alcool del fornello). È la sorgente che, emettendo un flusso costante di energia, sostiene (mantiene attivi) tutti i diversi processi che abbiamo riconosciuto e analizzato.

Quando si smette di trasferire energia dalla sorgente all'ambiente mediante quella complessa rete di flussi che attraversano *anche* l'acqua, tutto si ferma: dopo un po' di tempo, tutto (fornello, acqua, ambiente) si ritrova in un equilibrio statico di temperatura. Se la temperatura diventa uniforme, senza differenze tra tutti i sistemi, niente più succede di quello che vedevamo né processi né trasformazioni né scambi: siamo in una situazione di equilibrio indefinito, analoga a quella della tavoletta.

- Abbiamo finora usato le nozioni di *stato* e di *equilibrio* con significati impliciti che forse vale la pena di precisare meglio.

Per un dato sistema chiamiamo dunque *stato*, in generale, un *modo di essere definito che si mantiene invariato nel tempo* durante il quale facciamo le osservazioni; naturalmente, stati diversi sono legati l'uno all'altro da *trasformazioni*, alcune *reversibili* e altre no.

Così per una certa automobile possiamo distinguere stati diversi: essere ferma in folle, in piano; essere ferma e frenata, in salita; andare a cento all'ora su un'autostrada dritta; essere smontata in tutte le sue parti fino all'ultima vite; essere ridotta a un parallelepipedo di ferraglia da uno sfasciacarrozze. Per cambiare dallo stato

“fermo” allo stato “cento all’ora” l’automobile passa attraverso una fase di accelerazione, cioè di aumento della velocità, caratterizzata da consumo di carburante e da un insieme di altri fenomeni fra loro correlati; per passare dallo stato “naturale” al parallelepipedo di ferraglia...

Uno stato di un sistema è dunque caratterizzato dal fatto che alcune *variabili essenziali* attraverso cui lo stato stesso è individuato non cambiano nel tempo.

Se l’automobile è ferma, non cambia né la sua posizione né la sua riserva di benzina; se è in uno stato di moto uniforme, anche se la sua posizione e la riserva di benzina cambiano continuamente, si mantengono costanti la velocità di movimento sulla strada e il flusso della benzina attraverso il carburatore. In altre parole, la definizione di *stato* è sostanzialmente basata sulla capacità di individuare una *configurazione schematica complessivamente invariante* (una immagine di forma, una “gestalt”, che ci appare costante nel tempo). Il fatto poi che qualcosa che cambia continuamente possa, da un diverso punto di vista, non cambiare -e viceversa- costituisce un radicale paradosso cognitivo, antico quanto l’uomo e il suo pensare.

Un tratto di fiume, con le sue correnti e i suoi gorghi, è sempre lo stesso: anche se l’acqua che ne costituisce tutte le strutture continuamente si muove, e continuamente cambia: non ci si bagna due volte nello stesso fiume, diceva Eraclito.

Per aiutarci a distinguere, dunque, chiamiamo di solito *statica* una situazione in cui tutti i valori delle variabili fenomenologicamente essenziali non cambiano nel tempo; *stazionaria* invece una situazione in cui alcune delle variabili importanti cambiano nel tempo, ma in modo uniforme (oppure periodico): in modo tale, cioè, che i loro cambiamenti avvengano in intervalli di tempo proporzionali ai cambiamenti stessi (oppure che si annullino ciclicamente nel tempo). In queste condizioni, variabili del tipo “velocità” (velocità di flusso, velocità di spostamento, velocità di riscaldamento,... velocità di svalutazione...) possono restare costanti nel tempo, mentre nel sistema anche altre variabili cambiano in modo stazionario e in correlazione reciproca. (Oppure, dopo un certo intervallo di tempo sempre uguale, che definisce un *periodo*, tutte le variabili importanti possono riprendere gli stessi valori, e le stesse relazioni reciproche, costruendo ritmi e sovrapposizioni di ritmi).

Infine, chiamiamo generalmente *dinamica* una situazione in cui anche le variabili di tipo “velocità” cambiano nel tempo, e non ci è più possibile avere percezione diretta di alcuna uniformità nel modo di essere del sistema o nei suoi cambiamenti.

L’automobile mentre accelera o frena... il fiume mentre sta gonfiandosi per una piena... il sasso mentre cade sempre più in fretta, il fiore mentre sta sbocciando... il girino mentre si trasforma in rana.

Passiamo ora a riflettere sull’idea di *equilibrio*, così spesso associata all’idea di *stato*, che chiama comunque in causa, in maniera abbastanza complessa, anche la fondamentale relazione di *causa e effetto*.

Una volta individuato uno stato, cioè una configurazione invariante in un sistema, possiamo vederlo, o considerarlo, come *stato di equilibrio*. Questo accade se siamo in

grado di *descrivere lo stato con una uguaglianza*, fra qualcosa e qualcos'altro, e se possiamo *interpretare l'uguaglianza come condizione di equivalenza*.

Se si vede un oggetto pesante che sta fermo, appoggiato sul tavolo, si può andare al di là della pura constatazione: si può cioè leggere la situazione come equilibrio fra la forza con cui l'oggetto è spinto verso il basso dalla gravità e la forza con cui l'oggetto è spinto verso l'alto dalla lieve deformazione complessiva del tavolo stesso, schiacciato fra oggetto e terreno.

Non è affatto banale saper leggere questa situazione, apparentemente così semplice, in termini di equilibrio: chi si aspetta che basti spiegarlo ai bambini perché sia chiaro anche a loro o che i bambini ci possano arrivare spontaneamente una volta raggiunta l'età del "pensiero formale", potrebbe andarsi a rileggere quello che scriveva uno scienziato come Torricelli, a cui questo semplice equilibrio non era affatto chiaro.

Se si vede un mucchio di bulloni di ferro che fanno star pari una tavoletta, sul cui altro braccio è appoggiato un pollo spennato, si può leggere la situazione come equilibrio fra il momento del peso del pollo e il momento del peso dei bulloni. Se si vede un pezzo di legno che galleggia, parzialmente immerso nell'acqua, si può costruire cognitivamente la situazione di equilibrio che caratterizza il galleggiamento. E così via.

In altre parole, una data configurazione può essere letta come equilibrio se si presta ad essere descritta attraverso una relazione di eguaglianza-equivalenza fra due termini, omogenei fra loro, che si "contrappongono" l'uno all'altro e attraverso un "bilanciamento" annullano i loro "effetti".

Se ci fosse solo il peso di destra, se ci fosse solo il peso di sinistra, se le distanze non fossero quelle giuste, la tavoletta non potrebbe stare in equilibrio.

All'equilibrio i due momenti del peso sono esattamente equi-valenti e agiscono in verso contrario: ciascuno tenderebbe a fare abbassare la tavoletta dalla sua parte, con la stessa efficacia, così i due *possibili effetti* si annullano reciprocamente e niente cambia. Attenzione però, l'annullamento è sempre schematico, condizionato dal sistema: forse quei pesi potrebbero stare in equilibrio fra loro con quelle distanze, ma se la tavoletta si spezza... È importante ricordare che il nostro più semplice modello percettivo e cognitivo di equilibrio è proprio quello che vede in gioco "forze" contrapposte: sempre, nel caso delle forze, una rottura dell'equivalenza provoca una rottura dell'equilibrio (talvolta, ma non sempre, seguita dalla formazione di un equilibrio diverso).

Uno stato di equilibrio statico è dunque caratterizzato, per esempio, da una *configurazione spaziale invariante* mantenuta da forze che si equilibrano a vicenda. Possiamo leggere in modo analogo uno stato stazionario come un equilibrio stazionario, per esempio se sappiamo riferire una *configurazione invariante al cambiamento* ad un diverso equilibrio fra forze.

Quando l'acceleratore è tenuto fermo e la velocità della macchina è costante, c'è equilibrio fra la "spinta" del motore da un lato e tutte le "resistenze" che la macchina incontra nel suo procedere dall'altro. Se una delle forze che fanno resistenza aumenta lievemente (se per esempio la strada diventa appena un po' più in salita), possono succedere due cose. Si può premere di più l'acceleratore: allora la forza del motore

aumenta fino ad equilibrare l'aumento della forza resistente della salita e la macchina continua ad andare alla sua velocità originaria. Si può, invece, mantenere fermo l'acceleratore: allora la velocità dell'automobile diminuisce, finché la diminuzione della forza resistente dell'aria *compensa* l'aumento della forza resistente della salita; dopo di che si ristabilisce un *nuovo* equilibrio stazionario, a velocità più bassa. Ma per capire bene quello che succede è importante ricordare che la forza di resistenza dell'aria è determinata dalla velocità della macchina -cresce e diminuisce con la velocità- e a sua volta la determina, partecipando all'equilibrio complessivo delle forze in gioco attraverso un tipico processo di *feedback*.

Più in generale, anche se la generalizzazione non è affatto banale, qualunque stato stazionario può essere interpretato come equilibrio (non necessariamente tra forze, in generale tra variabili complesse).

Se si vuole mantenere invariante lo schizzo di una siringa, bisogna mantenere una opportuna pressione sul pistone che scorre; se si vuole mantenere il livello dell'acqua in un recipiente bucato, bisogna mantenere un opportuno flusso che entra; se ci si vuole mantenere "in forma", bisogna mantenere una rete di scambi equilibrati con l'ambiente esterno; se ci si vuole mantenere in vita...

D'altra parte fra gli stati stazionari si possono annoverare anche quegli stati-limite, corrispondenti ad "esperimenti ideali" praticamente irrealizzabili ma concettualmente fondamentali, in cui non ci sono "resistenze" di alcun tipo al movimento o al cambiamento: una volta avviati movimento e cambiamento si mantengono così invariati anche in assenza di qualunque "forza" attiva, apparentemente in assenza di qualunque "causa", al di fuori di qualunque equilibrio.

- Una situazione di cambiamento dinamico è difficilmente riconducibile ad una lettura intuitiva in chiave di stato o di equilibrio. Eppure una lettura di questo tipo è, non solo possibile, ma determinante per la stessa interpretazione e ricostruzione cognitiva di ogni cambiamento. Anche qui si può cominciare con esempi di forze-movimenti, intuitivamente e percettivamente più padroneggiati e poi generalizzarli, trasferendoli ad altre situazioni di cambiamento.

Se i pesi sulla tavoletta non sono in situazione di equilibrio, la tavoletta abbandonata a se stessa si abbassa irrimediabilmente da una parte. D'altra parte, più i momenti dei pesi sono diversi tra loro, più rapido è l'abbassamento: e se non fosse sempre così, per tanti e tanti processi di cui abbiamo esperienza, ci sarebbe ben difficile accorgerci di quanto si è vicini o si è lontani dalla tanto ricercata posizione di equilibrio. Se mentre si va a velocità costante si spinge a fondo l'acceleratore, la forza del motore diventa molto maggiore delle resistenze e l'automobile "accelera", cioè aumenta di velocità: l'accelerazione iniziale sarà poi tanto maggiore quanto maggiore sarà lo squilibrio tra forza del motore e forze resistenti. Appare cioè che *l'entità dello squilibrio tra forze*, valutato rispetto alla condizione di equilibrio statico o stazionario, sia direttamente proporzionale alla *variazione di velocità* (accelerazione) con cui il sistema *risponde* allo squilibrio stesso. Ma diventa allora possibile, confrontando lo *squilibrio* delle forze e la corrispondente *accelerazione* del cambiamento, leggere di nuovo questa corrispondenza come un nuovo equilibrio, fra le cause e le modalità del cambiamento stesso.

In qualche modo si è così guidati dai fatti, e dalle riflessioni della cultura sui fatti, a trattare qualunque cambiamento di una situazione, statica o stazionaria, come sorgente, esso stesso, di un qualche tipo di “resistenza” da conglobare in un equilibrio complessivo: una specie di resistenza, o inerzia, che il mondo comunque oppone mentre viene sollecitato a cambiare lo stato in cui in quel momento si trova; tanto maggiore quanto maggiore è l’accelerazione corrispondente al cambiamento. Si è guidati cioè a interpretare ogni situazione di cambiamento ancora come equilibrio fra forze: fra una *azione* tendente a sbilanciare una configurazione e una *reazione* che la configurazione stessa oppone, in misura tanto maggiore quanto maggiore è l’entità del cambiamento in atto. (E, di converso, tanto maggiore sarà l’azione di sbilanciamento, tanto maggiore sarà la reazione che nello stesso sbilanciamento si manifesta).

Di un simile modo di vedere il “secondo principio” della dinamica « $f = ma$ » non è altro che un caso particolare: *l’accelerazione* di un sistema, il cambiamento di velocità per unità di tempo, è vista come proporzionale (equivalente, tenendo conto della costante-massa) alla *intensità totale di forza non bilanciata da altre forze*, che è comodo interpretare come “causa” del movimento stesso.

«...La forza insita della materia è la sua *disposizione a resistere*, per cui ciascun corpo, per quanto sta in esso, *persevera* nel suo stato di *quiete* o di moto *rettilineo uniforme* (...) a causa dell’inerzia della materia (...). Questa forza è sempre proporzionale al corpo (...). Il corpo, in verità, esercita questa forza solo nel caso del *mutamento del suo stato* per effetto di una forza impressa dall’esterno (...). Comunemente si attribuisce la *resistenza* ai corpi in quiete, e *l’impulso* ai corpi in moto: ma moto e quiete (...) sono distinguibili solo relativamente uno all’altro (...)». (Isaac Newton, *Principi matematici della filosofia naturale* (1686) Definizione III).

È difficile valutare appieno quanto questo *modo di guardare*, ai fatti fisici direttamente, a tutti i fatti per analogia, abbia influenzato e influenzi tuttora i *modi di pensare* negli ambiti di conoscenza più disparati -oltre, beninteso, quelli della fisica formalizzata.

## Capitolo 8

# La complessità dei sistemi

### 8.1. Guardare per sistemi

Guardare per sistemi corrisponde a un atteggiamento cognitivo fondamentale ed efficace, capace di strutturare coerentemente competenze disciplinari anche molto diverse (cosmologia, economia, psicologia, sociologia, informatica, scienze cognitive, didattica...). Noi possiamo, qui, affrontarne solo gli aspetti più elementari e generali: per brevità, per chiarezza e per gli scopi di questo libro ci limiteremo ad esemplificare alcuni concetti di base, riferendoci preferenzialmente ad una interpretazione dei sistemi biologici. Sarebbe importante che chi legge (e insegna) facesse personalmente l'esperienza di trasferire gli stessi concetti, e modi di guardare, ad altre aree di sua esperienza e conoscenza; eventualmente servendosi come metafora per interpretare anche le complesse dinamiche dell'insegnare e dell'apprendere.

Capire per sistemi implica, come vedremo sempre meglio, la possibilità di analizzare strutture di realtà secondo molti aspetti parziali, unita alla necessità di tenerne sempre presente l'aspetto complessivo. Questa permanente ambiguità porta, quasi inevitabilmente, ad una discussione e ad una comprensione non "lineare": molte delle ripetizioni che caratterizzano l'esposizione che segue hanno appunto lo scopo di mettere in evidenza l'intrinseca natura "circolare" di ogni interpretazione sistemica.

Le strategie analitiche di conoscenza permettono di spiegare aspetti di realtà risolvendoli in relazioni elementari, dis-intrecciandone le componenti variabili e studiando separatamente il comportamento di ciascuna di esse in relazione ad altre. Ma nuove strategie sono necessarie, quando si vuole affrontare la comprensione della complessità in quanto tale. Si guardano allora fenomeni e sistemi nella loro organizzazione, mettendo in evidenza le interazioni, dinamiche e funzionali, che consentono alle parti connesse in configurazioni strutturate di presentare comportamenti <sup>1</sup> diversi da quelli che avrebbero se fossero isolate.

Abbiamo già parlato dei sistemi come di entità coerenti, differenziate rispetto a uno sfondo che le comprende, capaci di trasformazioni e funzionamenti, organizzate in strutture e sottostrutture a loro volta differenziate. Si può cogliere l'aspetto sistemico di organizzazione e interazione anche in molti e vari processi che sembrano a prima vista svolgersi ciascuno con proprie regole, senza uno scopo o una causa evidente, senza un andamento preciso o una direzione prevedibile. Si possono allora usare criteri simili per interpretare e formalizzare il comportamento sistemico di molte strutture-che-funzio-

---

<sup>1</sup> Il significato che vogliamo dare alla parola "comportamento" è ben più impegnativo di quelli in cui essa è stata avvilta dal moderno "comportamentismo". Intenderemo allora per "comportamento" le molteplici manifestazioni, in superficie, di un essere e di un divenire profondo che si proietta in fatti e in eventi (comportamento delle cose e del mondo) e in azioni (comportamento degli individui viventi).

nano-nel-tempo, anche se si presentano fenomenologicamente diverse; unificando cognitivamente, attraverso un modello comune, situazioni e dinamiche che “appartengono” a campi del sapere molto lontani. Per esempio, è facile considerare come “sistemi” le macchine costruite dall’uomo per realizzare scopi precisi, per trasformare -attraverso un funzionamento progettato- aspetti di realtà in altri aspetti di realtà, per produrre nuove realtà. Ma si può anche guardare come “sistema” che si evolve nel tempo un organismo vivente, una porzione di dinamica geologica, il ciclo delle acque, le interazioni sociali tra individui, la struttura economica di una famiglia o di uno Stato.

## 8.2. Scambi, flussi, equilibri

Fa parte di questo modo di guardare anche il considerare i sistemi come nodi di scambio, rispetto ad altri sistemi e alla totalità dell’ambiente. Molto in generale, sappiamo vedere in ogni scambio componenti di *materia*, di *energia* (trasformata durante il funzionamento), di *informazione* (che, attraverso la materia e l’energia, struttura e dà forma al sistema e allo stesso funzionare). Ma nella realtà, e soprattutto nelle schematizzazioni necessarie ad ogni comprensione, non tutti i sistemi funzionano in quanto correlati ad un ambiente. Vi sono infatti sistemi *isolati*, in cui materia, energia e informazione non entrano né escono, che si trasformano soltanto al loro interno a carico dei loro stessi componenti. Altri sistemi possono scambiare informazione e energia, ma non materia, con il mondo esterno: si parla allora di sistemi *chiusi* e la Terra ne rappresenta un esempio. Essa infatti riceve dal Sole e dalle stelle radiazioni (energia) la cui modulazione (informazione) organizza e sostiene una complessa dinamica. La Terra irradia a sua volta verso lo spazio; ma, a parte le piogge di meteorite o di polvere cosmica (e qualcuno ipotizza che la vita sia “arrivata” così!) non scambia materia con il resto dell’Universo. La maggior parte dei sistemi sono invece sistemi *aperti*: capaci cioè di funzionare e di mantenere le caratteristiche strutturali che li individuano, in quanto attraversati da un flusso continuo, verso l’interno e verso l’esterno, di materia, energia e informazione. Esempio-prototipo di sistema aperto è l’individuo vivente: ma anche una città concentra un flusso di alimenti, combustibili, materiali da trasformare, energia, notizie, cultura... e manda fuori a sua volta prodotti finiti, rifiuti, calore... altre informazioni.

I sistemi aperti sono capaci di comportamenti sia *stazionari* (o di regime) che *dinamici* (o di cambiamento) (cfr. Capitolo 7): possono costruirsi mediante l’ingresso di nuovi elementi e disgregarsi mediante l’uscita di altri, modificando se stessi e il proprio funzionamento attraverso una continua riorganizzazione. I *flussi di scambio* mantengono il sistema sempre “lontano” da un equilibrio statico e le loro variazioni gli impongono di riequilibrarsi in nuove condizioni. Si possono distinguere allora nei sistemi le dinamiche di cambiamento irreversibile, che si svolgono in tempi molto lunghi, da quelle più o meno reversibili, o periodiche, che si svolgono in tempi più brevi, mediate dai flussi di scambio: si possono così caratterizzare sistemi che si trovano in stati di *equilibrio quasi stazionario*. Ma è necessario, per tutto il tempo in cui questo equilibrio si mantiene, che il complesso intreccio dei flussi in entrata, delle trasformazioni, dei flussi in uscita rimanga praticamente invariante.

### 8.3. Macchine, organismi e ambienti

Si può dire che un sistema aperto esiste in quanto è discontinuo rispetto al suo sfondo e che funziona in quanto la sua “diversità” gli consente, attraverso varie e complesse modalità, di passare dinamicamente da uno stato stazionario a un altro, trasformando al tempo stesso alcune caratteristiche del suo ambiente <sup>2</sup>.

Un sistema-automobile, per esempio, progettato e costruito dall'uomo per i suoi scopi, funziona nel tempo mediante una serie di congegni meccanici, comandi, controlli, rifornimenti provenienti dall'esterno: può passare da una situazione “ferma” a una situazione “di movimento” e in questa si può mantenere con maggiori o minori variazioni di velocità. Per accelerare e per continuare a muoversi, deve trasformare un flusso di combustibili (materia-energia) preso dall'ambiente in un flusso di prodotti non più utilizzabili a questo scopo (gas di scarico, calore...) che vanno di nuovo a far parte dell'ambiente.

Un sistema vivente, un organismo (a cui l'interpretazione culturale attribuisce lo scopo di funzionare per mantenersi in vita) costruisce continuamente se stesso, in base alle informazioni che lo caratterizzano geneticamente, attraverso un flusso di materia e di energia. Aria, acqua, cibo... sempre entrano al suo interno mantenendo processi di organizzazione e trasformazione; sempre escono al suo esterno anidride carbonica, odori, calore, movimento, rifiuti...: intanto l'organismo stesso cresce, si sviluppa, invecchia mantenendo la propria individualità e adattandosi ai ritmi dell'ambiente.

I sottoprodotti del funzionamento, dell'automobile o del vivente, derivano dal tipo di combustibile utilizzato e dall'usura a cui le diverse parti del sistema vanno incontro. Mentre l'automobile si degrada progressivamente fino ad essere completamente inutilizzabile (anche se alcune sue parti possono essere sostituite dall'esterno o infine recuperate), l'organismo, finché vive, è capace di rinnovare e ricostituire nel tempo, autonomamente, molte delle parti che man mano si usurano: l'informazione per queste attività è implicita nella stessa struttura di ogni vivente, che conserva la propria individualità riorganizzandosi nel tempo in forme sempre un po' diverse. Quando la correlazione di flussi che sostiene la vita dell'individuo si interrompe e la informazione autonoma non ne organizza più le forme e i funzionamenti, la materia-energia dei “corpi” entra nei flussi che strutturano nuovi sistemi, trasformata secondo informazioni che caratterizzano altri organismi: in un percorso che si svolge, al di là dei singoli individui, con i tempi della vita stessa.

Ogni ambiente esterno, ad un certo livello di organizzazione, funziona come sistema-sorgente di materiali, energia e informazioni adatte ai vari sistemi particolari; mentre, ad un altro livello di organizzazione, funziona come sistema-deposito in cui confluiscono dai sistemi particolari le informazioni e i sottoprodotti materiali ed energetici del loro funzionamento. In questa “differenza tra livelli” si può stabilire “il flusso” in cui

---

<sup>2</sup> Ogni ambiente può sempre essere interpretato attraverso più modi di guardare: come sistema-individuo, con equilibri e dinamiche propri; come generico sfondo ad altri sistemi; come ambiente interno; come struttura sovraordinata ad altri sistemi-individui (sovrasisistema); etc.

si inserisce, come abbiamo detto, il funzionare di ogni sistema. Il controllo qualitativo e quantitativo dei flussi di scambio serve dunque a mantenere nel tempo l'essenziale discontinuità dei sistemi rispetto all'ambiente. Ma perché i flussi stessi possano esistere, è sempre necessario che vi siano *differenze* nelle variabili di interazione tra sistemi particolari, tra strutture che entrano e quelle che escono, tra l'ambiente interno del sistema e l'ambiente esterno. Per svolgere attività e funzioni sostenute da flussi tra differenze, il sistema deve essere in grado di rilevarle ed eventualmente di farle variare in maniera opportuna, controllandole a molteplici livelli. Perché se il sistema non le rilevasse, non avrebbe alcuna possibilità di trasformarsi trasformando: non sarebbe "capace di funzionare", né, attraverso i vari meccanismi di controllo, di "difendersi" dalle differenze che superano la norma. In particolare, i viventi conservano le caratteristiche di struttura e di organizzazione del proprio ambiente interno: sostenuti in questo dalle stesse interazioni con l'esterno, ma lavorando "contro" quelle variazioni di variabili e caratteristiche che rappresentano, per loro, una sorta di continua minaccia, una continua possibilità di invasione, di soffocamento, di privazione... di alterazione drastica di un flusso o di una condizione essenziale.

Si cerca di difendersi dalle correnti d'aria come dalle infezioni, mantenendosi intorno un ambiente in cui variabili "pericolose" sono sotto controllo; si cerca di mantenere costante la propria temperatura corporea con meccanismi interni che contrastano le variazioni di quella esterna, ma anche su ogni strumento complesso (per esempio su un amplificatore stereo) sono specificati i limiti e gli intervalli di temperatura, tensione elettrica, umidità, entro cui il funzionamento è stabile.

D'altra parte, se l'ambiente non fosse in grado di trasformarsi a sua volta, mantenendo al suo interno strutture differenziate che i sistemi possono riconoscere e selezionare, se non vi si stabilissero flussi modulati da differenze... in un mondo "tutto uguale" (fatto di una unica sostanza -solo combustibile o solo prodotti di rifiuto, o solo aria, o solo alimento... se tutto fosse a una stessa temperatura...) non potrebbe esservi possibilità di alcun funzionamento, di alcun accadere.

#### **8.4. Interazioni specifiche**

La continua necessità di interazione con un ambiente, a cui essere o diventare adatti, è dunque essenziale a tutti i sistemi. Questi possono essere modellizzati come un complesso di parti che cooperano, ciascuna con una sua funzione specifica, a realizzare una interazione, un funzionamento; ogni parte, a sua volta, può essere vista come "sottosistema", composto di parti (sotto-sottosistemi) in interazione con altre e così via... A partire dalla necessità di adattare reciprocamente le diversità si vede allora che solo relazioni specifiche e controllate possono connettere funzionalmente tra loro ambienti e sistemi: ci devono essere, per gli uni e per gli altri, strutture ben definite, adatte a realizzare i raccordi tra ben definite caratteristiche. Ma è sempre necessaria anche una molteplicità di raccordi tra i diversi sottosistemi interni, che funzionano come parti singole *mentre* il sistema, nel suo complesso ma attraverso le sue parti, si raccorda all'ambiente circostante. Anche le interazioni fra parti devono essere quindi mediate da strutture specifiche: proprio dalle varie interazioni intrecciate nascono

possibilità di nuovi funzionamenti, diversi da quelli dei singoli componenti isolati o da quelli che pure potrebbero essere realizzati se gli stessi componenti fossero reciprocamente connessi in modi diversi.

Per esempio, solo una parte molto specifica dell'ambiente può essere usata come combustibile da un sistema-automobile e solo attraverso meccanismi molto specializzati. Come l'ambiente naturale attraverso sue diverse strutture (giacimenti, materiali da costruzione, reti stradali, atmosfera...) è coinvolto complessivamente nella trasformazione del greggio originario in anidride carbonica e altri sottoprodotti che si realizza attraverso un viaggio in macchina, così anche il sistema-automobile, attraverso sue diverse strutture, è coinvolto complessivamente nella trasformazione del combustibile in movimento e in gas di scarico. Del resto, non vi sarebbero "combustibili", o "alimenti", se non ci fossero sistemi adatti a servirsene trasformandoli in qualcosa di diverso: il petrolio è rimasto inutilizzato fino alla diffusione dei motori a combustione interna e quello che nessuno mangia non è alimento per nessuno.

Alla necessaria coerenza che regola, a tutti i livelli, la complessità del sistema vivente, devono allora corrispondere complesse modalità di *controllo* (dell'informazione, dell'organizzazione e della variabilità) integrate al suo stesso funzionamento: modalità di controllo diacroniche, adatte cioè a realizzare e a mantenere nel tempo le caratteristiche individuali di ogni organismo e di ogni specie; modalità di controllo sincroniche, adatte a realizzare e a mantenere, attraverso la variabilità delle condizioni e degli organismi, le caratteristiche di ogni organismo e di ogni specie.

### **8.5. Individui e specie, sviluppo e evoluzione: una parentesi**

La varietà dei sistemi viventi riguarda essenzialmente il modo in cui sostanze organiche elementari, molto simili in tutti, sono coerentemente organizzate in forme definite. I tipi di molecole semplici comuni a tutti i viventi, strutturate a formare cellule, tessuti e organismi, sono dell'ordine di grandezza del migliaio; l'informazione, geneticamente codificata, che potrebbe organizzarli in sistemi viventi è praticamente infinita. (Nella storia della vita, non tutti i tipi di organismi geneticamente possibili si sono realizzati né sappiamo se si realizzeranno mai). E la materia-energia che costituisce un individuo può sempre essere disorganizzata e coerentemente riorganizzata secondo l'informazione che caratterizza un altro individuo, entrando a far parte delle strutture specifiche adatte a nuove esigenze di vita: come sempre accade quando il cibo o l'alimento sono costituiti da sostanze organiche.

È importante ricordare brevemente che le informazioni adatte a dare forma e a coordinare, momento per momento, l'organizzazione e il funzionamento di ogni individuo vivente sono codificate in segnali di tipo elettrico o di tipo chimico e di tipo chimico è sostanzialmente anche la codificazione dell'informazione genetica -il "progetto"- che si conserva e si attua in ogni cellula del vivente dando forma, nel tempo, alle strutture e ai processi caratteristici della vita di ognuno. L'informazione genetica è complessivamente organizzata in un *genotipo* individuale, comune a tutte le cellule di uno stesso organismo ed è discretizzata in "geni", responsabili più o meno direttamente delle caratteristiche del funzionamento cellulare e dell'organismo stesso.

Ogni elemento di informazione genetica è sempre associato alla forma, alla composizione e alla organizzazione funzionale di particolari molecole (gli acidi nucleici, il DNA): il programma complessivo, il genotipo, è materializzato nella sequenza lineare e nella organizzazione spaziale di unità chimiche che formano lunghi filamenti variamente strutturati all'interno di ogni cellula (i geni). L'intero progetto viene sistematicamente duplicato in ogni divisione cellulare e sempre trasmesso di generazione in generazione, con modalità un po' diverse a seconda se si tratta di generazioni di cellule semplici o di organismi complessi. Talvolta (casualmente) intervengono piccole o grandi modificazioni nella struttura dei filamenti e quindi anche nelle informazioni ad essa connesse. Il genotipo è, in sintesi, l'insieme delle "istruzioni per vivere", per ogni cellula e di conseguenza per l'individuo: sempre attivo nello sviluppo e nel funzionamento, per qualsiasi evenienza interna o esterna (quello che non vi è in qualche modo previsto, non può comunque essere realizzato). D'altra parte la sua disponibilità è sempre soggetta a vincoli che dipendono sia dalla attuazione sequenziale del genotipo stesso (non si invecchia prima di essere giovani), sia da condizioni definite dell'organismo, sia da modalità di funzionamento cellulare connesse alle caratteristiche dell'ambiente esterno e interno. (In un certo senso, il significato operativo della decodifica dell'informazione dipende sia dalla struttura dell'informazione stessa, sia da quella dell'ambiente in cui essa deve essere utilizzata). Ogni individuo (cellula o organismo complesso), seguendo il progetto genetico ereditato, si sviluppa nell'ambiente differenziandosi dagli altri e realizzando un proprio *fenotipo*. L'insieme delle caratteristiche fenotipiche di ogni individuo è dunque determinato sia dal funzionamento integrato del genotipo, sia dalle situazioni ambientali che condizionano, in varia misura, l'attuazione di parti specifiche del programma e l'attività dei loro prodotti.

Si possono allora considerare come appartenenti a una stessa specie individui, reciprocamente fecondi, caratterizzati da genotipi abbastanza simili, che corrispondono schematicamente a un fenotipo-prototipo in cui tutti possono riconoscersi. Alcune differenze tra individui hanno origine dal fatto che talvolta le informazioni trasmesse alla discendenza possono casualmente subire una *mutazione*: cioè possono diventare diverse attraverso le modalità chimiche più o meno complesse con cui le molecole che codificano un certo progetto (gli acidi nucleici, il DNA) possono cambiare composizione, forma e organizzazione interna; cambiando, quindi, le interazioni chimiche che determinano il funzionamento della cellula in cui si trovano. Le mutazioni casuali nel progetto possono provocare la comparsa di nuove proprietà in cellule singole: nell'organismo oppure nei suoi discendenti se la mutazione ha coinvolto una cellula responsabile della formazione di un nuovo individuo. "Casuale" significa che l'evento di mutazione avviene per cause non prevedibili, spesso con effetti non prevedibili, in un luogo molecolare non prevedibile.

"Casuale" non significa "egualmente probabile in tutte le direzioni", perché di fatto alcune mutazioni sono più probabili e quindi più frequenti di altre. Si intende invece, col termine "casuale", che la variazione non si origina nelle direzioni in cui può risultare vantaggiosa: in altre parole, essa si costruisce sempre al di fuori di qualunque progetto

finalistico, anche se le sue conseguenze possono incidere profondamente sulla vita dell'individuo e, a volte, della specie.

La riproduzione, sessuata o asessuata, assicura la continuità e la variabilità a livello delle singole cellule, degli organismi e delle specie, in quanto porta alla sostituzione degli individui che via via muoiono con nuovi individui che si sviluppano ciascuno secondo un proprio progetto genetico: caratterizzato dalla specie, e in particolare caratterizzato dalla peculiarità del “genitore” o dei “genitori” da cui l'individuo deriva.

Nella riproduzione sessuale la variabilità è poi enormemente potenziata dalla casualità della “ricombinazione” dei progetti genetici di entrambi i genitori, che si riorganizzano in un nuovo progetto completamente originale. Attraverso i meccanismi di ricombinazione, infatti, l'informazione genetica contenuta in ogni cellula germinale (uovo o spermatozoo) va ad intrecciarsi più o meno casualmente con quella dell'altro genitore nella cellula uovo-fecondato (zigote); è sempre possibile, inoltre, che tali informazioni siano anche casualmente “mutate”. Il genitore, assolutamente inconsapevole della mutazione, non ne è, ovviamente, morfologicamente influenzato, in quanto si è già costruito, e vive, secondo il suo genotipo originario che lo caratterizza fin dallo zigote. Le mutazioni casuali che avvengono in cellule somatiche -non germinali- non hanno effetto sulla strutturazione della identità dei figli, mentre possono invece avere effetto sul fenotipo del genitore. D'altra parte non è neanche detto che ogni mutazione abbia manifestazioni evidenti: essa infatti avviene “contro” i meccanismi di stabilizzazione e compensazione che permettono ad ogni individuo di mantenere, entro limiti abbastanza flessibili, un funzionamento ottimizzato.

Ogni individuo-figlio dovrà dunque costruirsi a partire dalle informazioni “ricombinate” e “mutate” che danno origine al suo genotipo; si svilupperà, con le modalità e i tempi propri della specie, secondo la sua nuova, personale, identità genetica che lo porterà a diventare un adulto biologicamente anche molto diverso, oppure praticamente equivalente, ai suoi genitori.

In base al progetto genetico irreversibilmente ereditato, le possibilità di vita di ogni individuo nel proprio ambiente possono allora essere migliori o peggiori di quelle di altri: possono contribuire in vario modo, attraverso le loro caratteristiche, alle eventuali possibilità di vita della discendenza. Ogni genotipo definisce dunque individui “favoriti” o “sfavoriti”, rispetto ad altri e rispetto al proprio ambiente: anche esso, del resto, in continua ma più lenta trasformazione. Ogni individuo, d'altronde, non ha altra possibilità che morire dopo aver generato dei figli oppure morire senza prole: l'individuo, all'interno della sua specie, è cioè sempre oggetto di *selezione* da parte dell'insieme delle sue condizioni ambientali. Se la selezione è a suo “favore” l'individuo vive e procrea, se è “contro” di lui egli muore senza trasmettere a nessuno le sue caratteristiche genetiche, l'informazione in base a cui egli stesso si era formato. La selezione, in realtà, riguarda quindi la discendenza di ogni individuo e non, strettamente parlando, il suo “successo” particolare.

Il complesso degli individui -tutti sempre un po' diversi dai loro genitori, talvolta molto diversi- ciascuno più o meno adatto a sopravvivere, a riprodursi, a morire precocemente- costituisce allora la specie: un complesso cieco e senza progetto che si trasforma

lentamente nel tempo, in equilibrio dinamico con condizioni ambientali che si trasformano a loro volta. Attraverso i genotipi che mutano e i fenotipi che di conseguenza vengono selezionati, la specie ha necessariamente una *evoluzione*, più o meno rapida o evidente: confrontandosi con il sistema-ambiente e con gli altri sistemi-specie, modificandosi essa stessa come sistema attraverso le modifiche nella totalità degli individui che la definiscono.

Ma i tempi e gli spazi delle mutazioni, delle selezioni, delle evoluzioni sono enormemente diversi. I tempi per mutare l'informazione genetica possono essere istantanei, ma sono i tempi del caso: l'evento può succedere o non succedere mai. I tempi dell'attuazione del progetto sono confrontabili con i tempi medi della vita riproduttiva di un individuo e del suo subire una selezione nel corso della vita stessa. Mentre i tempi di evoluzione di una specie, in cui si intrecciano, si annullano, si amplificano le mutazioni individuali, sono confrontabili con i tempi lunghissimi di trasformazione di un ambiente, con i tempi di evoluzione delle altre specie. Gli spazi delle mutazioni sono estremamente localizzati e possono riguardare anche un solo elemento nella molecola di acido nucleico nel nucleo di una cellula; quelli della selezione riguardano direttamente il corpo dell'individuo e indirettamente il suo ambiente di vita; quelli di una specie riguardano la sua diffusione, strutturata in popolazioni, sull'intero pianeta.

## **8.6. Strutture e funzioni di interfaccia e controllo**

In generale si può pensare che ogni scambio, ogni specifico raccordo tra sistemi e parti di sistemi, tra sistemi e ambiente, avvenga attraverso strutture specifiche, adatte per natura o per costruzione tecnologica a realizzare selettivamente quel particolare tipo di interazione. Queste strutture, a volte semplici a volte anche molto complesse, possono essere schematizzate secondo un modello molto generale di *struttura di interfaccia*: qualcosa, cioè, che si pone funzionalmente in mezzo alle "facce" di due diverse realtà in interazione. Le interfaccia svolgono la loro funzione di raccordo (unidirezionale o bidirezionale) in quanto sono capaci di trasformare -*trasdurre*- una informazione (segnale o stimolo), relativa a uno stato o a un cambiamento di un sistema, in una informazione adatta a determinare o a modificare lo stato, o il cambiamento, dell'altro sistema.

Esse rappresentano dunque strutture di "modulazione funzionale" attive tra sistemi, che fanno parte di uno di essi o di entrambi o che possono esserne indipendenti. Secondo un modo di guardare molto schematico e molto generalizzato, si potrebbe così arrivare a vedere ogni processo, ogni interazione, sempre mediato da specifiche strutture di interfaccia: caratterizzate da propri funzionamenti che si situano a diversi livelli, contemporaneamente o in successione nel tempo, durante lo svolgersi complessivo di ogni attività e trasformazione.

Per esempio, è interfaccia tra mano e carta la macchina da scrivere, per cui la pressione su un tasto provoca, attraverso il funzionario concatenato di diverse interfaccia interne, un cambiamento nello stato del foglio; è interfaccia tra mano e carta anche la matita e nello stesso complesso-matita si possono individuare -se si vuole- altre interfaccia più particolari (il meccanismo che controlla la mina...). D'altra parte la stessa mano

rappresenta, per l'individuo umano, una delle più importanti strutture di interfaccia, capace di raccordare stati e trasformazioni interne (intenzioni...) in stati e trasformazioni esterne (azioni...).

Sono, così, genericamente "interfaccia" tutti gli *strumenti* che fanno corrispondere, sempre in maniera molto specifica, ad azioni ben definite trasformazioni ben definite o a situazioni specifiche sensazioni specifiche; è, anche, un sistema di interfaccia quello che, nel suo complesso, funziona traducendo un linguaggio in un altro linguaggio, un codice in un altro codice e così via.

Per esempio ci vuole, per scrivere, una pressione adatta del dito sul tasto della macchina da scrivere o della mano sul cannello della matita; ci vogliono configurazioni adatte di forze a determinare l'abilità con cui si suona un flauto o si manovra una piolla.

Possono esservi, tra due sistemi o tra sistema e ambiente, interfaccia che funzionano in una sola direzione (e quindi un sistema "agisce" sull'altro); o nelle due direzioni, quando i sistemi interagiscono reciprocamente, ciascuno influenzando in maniera specifica il funzionamento o il modo di essere dell'altro. Poiché si tratta sempre di trasformare, tradurre, una informazione in un'altra (una differenza in una differenza, un cambiamento in un cambiamento) ogni interfaccia deve essere specificamente sensibile al cambiamento di una variabile o di un intreccio di variabili (ad una caratteristica), che si presenti con modalità abbastanza definite da poter essere univocamente riconosciute dall'interfaccia.

In definitiva, dunque, le proprietà globali che caratterizzano i sistemi hanno origine dal fatto che opportune e molteplici strutture di interfaccia, sensibili a specifici cambiamenti di variabili, mettono programmaticamente in relazione le disposizioni e i modi di funzionare delle varie componenti. Per questo il funzionamento di un sistema può essere parzialmente *analizzato* individuando variabili e relazioni tra variabili, ma non può essere completamente *ridotto* ad un loro sia pur complesso intreccio, come non può essere *spiegato* attraverso l'analisi separata di singole parti e funzioni. Sempre bisogna valutare come sono poste in relazione le parti stesse e i loro modi di funzionare; come la variazione di una variabile si trasforma, specificamente e localmente, nella variazione correlata di un'altra variabile. I sottosistemi reciprocamente sconnessi (in pezzi smontati...) non possono mai manifestare le caratteristiche che si stabiliscono quando sono invece organizzati insieme, raccordati da interfaccia definite: questo è vero per ogni macchina, per ogni organismo, per ogni molecola, per ogni cosa.

Non è facile, da un mucchio di parti di metallo, di plastica, di fili elettrici etc. capire di che "macchina" si tratta né se i pezzi sono sufficienti o adatti a un funzionamento definito; è ancora più difficile decidere se in un mucchio di "chips" o di "schede" di circuito ci sono gli elementi di un calcolatore, di un amplificatore o di niente di significativo.

Spiegare un funzionamento vuol dire in generale farne un *modello*: *discretizzando* aspetti, parti, funzioni, collegamenti, quindi *ricostruendo* cognitivamente correlazioni e cause per quello che succede. In ogni sistema bisogna, in particolare, individuare come le varie interfaccia raccordano tra loro le funzioni specifiche delle varie parti. Modelliz-

zando poi la stessa complessità delle strutture di interfaccia interne e esterne, si individuano sempre meglio le diverse possibilità di interazione: tra sistemi, tra parti di un sistema, tra l'ambiente interno di ogni sistema e il suo specifico ambiente esterno. Perché la complessità si adatti ad ogni situazione, essa deve essere sensibile a *segnali* e *controlli* caratteristici, mediati non solo dalle variabili ma anche dagli stessi modi di variare delle variabili; comunque adeguati ai funzionamenti degli stessi sistemi-interfaccia e ai loro diversi ruoli nel funzionamento dell'intero sistema.

Attraverso la complessità, flessibilità e integrazione delle sue strutture di interfaccia ogni organismo diventa quindi capace di entrare in relazione con il suo ambiente esterno, accorgendosi delle sue caratteristiche e delle loro variazioni; agendo e reagendo in esso; suscitandovi trasformazioni e reazioni; *comportandosi* in maniera appropriata. Per esempio, tutta l'enorme complessità dei sistemi di percezione, e di elaborazione della percezione, eventualmente discretizzati e organizzati secondo vari "sensi", rappresenta un potente sistema di interfaccia che raccorda l'organismo con l'esterno: interfaccia specializzata nel sintonizzarsi con particolari caratteristiche e variabili dell'ambiente, nel trasdurre schematicamente verso l'interno le informazioni corrispondenti. Ogni interfaccia percettiva funziona non solo *selezionando* ed elaborando un intreccio specifico di variabili (p. es. tutte quelle connesse alla luce, al suono, agli aspetti fenomenologici connessi alla struttura fine della materia...), ma anche *controllando* i modi con cui ogni variazione delle variabili esterne partecipa all'interazione tra sistema e ambiente. Per questo stimoli e segnali provenienti dall'esterno sono capaci di modificare, attraverso successioni e reti di interfaccia interne, il comportamento globale del sistema provocando cambiamenti a livello delle diverse parti e funzioni.

D'altra parte se attraverso specifiche interfaccia sensoriali ogni organismo può raccogliere, e quindi elaborare internamente, informazioni dall'ambiente, al tempo stesso attraverso altri canali di interfaccia fa uscire e distribuisce nell'ambiente, prodotti e informazioni derivanti dal proprio interno.

Ogni percezione acustica, per esempio, attiva specifici circuiti cerebrali che la elaborano in quanto tale ma influenza anche quello che si fa di conseguenza: si ha piacere di ascoltare ancora o si va a spegnere la radio o si mettono le mani sulle orecchie o si risponde al telefono. Un cambiamento di pressione ambientale può determinare nell'organismo una variazione complessiva dell'ambiente interno, a partire dal cambiamento di alcune sue caratteristiche. L'informazione che entra attraverso il canale visivo (variazioni di intensità e forme di segnale) è capace di controllare, in parte, il canale stesso (si strizzano gli occhi, li si dirige...), e se si tratta di una variazione brusca, può provocare reazioni adatte alla protezione e alla difesa (si proteggono quasi istintivamente gli occhi con le mani); in generale è capace di indirizzare e guidare il comportamento complessivo; a volte è capace di stimolare direttamente reazioni interne (fame, nausea, capogiro...) e azioni di intervento sull'esterno. Un freddo improvviso, una emozione improvvisa, un superalcolico bevuto in fretta possono far affluire il sangue al viso, accelerare il respiro, "bloccare" la digestione e così via.

Non solo a livello di materia ed energia dunque, ma anche a livello di informazione, il *controllo globale* dei flussi di scambio è realizzato in vario modo dai diversi viventi: a volte attraverso interfaccia locali, sempre attraverso connessioni, specializzate e modulabili, tra interfaccia diverse organizzate in strutture variamente complesse. Ogni interazione tra sistemi, a suo modo, può essere modificata attraverso il controllo delle variabili connesse ai flussi di materia, energia, informazione, mentre modifica a sua volta, attraverso altre variabili, anche il comportamento di parti dei sistemi che non interagiscono direttamente tra loro. Infine, il significato della correlazione tra diverse modalità di controllo è sostanzialmente quello di mantenere il sistema entro suoi limiti di esistenza e di funzionamento: cioè di conservare costanti, nei confronti dell'ambiente esterno, dell'ambiente interno e tra le diverse sottostrutture, certe relazioni e certe differenze specifiche.

### **8.7. Una caratteristica del sistema vivente: l'omeostasi**

Il funzionare di un organismo vivente può essere solo in parte modellizzato e schematizzato attraverso confronti con il funzionare di un sistema artificiale (in generale, di un meccanismo, di una macchina, di un calcolatore). Infatti è essenziale alla definizione stessa di vivente, ben prima della maggiore o minore complessità delle sue strutture e delle sue prestazioni, la sua peculiare capacità di svilupparsi e trasformarsi autonomamente entro i vincoli del progetto genetico, caratteristico per ogni individuo, che si realizza nel tempo della vita. Attraverso le modalità della riproduzione il progetto individuale viene *ereditato* dai genitori e *trasmesso* con variazioni ai figli: si *attua* continuamente in quanto ogni individuo costituisce un *sistema aperto*, che si organizza e si mantiene attraverso l'incessante dinamica delle relazioni con un ambiente diverso da sé, attraverso scambi continui di materia, energia, informazione.

Se si guarda al suo intero svolgersi, ogni mantenersi in vita non rappresenta poi un equilibrio perfettamente stazionario ma, appunto, quasi stazionario: soggetto cioè a modificazioni sufficientemente rapide, o sufficientemente lente, da poter essere trascurate se si considerano periodi di tempo -e di vita- opportunamente lunghi o opportunamente brevi.

Se guardiamo un organismo umano entro un intervallo breve (un giorno, una settimana, un mese), esso ci appare come una configurazione che si mantiene pressoché costante, attraversata da un continuo flusso e scambio con l'esterno; tuttavia, sovrapposti a determinare questo equilibrio quasi stazionario, si individuano molti e diversi processi, con propri andamenti e con propri tempi.

Ci sono processi periodici, con ritmi diversi: i movimenti e i funzionamenti automatici degli apparati responsabili della respirazione, della digestione, della circolazione, in cui si individuano i movimenti e i funzionamenti caratteristici dei singoli organi, coordinati in un funzionamento complessivo; le attività elettriche dei centri nervosi e del cervello, le attività connesse alla produzione e al trasporto dei messaggi chimici, coordinate in una rete di conduzione ed elaborazione degli stimoli e in un controllo complessivo dei funzionamenti parziali; le attività per cui le singole cellule si duplicano, attraverso nuove sintesi e riorganizzazioni dei diversi componenti molecolari. Con altri ritmi poi

l'organismo intero passa dal sonno alla veglia, dalla sazietà alla fame: si mangia e si è di nuovo sazi; si dorme e si ha di nuovo sonno...

Ci sono, ancora, processi che rispondono a modificazioni transitorie delle condizioni esterne o interne, a cui si reagisce di volta in volta modificando per tempi più o meno brevi lo stato di equilibrio: attraverso il sudare o l'averne i brividi; attraverso la febbre o la tosse, attraverso il "fiatone" o l'acquolina in bocca.

Ci sono anche i cambiamenti su tempi lunghi che alterano con derive più o meno lente l'equilibrio stazionario: non in maniera periodica o transitoria, ma in maniera programmaticamente irreversibile. (Dopo molti anni di assenza non tutti ci riconoscono; e incontrare i propri alunni diventati adulti fa sempre un certo effetto!). Così sappiamo che si invecchia ogni momento, fino a un certo punto, come si cresce ogni momento, fino a un certo punto: forse, anche se si chiamano con nomi diversi, i due processi coincidono.

La condizione di equilibrio quasi stazionario riguarda tanto lo stato complessivo del sistema-organismo nei confronti dell'esterno, quanto le sue possibilità di trasformazione e di funzionamento locale. Ogni vivente ha tuttavia una certa *flessibilità* nel controllo degli equilibri fra gli stati, le trasformazioni e i funzionamenti che lo caratterizzano: è capace cioè, *all'interno dei limiti* imposti dal suo progetto genetico, e quindi con modalità che variano da individuo a individuo e da specie a specie, di modulare nel tempo le sue caratteristiche essenziali, continuamente controllando e correlando attraverso la rete delle interfaccia, alterazioni interne e esterne che intervengono sul suo funzionamento. I limiti di flessibilità sono più o meno ampi per differenti variabili: la glicemia può variare -restando entro la norma- tra 0,75 e 1,00, come pure l'azotemia, la quantità di globuli rossi, il tasso di colesterolo o di albumina, etc. È infatti necessario che, complessivamente, l'ambiente interno di ogni organismo si mantenga quasi costante, in quanto proprio le caratteristiche di tale ambiente regolano i diversi funzionamenti: per questo molte variabili sono controllate dallo stesso funzionamento dell'organismo che esse, per altri versi, determinano; sono mantenute entro intervalli ben definiti mediante specifici meccanismi che tendono ad annullarne variazioni o derive. L'organismo assume allora, di volta in volta e in relazione alle varie perturbazioni intervenute, configurazioni lievemente differenti, che tendono a stabilire nuove condizioni di equilibrio. Infatti modificando alcune interazioni (sempre entro i limiti imposti dalla necessità di conservarsi in vita) diventa ancora possibile stabilire un raccordo quasi stazionario fra la situazione mutata e una nuova configurazione assunta, in modo che le condizioni di funzionamento fondamentali rimangano il più possibile invariate.

Il complesso di questi meccanismi di *omeostasi* opera dunque in modo che rimangano "entro la norma" i valori delle variabili e degli intrecci di variabili coinvolti nella realizzazione e nel mantenimento di alcuni funzionamenti-chiave. Se tali valori superano determinate soglie, però, l'intero organismo viene messo in crisi proprio dai suoi stessi meccanismi di correlazione interna globale. Così l'equilibrio del mantenersi in vita fluttua entro i margini, specifici per il variare di ciascuna variabile, consentiti dai meccanismi di controllo: che, per esempio, possono non intervenire per alcune piccole

variazioni che si verificano negli stati parziali del sistema, mentre ne correggono immediatamente altre; o che provocano drastiche reazioni globali se alcune funzioni, che a loro volta ne regolano altre, tendono a svolgersi con modalità appena al di fuori della norma. Comunque però, quando i cambiamenti dell'ambiente esterno o interno superano certi valori-soglia, la complessità della risposta omeostatica può non essere in grado di stabilire un nuovo equilibrio fra comportamenti alterati: l'organismo, insieme al suo sistema di regolazione, viene travolto, senza più possibilità di difesa, dalla "enormità" o dalla "anomalia" del cambiamento che bisognerebbe fronteggiare. Per esempio, un organismo umano può tollerare "con indifferenza" molte piccole alterazioni del proprio funzionamento, prima di entrare in uno "stato di malattia"; come può tollerare, con cambiamenti quasi impercettibili del funzionamento complessivo, piccole alterazioni della temperatura e della umidità esterna, mentre può resistere a loro variazioni più significative modificando sensibilmente alcune attività fisiologiche (la frequenza cardiaca, le attività metaboliche, la traspirazione, la temperatura superficiale, i brividi, l'immobilità...). Ma se temperatura e umidità esterna raggiungono valori troppo lontani da quelli a cui il sistema-organismo funziona "normalmente", non gli è più possibile trovare un equilibrio adatto alla nuova situazione: l'individuo può solo... scappare o morire. E se una malattia o una infezione altera profondamente dall'interno l'insieme dei funzionamenti normali e se le ulteriori alterazioni deliberatamente provocate dalle medicine non riportano l'organismo entro i limiti "consentiti", non c'è nemmeno la possibilità di scappare da se stessi.

Le modificazioni necessarie per rispondere con nuovi equilibri alle alterazioni esterne o interne coinvolgono sempre l'organizzazione dell'intero organismo e in particolare quella di sue ben definite strutture. Proprio alla *complessità*, legata all'intreccio di funzioni diverse che cooperano al funzionamento globale, si devono infatti sia la *flessibilità* sia la *stabilità* che caratterizzano ogni organismo come ogni sistema vivente, ai diversi livelli di organizzazione: contemporaneamente contrapposte e correlate, flessibilità e stabilità sono continuamente in equilibrio attraverso la dinamica dei processi della vita. Perciò quando si cercano interpretazioni di comportamenti tanto complessi ci si scontra con contraddizioni che sembrano inevitabili: appare spesso difficile, talvolta arbitrario, spiegare il funzionamento del vivente attraverso rigide relazioni di causa-effetto. Diventa possibile invece intravedere una trama coerente nelle varietà e nelle potenzialità dei modi con cui parti e funzioni si aggiustano a vicenda, nei controlli e nelle dipendenze che legano le situazioni interne e esterne, nelle correlazioni che mantengono invariante, nel suo continuo cambiare, la "configurazione di vita".

Considerazioni sulla stabilità e flessibilità analoghe a quelle proposte per il sistema-individuo possono essere fatte per i sistemi-popolazione, i sistemi-specie o addirittura per il sistema-vita-sulla Terra; ma esistono anche sostanziali differenze che devono essere messe in evidenza anche in una schematizzazione che tenta di vederli, tutti, come sistemi. Anche le popolazioni o le specie, infatti, possono essere considerate come sistemi complessi, sovragerarchizzati rispetto agli individui, in analogia al modo in cui ogni individuo lo è nei confronti delle cellule che lo costituiscono. Anche se si presenta diffusa nello spazio (non tutti i suoi componenti sono riuniti in uno spazio

ben definito) ogni specie, come ogni sistema, è discontinua rispetto all'ambiente e mantiene tale discontinuità pur trasformandosi (o evolvendosi) gradualmente nel tempo o differenziandosi più o meno bruscamente in nuove specie. Come per ogni sistema aperto non è però possibile isolare il complesso degli individui di una specie dalle molteplici interazioni con individui di altre specie e con l'ambiente comune, mentre tra di loro si svolgono importanti interazioni (intraspecifiche), prime fra tutte la possibilità di riproduzione sessuale e la possibilità di comportamento socializzato. Così le specie possono tollerare, entro certi limiti, le variabilità relative agli individui che ne sono parte senza perdere la propria specificità e tollerare, entro certi limiti, la variabilità delle condizioni che caratterizzano il loro ambiente. Per variazioni troppo grandi della variabilità esterna e interna, anche le specie si estinguono, se non si riorganizzano in nuovi equilibri attraverso processi selettivi di *adattamento* e di *evoluzione*. Le popolazioni possono complessivamente modificarsi, anche esse adattandosi: come possono estinguersi in certe zone della Terra o svilupparsi in altre. Se l'intero sistema della vita-sulla-Terra non riesce, nella varietà delle sue forme e delle sue interazioni, a mantenere la dinamica del suo complessivo equilibrio quasi-stazionario... ma certo non sapremo mai cosa veramente potrà succedere.

### **8.8. Meccanismi di segnalazione, elaborazione e controllo**

Le molte strutture di interfaccia presenti in un sistema-organismo devono svolgere funzioni complesse: da una parte devono (in termini antropomorfi) “accorgersi” di quello che succede, cioè essere sensibili ai cambiamenti dell'ambiente interno e esterno e a quelli della loro interazione; dall'altra devono diffondere all'organismo nel suo complesso “segnalazioni” su tali variazioni, avviandone così attività che rispondano al cambiamento segnalato o che provochino un cambiamento predeterminato.

Ogni attività dei sistemi (tanto naturali che artificiali) dipende dell'intreccio e dalle correlazioni di molte e diverse variabili e può essere rappresentata in alcuni suoi aspetti attraverso i *modi di variare* di questi: confrontate con modi di variare diversi, o con modi di non variare, di altri momenti o situazioni. Ma è essenziale al funzionamento che l'intera struttura sia sensibile, in diversa misura, a queste differenze e a questi modi di variare e che sia capace quindi di corrispondervi in maniera globalmente o localmente appropriata. I meccanismi con cui si manifestano “sensibilità”, “risposta immediata o locale” e “capacità di determinare cambiamenti complessivi” da parte di un sistema rispetto ad una variazione di variabile sono necessariamente complessi. Occorre infatti selezionare, rilevare, confrontare e controllare, nelle diverse situazioni, variazioni interne ed esterne: attraverso *criteri e modalità* di volta in volta adeguati, avviare o bloccare opportuni comportamenti del sistema o delle sue sottostrutture.

Tuttavia variazioni di variabili possono funzionare come *stimoli* per il sistema solo se esistono meccanismi in grado di raccogliercle come *informazioni* e di organizzarle come *messaggi* significativi: una continua percezione degli *stati* e delle *trasformazioni* del sistema e delle sue parti fa sì che il suo funzionamento complessivo sia *continuamente controllato e modulato* in base alle informazioni rilevate, ma anche *continuamente equilibrato e stabilizzato*, rispetto alle variazioni della situazione esterne e interna.

Il punto essenziale è allora capire *come* differenze e cambiamenti di variabili o di caratteristiche possano diventare “messaggio” adatto a modificare il comportamento del sistema. In altre parole, bisogna schematizzare e modellizzare l’intricato funzionamento delle interfaccia che consente al vivente di cambiare o non cambiare il suo comportamento in relazione a stati, differenze o cambiamenti dei sistemi con cui interagisce, dei sottosistemi che lo compongono; di *attuare* risposte appropriate agli stimoli ricevuti e di *programmare* interventi-stimoli per l’interno e per l’esterno. Soprattutto è necessario individuare schemi generali che si adattino a spiegare in maniera integrata tanto la varietà delle reazioni automatiche che caratterizzano ogni vivente, quanto le più complesse elaborazioni del comportamento intelligente degli animali e degli uomini.

A livello tecnologico, conosciamo strumenti, indicatori e segnalatori di vario genere che fanno parte delle macchine come interfaccia complesse capaci di *individuare* ben precise variabili di funzionamento o di ambiente, di *rilevarne le variazioni* in situazioni diverse, di *trasformare le variazioni in segnali* o in indicazioni: questi possono essere letti e capiti da un operatore o vanno a influenzare direttamente il funzionamento della stessa macchina. Per esempio, gli indicatori che rilevano e determinano, momento per momento, la situazione e il modo di funzionare di alcune parti cruciali di un’automobile vengono progettati con cura, realizzati con tecnologie appropriate, continuamente perfezionati e adeguati alle caratteristiche complessive dei nuovi modelli. Quanto più numerosi sono gli indicatori e le spie sul cruscotto e gli automatismi dietro il cruscotto, tanto maggiori appaiono le garanzie di sicurezza sul funzionamento complessivo offerte dalla casa costruttrice. Sulla base delle diverse indicazioni, il guidatore infatti può “regolarsi” momento per momento, adeguando sempre meglio la sua guida tanto alle caratteristiche della strada, di cui si accorge direttamente, quanto a quelle della macchina, di cui si accorge sia direttamente sia attraverso i diversi indicatori. Così egli “sente” direttamente il motore o la tenuta di strada; è continuamente “avvisato” di come sono, e come cambiano, per esempio, la temperatura, la pressione e il livello dell’olio o la temperatura dell’acqua o il livello del liquido dei freni o la velocità o il numero dei giri...; mentre è facilitato e tranquillizzato, nella guida, dal fatto che automaticamente si apre e si chiude una valvola nel circuito di raffreddamento e si avvia e si ferma la ventola del radiatore, a seconda che l’acqua diventi troppo calda o troppo fredda. (Oltre a una certa *soglia* di temperatura, si accende bruscamente la luce rossa e si deve “fare qualcosa”; ma nessuno, mentre guida, si sognerebbe mai di controllare direttamente l’apertura e la chiusura delle valvole...). Basta pensare alla quantità di indicatori e di spie presenti sul cruscotto di un aereo e di automatismi presenti nella sua struttura, per capire come il bisogno di informazioni e controlli, locali e centralizzati, sulle diverse funzioni e situazioni sia correlato alla complessità del sistema e all’esigenza di “sicurezza”.

Dunque le strutture artificiali di interfaccia fanno in modo che il cambiamento di una variabile possa, attraverso tecnologie appropriate, essere *raccolto* da un *sensore* e quindi *trasformato* da un *trasduttore* in cambiamento di un’altra variabile; questo può provocare, direttamente (automaticamente) o indirettamente (in seguito ad elaborazione e con-

fronto con altri cambiamenti, da parte di una struttura interna o esterna), un cambiamento preciso: in tutto il sistema o in qualche sua parte. Attraverso l'uso delle macchine più diverse siamo così, fin dai primi anni di vita, culturalmente abituati a “leggere” e “controllare” direttamente variabili tecnologicamente trasdotte, a servirci di trasduttori: leggiamo le variazioni della temperatura attraverso le variazioni di lunghezza delle colonnine di mercurio dei termometri e le confrontiamo con le trasduzioni fisiologiche che determinano le sensazioni di caldo e di freddo; leggiamo la velocità sui tachimetri e la confrontiamo con le indicazioni della percezione visiva; sappiamo variare il “volume” dello stereo, il “contrasto” della televisione o la fiamma del gas variando la posizione di una manopola, confrontando continuamente il risultato con le trasduzioni fisiologiche dello stesso fenomeno; modifichiamo attraverso gesti, con la mediazione di strumenti appropriati e con il controllo percettivo, molte delle variabili che ci interessano.

### **8.9. Recettori, trasduttori e controllori di variabili**

A differenza di ogni sistema meccanico *la* caratteristica di un sistema vivente è di avere integrate in se stesso le interfacce adatte ad accorgersi delle variazioni, a trasdurre le variabili, a controllare i funzionamenti, a elaborare le informazioni che giungono momento per momento, a confrontarle con le norme o i progetti a lungo termine e comportarsi di conseguenza. Il corpo dei viventi, ovviamente quello degli animali ma certo anche quello dei vegetali, è infatti dotato di innumerevoli *recettori* che diffondono (selezionano, trasducono e trasmettono) informazioni sui cambiamenti e sugli avvenimenti dell'ambiente interno e esterno. Alcuni recettori sono concentrati in grosse strutture specializzate (fra cui i “cinque sensi” principali dell'animale-uomo), adatte attraverso la loro complessità a migliorare la sensibilità nei confronti degli stimoli corrispondenti. Altri recettori sono invece disseminati sulla superficie e all'interno del corpo e dei suoi organi e sono sensibili alle più diverse *variazioni*: del tono muscolare, della composizione delle sostanze che circolano, della temperatura degli organi interni; sensibili agli *stati*: di irritazione dei tessuti, di concentrazione di sostanze da assorbire o da eliminare; sensibili alle variabili interne che sono essenziali al mantenimento dell'organismo nel suo equilibrio omeostatico, come alle variazioni delle variabili ambientali.

Alcuni recettori sono in grado di rispondere in modo differenziato a una grande varietà di stimoli; ma la maggior parte è “specializzata” nel registrare selettivamente stimoli di una stessa natura (cioè variazioni di una data variabile) e nel codificarli in maniera caratteristica. I recettori degli organi di senso, come gli altri diversi recettori, sono d'altra parte *sensori* e *trasduttori* insieme: sensibili cioè a una particolare variabile e al suo cambiamento (l'intensità della luce, del suono, della temperatura... di qualcosa che chiamiamo dolore... di qualcosa che chiamiamo “fare forza”...) e capaci di trasdurre la variazione individuata nella variazione di una definita, ovviamente diversa, variabile interna. Essi sono cioè capaci di produrre un *segnale* che il sistema può interpretare e usare come informazione, integrandolo con tutti gli altri, nell'ambito di una sua specifica sotto-struttura responsabile del controllo generalizzato.

Per esempio i recettori di “contatto”, variamente concentrati su tutta la superficie del corpo, sono costituiti ciascuno da diversi sensori-trasduttori, sensibili a stimoli meccanici, termici e chimici: questi trasformano lo stimolo a cui corrisponde la loro specificità, percepito sotto forma di variazioni di intensità di variabili diverse, in variazioni modulate di attività elettrica, all’interno delle strutture nervose che collegano e controllano le attività (i funzionamenti) del corpo nel suo complesso.

È uno stesso segnale elettrico proveniente dal nervo ottico -troppa luce- che viene utilizzato per la risposta immediata, totalmente automatica -iride che si restringe- come per quella differita, elaborata cognitivamente in base all’esperienza accumulata -sarà il caso che vada a cercare gli occhiali scuri-.

È molto importante distinguere cognitivamente le diverse funzioni delle strutture di interfaccia, a qualunque livello dei sistemi o dei sottosistemi esse si trovino integrate. Infatti le funzioni “percettive”, di ricezione degli stimoli e di loro conversione in variabili interne, sono *logicamente* diverse dalle funzioni di “controllo” di un processo o di una situazione: anche se vi sono strette correlazioni, e analogie, tra i due tipi di processi; anche se il supporto “materiale” per tutti i segnali è simile. Per agire come percezione il segnale esterno deve infatti essere trasdotto in segnale interno e quindi trasmesso ai diversi livelli di organizzazione, da quello molecolare a quello percettivo-cognitivo. Per agire come controllo di attività il segnale interno, trasdotto, elaborato e trasmesso, deve essere caratterizzato in modo da fungere da stimolo, cioè deve essere in grado di generare un comportamento specifico, locale o complessivo, che rappresenti una risposta: immediata rispetto allo stimolo stesso, mediata, rispetto alla elaborazione subita dallo stimolo originario. Come ci sono segnali che informano il sistema-organismo su che cosa, come e quanto deve cambiare, ci sono anche segnali che lo guidano nel “continuare a fare quello che sta facendo”: così si avviano o si chiudono o restano immutati i diversi meccanismi di controllo sulle funzioni e sulle attività, che rendono capace l’organismo di agire e reagire con modalità caratteristiche ad ogni livello di complessità.

Se è importante distinguerne le specificità, è però cognitivamente altrettanto importante accorgersi di una fondamentale caratteristica di uniformità che lega tra loro tutti i segnali sia di percezione sia di controllo. Qualunque sia la sua origine e la sua destinazione, un segnale è comunque codificato in uno dei due, o in ambedue, i sotto-sistemi base della trasduzione interna: il sottosistema elettrico, appoggiato alle vie nervose, basato su sequenze di scariche elettriche modulate in ampiezza e frequenza e trasmesse quasi istantaneamente (le “reazioni riflesse” si svolgono in pochi decimi di secondo); il sottosistema chimico, appoggiato alla continuità della circolazione e diffusione interna, basato su variazioni di concentrazione di particolari tipi di molecole, trasportate con tempi più o meno lunghi fino ai loro specifici recettori. La trasmissione-elaborazione elettrica e chimica sono, a loro volta, reciprocamente accoppiate attraverso interfaccia particolari (per esempio le strutture delle sinapsi). Non è questo il luogo per poter approfondire i molteplici nessi esistenti tra i due sottosistemi, ma è essenziale dal punto di vista logico rendersi conto che, nel nostro organismo, non c’è un “omino che vede” l’immagine reale che l’occhio

produce sulla retina, né un “omino che ascolta” le vibrazioni ad alta fedeltà dell’orecchio interno, né un “omino che sente” il caldo e il freddo.

### **Il corpo, il cervello, gli occhi...**

*Conversazioni di bambini di scuola dell'infanzia delle Scuole Comunali dell'Infanzia di Modena, 1985-86*

Daniele -Il cervello ha dei tubetti che fanno pensare, i tubetti sono fatti di carne.

Paolo -Il cervello fa pensare, noi facciamo i movimenti ma è il cervello che pensa.

Stefania -Il cervello serve che il cuore batte, il cervello deve far battere il cuore.

Thomas -È il cervello che ci fa muovere. Le braccia non è che si muovono perché sono attaccate al cervello, ma il cervello pensa che movimento devono fare le braccia. Per esempio le parole del cervello vengono mandate al corpo, il cervello dice alle gambe «cammina e vai a prenderlo» e le gambe partono.

Susi -Il cervello serve a far pensare le persone: c'è un cervello che pensa, uno che sa, uno che dice.

Chiara -Il cervello è diviso in tante parti che fanno pensare a tante cose una diversa dall'altra.

Stefano -Perché sono gli occhi che si ricordano: quando guardiamo una cosa, forse va dentro all'occhio una polverina che manda al cervello.

Marcello -L'occhio guarda tutto, tutto, e poi si ricorda. Quando non guarda più, perché si chiude, non si ricorda.

Giulia -Gli occhi si ricordano delle cose, ma noi non ci ricordiamo.

Marco -L'occhio funziona che se tu vedi, per esempio, il mobile, la pallina comincia a muoversi, a smaniare, e vede quello che c'è: lo prende e lo manda al cervello; dunque, mentre che la vedi, l'immagine va sempre su fino al cervello. A chiudere gli occhi si pensa, perché quando li chiudi la pallina che c'è dentro si ferma, e comincia l'altra, quella che vede i colori. Perché ce ne è una che vede i colori, una che vede le cose e una che pensa. Se tu fermi tutte e tre le palline l'immagine va giù fino alla bocca, dici le parole, così non ci pensi più.

Queste immagini dei funzionamenti interni che frammentano cognitivamente in entità localizzate e discretizzate la percezione unitaria del “sé” e che hanno caratterizzato a lungo alcuni aspetti e momenti della riflessione scientifica sulla vita, sono ancora sempre presenti nel “pensiero naturale” e nel “linguaggio naturale” infantile e adulto. E così troviamo bambini di quattro o cinque anni già affascinati a distinguere le diverse e correlate funzioni degli occhi, del cervello, dei nervi, degli arti... interpretati come parti diverse dal “sé” che si accorge di accorgersi.

È cognitivamente arduo accettare che la varietà delle nostre percezioni, azioni e comportamenti corrispondano soltanto a *sequenze modulate* di scariche elettriche e a *sovrapposizioni modulate* di concentrazioni chimiche e che la *corrispondenza* fra tali modulazioni e i fatti interni ed esterni, cioè la costruzione dei *significati*, sia una fondamentale caratteristica dell'organismo (umano e non umano) che lo coinvolge radicalmente in tutte le sue strutture. D'altra parte, è proprio la sostanziale uniformità di supporto materiale e di codificazione per tutti i segnali (in entrata e in uscita, rispetto ad ogni interfaccia) che permette la loro elaborazione a più livelli, la loro integrazione reciproca, la loro memorizzazione selettiva e significativa in maniera centralizzata.

## 8.10. Modalità di controllo: soglie e saturazioni

Torniamo ad analizzare le componenti più elementari dei meccanismi di percezione e controllo. Dato un recettore (sensore e trasduttore), per esempio specializzato rispetto a una certa variabile, con che criterio esso analizza la variabile stessa?

Innanzitutto esistono, per ogni recettore, limiti estremi di funzionamento appropriato: con luce infrarossa o ultravioletta, l'occhio segnala "niente luce"; con frequenze di vibrazione troppo alte o troppo basse o di intensità troppo debole, l'orecchio segnala "niente suono"; con troppo caldo o con troppo freddo la pelle segnala "brucia" e così via. Ma poi esistono, all'interno di questi limiti estremi, criteri di analisi gestiti sia dal recettore in quanto tale, sia dalle altre strutture in cui il suo funzionamento è integrato. Esistono per esempio controlli basati su analisi di *soglia*: il sistema-organismo risponde o non risponde a uno stimolo con modalità di tipo tutto-o-nulla, a seconda che una data variabile sia al di sopra o al di sotto di un certo valore critico, all'interno o all'esterno di un certo intervallo di valori.

Le situazioni controllate attraverso meccanismi a soglia sono innumerevoli e ben integrate nell'esperienza comune, in relazione sia a sistemi fisici naturali e artificiali, sia a sistemi-organismo. La contrazione muscolare, o l'impulso nervoso, si avviano solo se lo stimolo ha superato una certa soglia (stimoli subliminali non determinano risposta); c'è una soglia di peso specifico che controlla il galleggiare o l'andare a fondo in un liquido, come c'è una soglia di flessibilità che una barretta di legno supera spezzandosi; ci sono soglie di temperature che fanno bollire o solidificare un liquido. Alcune soglie si raggiungono in situazioni di *flusso* e a loro volta permettono di controllare le entrate e le uscite del flusso medesimo.

Gli zuccheri entrano periodicamente (con ogni pasto) nel circolo sanguigno e si degradano continuamente con la "respirazione cellulare", mentre la glicemia resta pressappoco costante; quando la glicemia si abbassa oltre un certo limite -oltre una certa soglia- vi sono risposte di vario tipo: fame, mal di testa, debolezza. Se si lascia aperto il rubinetto del lavandino la soglia di stabilità per un certo livello di acqua si raggiunge quando (se) il flusso che entra corrisponde a quello che esce. Se si cerca di spostare un mobile pesante facendo sempre più forza, la soglia si raggiunge quando questo comincia a muoversi; mentre si muove la forza resta pressappoco costante e l'energia fluisce dal corpo all'ambiente attraverso il movimento del mobile stesso e il suo attrito con il pavimento.

Ci sono soglie di *intensità*: sappiamo che ci sono dolori di intensità "insopportabile"; con troppa poca luce o con troppa luce, si vede male -per esempio, non si distinguono i colori (anche le fotografie "vengono male", ma ci sono macchine automatiche che bloccano lo scatto, controllate dalla intensità della luce); sappiamo discriminare attraverso soglie di intensità sonora se "quel" suono di clacson è tanto vicino da doversi scansare. Ci sono soglie di *concentrazione*, per molte sostanze: efficacia e tollerabilità di certe medicine sono spesso determinate dalla relazione tra dose e peso corporeo del malato. Quali soglie di concentrazione bisogna superare perché il dolce dello zucchero prevalga sull'amaro del caffè? Quanto sale ci vuole per una minestra che non sia immangiabile né troppo sciapa né troppo salata? Quali soglie di concentrazione

minima di estrogeni nel sangue danno avvio alle mestruazioni? Quale concentrazione di altri ormoni introdotti artificialmente è in grado di bloccare l'ovulazione, agendo da anticoncezionale? Attraverso moltissimi esempi si vede come ogni soglia corrisponda a particolari valori di determinate variabili: che un qualunque sistema, in particolare un organismo, può rispondere sia in modo *continuo* (più se più, meno se meno o viceversa), sia in modo *discreto* (presenza o assenza di risposta a seconda se più di, o meno di...) alle variazioni di una variabile. Altri controlli sono mediati invece da condizioni di *saturazione*. Come abbiamo visto, i processi a soglia vengono bruscamente avviati, o interrotti, quando vengono superati (nei due sensi) soglie critiche della variabile specifica. A saturazione, anche se la variabile responsabile dei cambiamenti del sistema continua a variare nello stesso modo con cui li ha avviati, il sistema smette di rispondere, cioè smette di modificarsi e rimane ad un certo livello di funzionamento stazionario. I controlli "a saturazione" cioè rallentano gradualmente il cambiamento di un funzionamento quando il valore della variabile, a cui pure il processo è sensibile, si allontana sempre di più da un certo intervallo, privilegiato, di "massima sensibilità". La fame diminuisce gradualmente mano a mano che il livello di glicemia si alza; da un certo punto in poi non si ha più fame anche se la glicemia può continuare a crescere; la quantità di liquidi nel corpo viene mantenuta relativamente costante e quella che si introduce in eccesso viene tutta eliminata. A saturazione la salinità di una soluzione non aumenta più, anche se aumenta la quantità di sale sul fondo. Una popolazione cessa gradualmente di crescere e si mantiene costante quando la produzione di una risorsa da cui la sua vita dipende è stabile su un certo livello.

### 8.11. Feedback e correlazioni

Ogni sistema autonomo -o automatico- è in grado di esercitare controlli più o meno complessi sulla propria organizzazione, in cui sono coinvolti essenzialmente meccanismi di *retroazione* (o di *feedback*). Si tratta di "dispositivi di correzione" capaci di inviare a strutture specializzate del sistema le informazioni relative al funzionamento del sistema stesso, individuando le discrepanze che via via si producono rispetto a uno stato che si vuole conservare o raggiungere o rispetto allo svolgimento standard di un determinato processo. Questa informazione-segnale viene quindi convertita in informazione-stimolo, indirizzata al sottosistema responsabile della deviazione e modulata in maniera tale da provocare una *correzione*. Questa può determinare un *cambiamento* nel funzionamento *in verso opposto* alla deviazione segnalata e così contribuire a una *stabilizzazione* del funzionamento stesso (feedback negativo); ma può, anche, determinare un cambiamento *nello stesso verso* di quello segnalato, nel qual caso la deviazione risulta sempre più amplificata (feedback positivo).

Per esempio, quando si ha fame, si mangia, e quando si è sazi si smette di mangiare: attraverso questo feedback negativo il peso del corpo si mantiene quasi costante e la quantità di sostanze che entrano equilibra la quantità di quelle che escono attraverso il controllo sulla "fame". Se entrata e uscita di alimenti fossero regolati da un feedback positivo, all'aumentare delle sostanze che entrano corrisponderebbe un aumentare della fame... Finché i funzionamenti dei sistemi sono controllati da feedback positivo

non raggiungono mai un equilibrio stabile: aumentano indefinitamente o diminuiscono fino a cessare.

È chiaro che in un organismo una rete di meccanismi elementari di questo tipo, coordinati tra loro, può dar luogo alla complessa regolazione che abbiamo chiamato “omeostasi”; come è chiaro che anche piccole alterazioni in qualcuno di questi meccanismi, o nel loro reciproco coordinamento, possono dar luogo a conseguenze globalmente catastrofiche.

In vari casi, ben noti dalla vita quotidiana, i controlli a feedback possono essere mediati da qualcuno che opera dall'esterno sul processo e sul suo modo di svolgersi, correggendone opportunamente l'andamento; in altri casi i controlli possono essere completamente automatici.

C'è qualcosa di ben preciso che il guidatore deve fare agendo su volante, freno, frizione, e acceleratore, se vuole correggere una sbandata in curva; se fa qualcos'altro, quasi certamente la situazione peggiora; deve fare qualcosa di ben preciso con l'acceleratore se vuole evitare di rallentare quando c'è un po' di salita.

È facile capire come funziona automaticamente, e come si regola, il controllo sul livello dell'acqua dello sciacquone o il controllo sulla temperatura dello scaldabagno o del radiatore dell'automobile.

Negli organismi i controlli a feedback avvengono generalmente in maniera automatica e riguardano un numero veramente ampio di processi. Ad ogni livello di funzionamento vi sono infatti meccanismi di retroazione, per esempio adatti a mantenere costanti, all'interno di un dato processo, le variabili connesse allo stato stazionario e ai bilanci di flusso fra interno ed esterno; per esempio adatti a indurre in variabili interne cambiamenti correlati a quelli di variabili esterne, nello stesso verso o in verso opposto. Tuttavia anche a livello consapevole e volontario ogni comportamento viene continuamente corretto, modulato, orientato dai risultati del comportamento stesso, che si aggiusta progressivamente alle situazioni e alle interazioni.

Perché una retroazione sia possibile è necessario, da un punto di vista logico, che il processo da controllare si svolga nel tempo e che “dia tempo” al meccanismo di feedback di controllarlo. Molti dei feedback più comuni riguardano, in particolare, processi “ciclici”, per esempio trasformazioni da stati iniziali a stati finali che si svolgono ripercorrendo ogni volta le stesse tappe obbligate. In questo caso i meccanismi di feedback permettono il controllo in quanto, ogni volta, la presenza del prodotto-risultato di un ciclo rende diverse le condizioni in cui il sistema si trova al momento di iniziare il ciclo successivo. Così il modo di funzionare del sistema viene, di ciclo in ciclo, sistematicamente adeguato alla situazione (rallentato o accelerato) e l'intero processo viene controllato dal suo stesso comportamento.

Per esempio, quando le cellule devono sintetizzare i propri costituenti, la presenza, in una data concentrazione e in un certo luogo cellulare, di un certo tipo di molecole (prodotto finale di una successione definita di trasformazioni diverse) può attivare, rallentare o bloccare, nel ciclo successivo, lo svolgersi delle reazioni con cui avviene la loro stessa costruzione. Ovviamente, l'azione (di stimolo o di repressione) prodotta dalla concentrazione sulle tappe iniziali del ciclo ha a sua volta una ricaduta sulle tappe

finali del ciclo stesso e quindi sulla nuova concentrazione finale delle molecole prodotte: concentrazione che, a sua volta, sarà utilizzata come informazione per il ciclo che segue. In questo modo, attraverso diversi meccanismi di feedback, in una cellula che funziona la sintesi di tutte le particolari qualità di molecole cessa una volta che ne sia stata prodotta una certa quantità; quando queste vengono utilizzate, trasportate altrove o degradate, e la loro concentrazione diminuisce, la sintesi ricomincia.

D'altra parte, il funzionamento, la crescita, le attività interne dell'intero organismo sono coordinate da una complessa rete ormonale rigorosamente controllata attraverso un feedback negativo.

In particolare, la *differenza* tra la concentrazione di un certo tipo di molecole effettivamente presenti e la concentrazione fisiologicamente necessaria, è *segnale di controllo* per rallentare e accelerare i corrispondenti processi di produzione. (Ovviamente, anche le "necessità" devono essere in qualche modo codificate, per esempio attraverso sensori di soglia).

Il controllo per feedback non sempre avviene attraverso un prodotto "materiale" (come una concentrazione di sostanze): nell'organismo molti funzionamenti sono continuamente corretti dal modo con cui se ne svolgono altri.

Per esempio, anche se la retroazione avviene in tempi troppo rapidi per accorgersene, il movimento di una mano che "deve afferrare qualcosa" è continuamente controllato rispetto ad un modello di "movimento adatto a prendere"; continuamente e contemporaneamente aggiustato attraverso l'elaborazione dei segnali inviati dall'occhio che vede come la mano si sta muovendo e come varia la sua distanza dall'oggetto da afferrare; attraverso l'elaborazione di segnali cinestetici e tattili; attraverso messaggi di confronto fra situazione e memoria.

In definitiva tutti i controlli a retroazione si fondano su *catene causali circolari* strutturate nel tempo e l'effetto di una certa causa, continuamente confrontato con un effetto ottimale predeterminato, rappresenta l'informazione in grado di modulare continuamente l'efficacia o la modalità di azione della causa stessa.

D'altra parte, nella interpretazione-spiegazione del funzionamento di un sistema-organismo può diventare estremamente difficile, e talvolta impossibile, distinguere e separare in ogni funzionamento parziale, ai diversi livelli di organizzazione, il contributo delle "cause di azione" da quello delle "cause di retroazione". Infatti i segnali prodotti da cause diverse sono necessariamente omogenei e sovrapposti tra loro, dovendo modificare lo stesso funzionamento; mentre solo con molta fatica, e molte ambiguità, è possibile ricostruire cognitivamente, per via di inferenze parziali e schematiche, la complessa rete di retroazioni che permette ad ogni vivente vita e comportamento. Molto diversa è, in linea di principio, la situazione di tutti i sistemi artificiali, dai più semplici ai più complessi: qui infatti qualunque retroazione è di solito deliberatamente introdotta in fase di progetto, e quindi separatamente controllabile in fase di funzionamento (anche se, una volta costruito, il sistema risulta talvolta... disubbidiente; magari per qualche retroazione dimenticata o non prevista).

In un sistema si possono ancora individuare modi più generali e complessivi di funzionamento e di controllo, che avvengono attraverso *correlazioni* reciproche di

variabili, corrispondenti a loro volta a correlazioni reciproche di processi e trasformazioni (cambiamenti). I controlli, in questo caso, sono meno localizzati, più diffusi, in quanto dipendono da più variabili insieme e riguardano più variabili insieme: controllate né ciascuna separatamente né ciascuna allo stesso modo, ma ciascuna in correlazione, in con-figurazione, con i modi delle altre. C'è, per esempio, correlazione tra i vari sintomi di una malattia e si hanno insieme tosse, febbre e mal di gola di un certo tipo se si ha la “tracheite”: ma l'andamento della febbre è diverso dall'andamento del mal di gola e la medicina che è specifica per abbassare la febbre non fa passare la tosse e quando si guarisce passano insieme febbre, tosse e mal di gola.

Sempre per esempio, le previsioni meteorologiche si possono fare in quanto ci sono, per i diversi tipi di tempo, diverse correlazioni non solo tra i valori di pressione atmosferica, umidità e temperatura, ma soprattutto tra i loro modi di cambiare, nel tempo e nello spazio. Tuttavia scienza e tecnologia non sono ancora in grado di interferire con il buono e il cattivo tempo, pur sapendolo parzialmente prevedere.

Per ogni specie di pianta umidità, temperatura, illuminazione e tipo di terreno sono variabili correlate, entro ambiti di valori più o meno ampi per ciascuna di esse, a definire differenti condizioni complessive ottimali: tanto è vero che non ha senso sperare di ottenere i migliori risultati possibili nella crescita delle piante cambiando una sola variabile per volta.

Nel suo complesso, ogni sistema è controllato “causalmente” proprio attraverso correlazioni fra le strutture e le funzioni caratteristiche dei sottosistemi che lo compongono e quindi attraverso correlazioni di variabili: di queste correlazioni i meccanismi di soglia o di feedback sono solo degli esempi. In particolare, in ogni organismo i diversi apparati si *controllano reciprocamente* in quanto sono reciprocamente correlati nel tempo, nello spazio, nel funzionamento: proprio dalla specificità delle correlazioni parziali e totali dipendono, complessivamente, le caratteristiche di omeostasi del vivente, le sue condizioni di salute o malattia.

Accorgersi della ricchezza e varietà delle correlazioni che determinano-regolano un qualunque fenomeno complesso consente di padroneggiarlo meglio cognitivamente e di intervenire in maniera più appropriata. D'altra parte le correlazioni presenti nei sistemi e tra i sistemi naturali possono dare a volte origine a interpretazioni finalistiche. L'impostazione finalistica ha origini culturali e filosofiche molto antiche, ma la biologia contemporanea tende a metterla profondamente in discussione. Questo modo di vedere e interpretare i fenomeni della vita tende ad attribuire ai viventi un ipotetico, preciso “fine”, che ne determina a priori i diversi funzionamenti: per realizzare questo fine le diverse strutture, e gli organismi, si sarebbero necessariamente trasformati nel tempo e sempre contribuirebbero a realizzarlo guidati da un “bisogno”, secondo un piano prestabilito. Ma occorre ben distinguere gli eventuali “bisogni” di un individuo dalla dinamica evolutiva della specie; come è necessario distinguere i processi determinati intenzionalmente, pensati e realizzati da qualcuno per raggiungere un determinato scopo, da quelli che si svolgono secondo regole o schemi definiti dalla stessa struttura delle interazioni e dalla complessità intrinseca al sistema. Si deve ricordare la casualità dei processi evolutivi e la finalità delle progettazioni umane, notando se mai

che, in entrambi i casi, importanti controlli e funzionamenti sono causati da altri funzionamenti e da altri controlli, fino a configurare un modo di conservarsi e di cambiare che diventa caratteristico per ciascun sistema e sovrasisistema.

## 8.12. I modi della trasduzione e del controllo

Abbiamo visto che i diversi tipi di controlli, attivi in ogni sistema ai suoi diversi livelli di organizzazione, operano in generale attraverso meccanismi di trasduzione, in quanto provocano un cambiamento in una funzione come conseguenza o anticipazione di un cambiamento in un'altra funzione. Si può dire così che *ogni funzionamento*, dal più semplice al più complesso, proprio per le caratteristiche di accoppiamento tra ogni sistema e il suo ambiente o tra le parti di uno stesso sistema, può essere visto come una *complessa rete spaziale e temporale di trasduzione*: attraverso interfaccia specializzate sono messi in relazione diversi intrecci, a loro volta complessi, di variabili diverse.

L'analisi cognitiva delle funzioni di un sistema ci porta però a porre distinzioni: ad assegnare cioè ruoli diversi ai segnali, ai messaggi, ai controlli, ai funzionamenti... Così chiamiamo *recettori* sensoriali, o sensori, le strutture con la funzione di trasdurre (prevalentemente) i segnali "esterni" in segnali "interni", rispetto al sistema o al sotto-sistema; ed *effettori* le strutture che (prevalentemente) compiono la funzione inversa: i sensori sono così segnalatori di cambiamento-stimolo, gli effettori sono esecutori di cambiamento-risposta.

Sempre per capire, si ricorre ad analogie con immagini meglio conosciute e controllate di macchine o parti di macchine. Ma la vita di ogni individuo, l'intero processo di interazione e adattamento tra se stessi e il mondo, può solo essere immaginato -nel suo insieme- come un sistematico, inestricabile, inesorabile processo di trasduzione: di segnali in comportamenti, di comportamenti in segnali. Per ogni cambiamento del sistema si possono cioè immaginare percorsi, ramificazioni e interazioni di segnali che, attraverso specifiche interfaccia, ne generano altri più o meno complessi: talvolta di uno stimolo si vede l'effetto o il risultato, ma difficilmente si riescono ad individuare con completezza le varie concatenazioni o le diramazioni di percorso; comunque spesso non se ne sa trovare il "punto di partenza", proprio in quanto, necessariamente, tutto è connesso e sostenuto dal tutto e un singolo punto di partenza può non esistere. Per capire meglio, si cerca di porre distinzioni via via più particolareggiate: correlando la variazione di una variabile che è il segnale (per esempio una variazione di intensità luminosa) con i cambiamenti nella struttura specifica che di quel segnale è insieme recettore e trasduttore (l'organo di senso). Questa struttura raccoglie, dunque, *l'informazione*, e, funzionando, la trasduce a sua volta in un altro segnale, la cui *forma*, appunto, è in qualche modo corrispondente a quella del primo. (Il segnale elettrico o il segnale chimico, in cui viene trasdotto il segnale luminoso hanno forme correlate a quella della variazione di luce e alle corrispondenti modulazioni di attività nelle cellule della retina). Questo nuovo segnale sarà ancora raccolto e trasformato da altre strutture di recettori-trasduttori e trasmesso ad altre ancora, correlate alle precedenti e organizzate in catene di comunicazione complesse (fibre e gangli e nuclei nervosi). Infine, il segnale-messaggio originario, trasformato di volta in volta secondo i codici

delle diverse trasduzioni ma con la stessa informazione schematica, giungerà alle strutture responsabili della *elaborazione* complessiva (il sistema nervoso centrale o i diversi sistemi di regolazione chimica e ormonale), che di fatto coordinano insieme i molti segnali, provenienti da diverse interfacce, relativi alle variazioni di diverse variabili. Poiché per accorgersi di come stanno andando le cose bisogna saper valutare in se stessi e nel proprio intorno sia i *livelli stazionari* sia le *differenze* sia i *cambiamenti*, le strutture di elaborazione devono essere comunque capaci di confrontare quello che sta accadendo con quello che è già accaduto o che deve accadere attraverso una complessa struttura di *memoria*: indispensabile per poter stabilire differenze fra segnali relativi a una stessa variabile e per accorgersi dei loro cambiamenti nel tempo; indispensabile per elaborare e analizzare la stessa evidenza di *forma del segnale*, sempre strutturata nel tempo.

Dunque bisogna distinguere, in una qualunque spiegazione di processi così articolati, il *segnale* in quanto tale dal funzionamento delle *strutture* che ad esso sono sensibili: quelle che lo ricevono, quelle che lo elaborano e ne producono un altro in corrispondenza, quelle che lo trasmettono senza trasformarlo. Bisogna ricordare che ogni trasduzione, elaborazione, memoria... ha una propria base materiale ed è anche, a sua volta, un modo di funzionare di una parte del sistema. Bisogna, infine, distinguere logicamente i vari tipi di segnali che *entrano* come “stimoli” nel sistema e giungono fino ai centri di elaborazione, da quelli che, partendo da tali centri e con la mediazione delle varie parti dell’organismo *escono* all’esterno organizzati in “risposte” o “proposte”; da quelli infine, che raccolti, trasdotti e trasmessi dalla fitta rete di connessioni e coordinamenti interni, costituiscono la base necessaria, implicita e in larga parte poco conosciuta, perché le entrate e le uscite esplicite risultino significativamente connesse. Così per esempio, la variazione di una situazione esterna o interna recepita dall’organo di senso specializzato “provoca” (è causa di) un determinato movimento, semplice o complesso: non avere voglia di mangiare se si sente nausea; portarsi la mano agli occhi se la luce diventa troppo forte; scappare davanti a un pericolo; o restare fermi, immobili, in una situazione in cui scappare appare pericoloso. Così i gesti, i movimenti volontari o involontari del nostro organismo, tutti i funzionamenti interni o esterni, sono insieme risultato e origine di trasduzioni modulate di segnali, interni e esterni: mediati dalle strutture “centrali” che correlano e coordinano i funzionamenti delle diverse parti del sistema-organismo in un organico e complesso vivere e interagire nel mondo. Quando percepiamo il nostro stesso funzionamento o quando guardiamo quello degli altri viventi, esso si caratterizza ai nostri occhi con un aspetto di “continuità”: l’integrazione fra variabili, cambiamenti e processi di trasduzione e controllo ci appare così “naturale” che solo cognitivamente possiamo tentare di disintrecciarne l’intreccio, di analizzarne singolarmente le particolari funzioni. Ognuno di noi sa, profondamente, dalla fenomenologia del suo stesso vivere, che “tutto è connesso con tutto”; che le nostre stesse parti, e le nostre strutture, funzionano in maniera correlata, soggette a interazioni che ne coordinano l’intreccio; che proprio attraverso l’unicità del controllo possiamo considerarci un organismo. Solo sui cattivi libri di scuola il funzionamento complesso e organico dell’organismo vivente viene

smembrato in apparati e sistemi, che dalla presentazione didattica risultano morfologicamente e fisiologicamente sconnessi: ma proprio le così spesso invocate “ragioni didattiche” dovrebbero spingere nella direzione di comunicare, prima di tutto, il dato essenziale della vita, e cioè l'integrazione.

Sullo sfondo di un *continuum* fisiologico si innestano dunque le diverse attività, i diversi controlli discretizzati: ed è, ancora una volta, importante accorgersi di quanto “sapere” sulla complessità di correlazioni flussi e scambi è implicito nel nostro normale comportamento e nelle regole che ce ne diamo; anche se le parole con cui questo stesso sapere viene espresso in forma disciplinare appaiono a volte inadatte o difficili.

Nel costruire modelli, sempre schematici, della complessità del funzionamento di un organismo, si identificano tanto *relazioni di causa ed effetto* quanto *correlazioni* fra processi diversi. Se si vuole spiegare un processo o un comportamento definito, a volte sembra facile individuare uno stimolo come causa e considerare come effetto una risposta definita ad esso correlata. Allora, per esempio, i recettori dello stimolo, le reti di connessione nervosa, le strutture di integrazione ed elaborazione centrale che permettono le trasduzioni di variabili in altre costituiscono i nessi “materiali” su cui si basa la spiegazione causale; cioè i supporti adatti alla “logica” che discrimina quando o quanto un cambiamento è causa, o è stato causato, rispetto ad un altro cambiamento. (La ricerca neurofisiologica e neuromorfologica è attualmente impegnata nell'identificare supporti materiali alla trasmissione e alla diffusione dei segnali e degli stimoli). Ma spesso non si trovano, o non si immaginano, meccanismi definiti che avviano complesse reti e catene di trasduzione; lo svolgersi di un determinato “funzionare per vivere” appare soprattutto legato a correlazioni tra vari processi particolari e simultanei, tra diverse attività, a loro volta complesse, di vari sottosistemi.

Come si fa ad individuare una “causa” per la respirazione o per il funzionamento del fegato o per lo sviluppo degli arti nell'embrione? «E così perché è così ...»: e per molti fatti della vita, per quasi tutti, la spiegazione di ogni particolare coinvolge in vario modo tutto l'insieme. Si danno allora *spiegazioni* basate su caratteristiche di *coerenza* tra morfologie e fisiologie che variano nel tempo, guardando come ogni funzionamento influenzi e venga influenzato dagli altri, attraverso segnali direttamente efficaci o attraverso la mediazione effettuata dal controllo centralizzato. Così, spesso, davanti al vivere complessivo di un organismo, si perde la possibilità di individuare direttamente cause e effetti e solo la complessità delle correlazioni, l'integrazione funzionale delle varie strutture possono, considerate nelle loro specificità, contribuire a dare una interpretazione significativa dei fenomeni della vita.

### **8.13. Per insegnare biologia**

Sui fatti della vita, sui modi di vivere dei viventi, si sanno, culturalmente, molte cose e facendosi guidare dalla cultura, dall'osservazione e dall'esperienza, molte cose si possono imparare individualmente e capire. Nel corso di questo capitolo non si è parlato, specificamente, di fisiologia né di ecologia; non si sono affrontati i problemi particolari della genetica, individuale o di specie, né quelli dell'evoluzione. Ci si è limitati a sottolineare che, per affrontare cognitivamente la vita come fenomeno

complesso, sono *necessari* modi di sapere e modi di capire che della complessità tengano conto. Pensiamo però che quanto abbiamo detto, in forma esemplificativa e senza mai parlare di “scuola”, sui modi che servono ad organizzare quello che si sa e si capisce della vita, abbia impliciti tre messaggi didattici che riteniamo importanti.

Per capire la vita (un organismo, una cellula, un ambiente) occorre capire come molti fatti, moltissimi fatti, sono reciprocamente correlati: occorrono quindi strategie cognitive di riconoscimento e gestione della complessità, strategie che si impara a padroneggiare solo attraverso una costruzione cognitiva graduale, estesa nel tempo e nell’esperienza.

Per comprendere la vita occorre utilizzare *capacità formali* (modi di ragionare, schematizzare, organizzare, modellizzare) *specifiche e complesse*. Occorre quindi che chi ha l’incarico sociale di spiegare padroneggi abbastanza bene le strutture sia formali sia cognitive del capire, per poter aiutare efficacemente chi cresce, chi costruisce insieme la propria conoscenza e i propri criteri di conoscenza, a districarsi efficacemente nel groviglio, a indirizzarsi nelle direzioni della cultura adulta. Non è certo necessaria, secondo noi, una conoscenza specialistica per insegnare nella scuola di base: ma ci dovrebbe essere, per diventare efficace sostegno all’insegnamento, una cultura di base: sostenuta dal gusto, dal divertimento -diremmo- di capire e far capire, sempre cose diverse, in modi diversi, con persone e situazioni diverse.

E “aspettare che i bambini crescano” non serve, non funziona. Sappiamo bene che è importante imparare a parlare, a leggere, a scrivere e a far di conto... a certe età; soprattutto che è importante imparare a provarci gusto: quello che poi serve per andare avanti, e imparare di più.

Ovviamente il discorso non vale solo per la biologia: è importante imparare a ragionare in certi modi, a guardare il mondo in certi modi, appena questo imparare è possibile. Ma i percorsi dell’imparare non coincidono con le strutture organizzate delle discipline -non si può capire la biologia secondo l’ordine con cui è esposta in un libro: anche se le strutture organizzate sono essenziali per indirizzare il capire e sottolinearne i criteri; come sono necessarie per mettere e tenere un ordine efficace in quello che si è imparato. Per questo, affinché i ragazzi possano capire la biologia nella scuola di base in maniera produttiva, pensiamo servano *strategie didattiche abbastanza diverse* da quelle usate più comunemente. (Se si vogliono insegnare cose diverse dalle regole delle divisioni e delle aree dei triangoli, diverse dalla grammatica o dalle capitali delle regioni d’Italia, occorrono ovviamente modi diversi).

Ad ogni momento della costruzione cognitiva infatti, per affrontare ogni argomento particolare, *serve* criticamente una molteplicità di concetti, di modi di guardare e ragionare parziali e coordinati; d’altra parte, ogni elemento della costruzione cognitiva ha senso in quanto è valido in una molteplicità di contesti. Così, non si possono trovare “esempi emblematici” per definire, o chiarire, “idee semplici” una alla volta: ma, sempre, “esempi multiformi”, che richiedono idee complesse e reti di idee (anche se appena abbozzate), che si rinviano a vicenda. Così, è importante imparare che non esistono “spiegazioni definite” e chiuse, ma circoli più o meno larghi di spiegazioni parziali, che hanno senso proprio in quanto circolari. Così non si possono capire le

cose secondo una sequenza “logica” univoca, temporalmente programmabile: le molecole, le cellule, gli organismi, le specie, gli ambienti... della vita hanno senso solo in quanto sono livelli di una realtà complessa, integrati ciascuno a tutti gli altri livelli. E così via.

Forse può sembrare banale affermare che per imparare, e insegnare, biologia di base bisogna imparare, e insegnare, a vedere il mondo vivente e a operarvi secondo i criteri base della cultura biologica attuale. Mettere in evidenza questi criteri, acquisirli criticamente a livello adulto non specialistico, trasmetterli gradualmente ai ragazzi è possibile, anche se ci vuole del tempo per “abituarsi” a vedere coerentemente le cose in un certo modo. Per arrivarci, è probabilmente necessario volerci arrivare: con obiettivi definiti (e realistici), per la professionalità di base dell’insegnante come per le competenze di base dei ragazzi.

Da sempre, la costruzione individuale di conoscenza è descritta e interpretata attraverso metafore che si appoggiano all’intuizione e all’esperienza della complessità dell’individuo vivente, del legame profondo fra i suoi modi di funzionare e di crescere e le strutture dell’ambiente -fisico e biologico- che lo circonda. Ben prima di entrare in una teoria cognitiva (quella di Piaget) le nozioni di assimilazione e accomodamento facevano parte dei modi “naturalmente” di intendere il capire: che assimila, rende simili al complesso del sé elementi di realtà e di cultura esterna e se ne serve per costruirsi attraverso una continua rielaborazione; che si accomoda, si mette in forma adatta alla forma della realtà esterna, il cui continuo appoggio è necessario per sostenere la propria attività. Appartiene all’esperienza naturale e al linguaggio comune che occorre tempo, esperienze e motivazione per... “digerire” quello che si impara (anche se alcune nozioni restano spesso mal digerite), per “assimilarlo”, per renderlo produttivo di nuova “crescita” cognitiva: il merito di Piaget è non solo nell’aver riaffermato la validità dell’analogia, ma di averne rivendicato un significato profondo, non più metaforico ma direttamente esistenziale. Chi capisce, chi impara, è sempre un organismo umano: da un lato la complessità fisiologica della crescita e del funzionamento vivente può aiutarci a modellizzare in maniera non troppo riduttiva aspetti dell’attività di conoscenza; ma d’altra parte non possiamo dimenticare che capire e imparare fanno parte dell’essere vivi e che quindi non possono essere interpretati e guidati se non tenendo conto della complessità al cui interno hanno e acquistano significato.

Il messaggio didattico che può venire dalla consapevolezza della complessità biologica è proprio quello di far riflettere sul *capire come attività del sistema vivente*. A scuola non ci sono “macchine per imparare” né “macchine per insegnare”: ci sono organismi viventi, che capiscono e non capiscono, imparano e non imparano, spiegano e non spiegano, all’interno di una dinamica complicata. Il sistema che vive offre una buona analogia per interpretare il sistema che impara, immerso in un ambiente, attraversato da flussi, capace di trasdurre e rielaborare in attività e comportamenti aspetti selezionati del suo esterno e del suo interno. Così, il sistema che impara, attraversato dal flusso della cultura che egli stesso, a suo modo, contribuisce a trasformare, sceglie aspetti adatti (a sé, alla condizione di quel momento) ed è insensibile ad altri: quelli che sono trasdotti al suo interno sono elaborati e diffusi, riorganizzati in nuove configu-

razioni. Il comportamento culturale complessivo si realizza attraverso l'integrazione di specifici comportamenti parziali; si sviluppano nuove configurazioni di idee, adatte o non adatte alla situazione che si sta affrontando. D'altra parte imparare è una attività finalizzata, che si sviluppa imparando: il suo scopo è l'acquisizione e la elaborazione di modi consapevoli di comportarsi nel mondo, il saper scegliere di volta in volta quelli adatti alle situazioni. A volte si impara per disporre di comportamenti immediati, altre volte lo scopo è proiettato nel futuro, attraverso meccanismi di rielaborazione interna e di memoria... Il processo stesso di apprendere sviluppa e rende efficaci nuove interfaccia di relazione con l'esterno, sviluppa sistemi di interfaccia e collegamenti interni; la metafora dell'imparare ha, forse, una sua traduzione concreta nel formarsi e nell'intrecciarsi delle connessioni tra i sottosistemi del sistema nervoso.

Pensiamo che analogie e consapevolzze di questo tipo siano capaci di suggerire chiavi e modi per l'efficacia didattica, anche più delle tassonomie, dei livelli e delle gerarchie cognitive; pensiamo anche che la consapevolezza del capire come funzione del vivere costituisca un importante patrimonio che la trasmissione di cultura può offrire a chi continuamente cerca di imparare come va il mondo.

## Capitolo 9

# La formalizzazione

### 9.1. Date forma al mondo

*Formalizzare* è un verbo e descrive *un'azione* deliberata, finalizzata, molteplice, ambigua, come ogni azione umana. Formalizzare significa molte cose. Al livello più elementare vuol dire *dare una forma*, definita e schematizzata, a qualcosa: significa *vedere* qualcosa, *operare* su qualcosa secondo le proprietà e le regole di un intreccio di forme che già si conoscono in quanto tali, che si precisano e si organizzano ulteriormente nell'atto stesso del formalizzare. In questo modo le cose *acquistano* una forma, che corrisponde alla forma data: questa, in qualche modo sovra-imposta a una "forma primaria" più o meno incerta o a una apparente assenza di forma, a sua volta *acquista* proprietà precise di struttura (sintassi) e di significato (semantica).

In particolare, diamo forma alle cose (stati e trasformazioni del mondo) per poterle riconoscere, modificare e progettare; le forme che "scopriamo" nelle cose sono talvolta molteplici, come i vari aspetti attraverso cui le cose, per noi, esistono. Ma le forme, per essere "giuste", non devono soltanto essere *imposte* alle cose, devono anche essere *adatte* alle cose e alle loro relazioni: possono rappresentarle schematicamente solo in quanto vengono suggerite e selezionate, nella loro efficacia, dall'essere complessivo delle cose stesse.

Così l'aritmetica e la geometria elementari sono adatte a dare forma alle nostre percezioni e conoscenze su fondamentali aspetti spaziali e fisici della realtà: nessuno confonde il numero, che dà forma alle molteplicità degli oggetti, con gli oggetti; né le forme degli oggetti, e le loro relazioni, con gli oggetti stessi. Diciamo, per questo, che aritmetica e geometria elementare descrivono sistemi di forme, e di relazioni tra forme, "astratte" dal concreto secondo certi criteri: sistemi che, per ogni bambino che cresce e impara, già esistono (a priori) nella cultura; sistemi che, tuttavia, sono stati costruiti a partire dai fatti (a posteriori quindi) nel lungo cammino culturale dell'uomo.

D'altra parte ogni modo di guardare conduce a una propria imposizione di forme e di relazioni tra forme, contribuendo all'appropriazione cognitiva delle situazioni statiche come delle trasformazioni e dei cambiamenti; di quello che, complessivamente, cade sotto la nostra esperienza come di quello che, a partire da elementi separati di esperienza, ricostruiamo razionalmente in una forma complessiva (eventualmente ipotetica). In ogni caso formalizzare è un *processo cognitivo circolare* in cui si dà forma, contemporaneamente e dinamicamente, ai propri modi "interni" di riconoscere ed elaborare il mondo e agli aspetti "esterni" secondo cui l'accadere del mondo può essere riconosciuto. Formalizzare è sempre una parte essenziale del processo complessivo di costruzione di conoscenza, caratterizzato innanzitutto dalle strategie secondo cui i diversi *modi di guardare* vengono continuamente adattati ad aspetti di realtà, organizzandosi in *modi di conoscere*. Così guardare per classi o per variabili o per sistemi o in modo intrecciato per variabili, classi e sistemi, implica sempre un corrispondente processo di *guardare imponendo una forma formale* (secondo una logica precostituita) alla "forma primaria" che le cose sembrano avere.

Per esempio l'invarianza soggettiva e culturale (entro certi ambiti) del guardare il mondo secondo una certa variabile, insieme alla sua invarianza oggettiva e strumentale (entro certi ambiti) nelle varie configurazioni di realtà, permettono di identificare (riconoscere) e valutare (misurare) la variabile stessa in contesti diversi: quindi di stabilire *reti di relazioni* che coinvolgono e organizzano oggetti, situazioni, tempi... i più disparati, sulla base di diverse variabili e delle loro relazioni. (E analogamente attraverso relazioni fra sistemi, classi, etc.).

La variabile "pesantezza" di un oggetto caratterizza inizialmente l'interazione complessiva tra una persona che percepisce qualcosa come "pesante" e l'oggetto; caratterizza quindi la competenza culturale e operativa della persona al tempo stesso in cui definisce, attraverso il risultato dell'operazione di misura, un valore del "peso" da attribuire all'oggetto. Si fanno cose incredibilmente diverse per "pesare" una molecola, una lettera da affrancare, il carico di un camion, una stella...

Gli schemi che definiscono le classi e le loro relazioni corrispondono a loro volta sia a precise caratteristiche di realtà sia a modi di guardare discretizzati capaci di astrarli dall'insieme di altre caratteristiche: i cristalli sono classificati secondo angoli e simmetrie di angoli diedri anche "contro" l'evidenza della estensione e forma delle facce piane; la classificazione degli animali -che riunisce insieme, per esempio, i "molluschi"- costringe a vedere stesse forme in viventi morfologicamente molto diversi e a correlarle selettivamente, per analogia o per differenza, a forme caratteristiche di altre classi.

L'aritmetica elementare esiste come pensiero astratto in relazione e in contrappunto ad un mondo in cui esistono oggetti, gesti, eventi, fenomeni che appaiono separabili, stabili, iterabili, schematizzabili come equivalenti: *quindi* contabili. La geometria elementare -euclidea, topologica, proiettiva...- esiste come pensiero astratto in relazione e in contrappunto ad un mondo in cui un raggio di luce, un oggetto che cade, una corda ben tesa o una pallina lanciata su un piano liscio... propongono o impongono lo schema di "segmento di retta"...; in cui gli alberi e i percorsi si diramano e i recinti si chiudono; in cui ogni giorno infinite ombre si inseguono e si deformano e così via.

In questa attività di imporre e riconoscere forme e di elaborarle in modi via via adatti ai nostri scopi, si possono distinguere schematicamente due *modalità* principali; una prima, di *identificazione* diretta di un insieme di aspetti della realtà con uno schema formale già costruito a partire da situazioni simili; una seconda, di possibile *analogia* - o isomorfismo- fra uno schema formale e una struttura di realtà estranea alle situazioni che hanno dato originariamente luogo allo schema.

Così possiamo identificare la "forma di tre" -la "treità"- in tutti i possibili modi di essere di tre oggetti stabilmente separati fra loro; riconoscerla in tre persone vicine; proiettarla, per analogia, su un ritmo ternario o sulle tre dimensioni dello spazio. Così possiamo identificare la "forma di retta" in uno spago teso, riconoscerla in uno spigolo di muro, proiettarla per analogia a individuare l'asse di rotazione di una ruota o della terra. Così possiamo identificare nel nostro corpo la forma (la configurazione interna) che corrisponde a un "fare forza", riconoscerla per analogia in una molla compressa, proiettarla per analogia su una particolare forma di interazione.

Consideriamo di nuovo due sistemi formali (due sistemi di forme reciprocamente correlate da opportune trasformazioni) semplici e culturalmente definiti da lungo

tempo: il sistema dei numeri, interi o razionali, cioè aritmetica; il sistema delle forme delle figure, rigide, deformabili o proiettabili, cioè geometria. Ambedue i sistemi sono profondamente radicati nella nostra organizzazione e gestione, mentale e operativa, del mondo esterno, mediati dalle sue caratteristiche più fondamentali (conservazione dell'oggetto, conservazione della distanza, conservazione dell'inclusione, potrebbe dire Piaget): d'altra parte è evidente come il livello di sofisticazione e complessità che li caratterizza in quanto sistemi formali culturalmente definiti, vada ben al di là di qualunque tipo di evidenza fenomenologica diretta; al di là di qualunque tipo di "costruzione" spontanea nello sviluppo cognitivo individuale.

È perciò importante sottolineare che aritmetiche e geometrie corrispondono alle esigenze di schematizzare, organizzare e sistematizzare cognitivamente gli aspetti discreti e continui della spazialità e delle operazioni spaziali; che, d'altra parte, se una strategia di gestione separata del discreto e del continuo si dimostra estremamente efficace ad un livello di approccio elementare (nella storia della cultura e in quella dell'individuo), essa diventa poi impossibile al crescere della complessità dei problemi e delle situazioni in cui questi aspetti sono di fatto profondamente intrecciati. Continuo e discreto, numero e geometria corrispondono infatti alla formalizzazione di aspetti diversi, ma correlati, dell'essere-nello-spazio: per rendersene conto basta ripensare alla problematica delle misure di lunghezze, superfici e volumi, trovando i motivi, i luoghi privilegiati e i percorsi tipici del capire e del non capire dei bambini; basta tornare con la mente allo "scandalo" pitagorico dei numeri irrazionali, che mette in crisi un'intuizione radicata di "granularità ideale" dello spazio e della materia.

Il "teorema di Pitagora" si riferisce alla *equivalenza dell'estensione* di figure costruite attraverso operazioni con riga e compasso e si dimostra attraverso operazioni con riga e compasso: costituisce cioè un tipico esempio di sottosistema di relazioni formali puramente geometriche. Ma se cerchiamo di correlare al teorema di Pitagora la regola per contare i quadrati equivalenti a un quadrato dato, scopriamo che l'equivalenza spaziale fra i quadrati costruiti sui lati del triangolo, sempre e comunque valida, non può sempre essere tradotta in una relazione fra numeri razionali. Non è detto cioè, che ci sia sempre un sottomultiplo comune ai tre lati del triangolo: se si vuole continuare a pensare a una corrispondenza fra spazio e numeri, bisogna "inventare" i numeri irrazionali.

## 9.2. Le rappresentazioni

Non possiamo, adesso, entrare nei dettagli delle modalità, dei significati, dei problemi connessi al fatto che tutta la nostra attività cognitiva e operativa è basata su *sistemi di rappresentazione*: di noi stessi, del mondo, delle relazioni reciproche. Sempre comunichiamo con altri, e cooperiamo con altri sullo sfondo della realtà, attraverso rappresentazioni di fatti e di eventi (rappresentazioni simboliche, analogiche, verbali, grafiche, numeriche, gestuali, cinematografiche...) e ciascuna di esse, secondo suoi propri criteri, mette in evidenza aspetti parziali della realtà stessa.

In primo luogo, già il semplice processo di rappresentare quello che "si vede con gli occhi" da una certa posizione, proiettandolo su un piano, può utilizzare mezzi diversi: dalla fotografia in nero o a colori, con i vari "effetti" connessi alla intensità e al tipo

di luce, al tempo di posa... fino a tutti i tipi di disegno e pittura... fino al disegno geometrizzato secondo gli schemi definiti della prospettiva o delle proiezioni ortogonali. Tuttavia *ogni mezzo* per rappresentare oggetti nello spazio impone al suo “lettore” una doppia necessità. Da un lato, gli chiede di aderire alla struttura formale e al supporto materiale che caratterizzano modalità, intenzioni e scopi della rappresentazione utilizzata; dall’altro, gli chiede di operarvi una continua scelta-imposizione di significato, in corrispondenza a ciò che del “fatto” viene rappresentato, necessariamente diverso da ciò che concretamente viene percepito. Qualunque rappresentazione implica infatti processi sistematici di codifica-decodifica, schematizzazione-interpretazione, proiezione-ricostruzione, lettura sincronica o diacronica e così via. Chi produce la rappresentazione e chi la utilizza devono allora condividere *criteri di produzione e interpretazione* culturalmente stabilizzati: costruiti a partire dalla conoscenza dei fatti concreti come dalla padronanza di strumenti formali e tecnici, sempre in relazione al contesto e alle intenzionalità. Si può così imparare a leggere e produrre rappresentazioni di situazioni spaziali mettendo in relazione un tipo di “segno” con un tipo di “fatto” reale e, con un processo di secondo ordine, a utilizzare *relazioni tra relazioni*, quelle che connettono i segni-che-rappresentano e quelle che connettono i fatti-che-succedono.

Per esempio, non è necessariamente ovvio che in una certa tecnica di disegno appaiano sul foglio solo certe linee, corrispondenti a certe caratteristiche tridimensionali; né che contorni sempre più piccoli e sempre più in alto nel foglio corrispondano a oggetti ugualmente grandi ma sempre più lontani; come non sempre è ovvio vedere in una fotografia che le rotaie dei treni... si incontrano.

D’altra parte come si impara “naturalmente” il significato del linguaggio parlato, si impara anche quello delle fotografie e dei disegni; ma soprattutto, in parallelo ad una molteplicità di linguaggi iconici, si imparano “naturalmente”, per immersione culturale, anche le forme fondamentali dei linguaggi simbolici (può essere più facile per la scrittura delle parole, può essere più difficile per la scrittura musicale, ma talvolta non è semplice neppure per i gesti più comuni). E la ricerca-imposizione di significato può coinvolgere livelli di astrazione molto diversi: dall’interpretazione dei simboli alfabetici e numerici (in quanti modi si può leggere e scrivere la “treità” di una situazione?) fino alla ricostruzione del significato complessivo di una storia disegnata, di una mappa di percorso, di una catena di “passaggi” matematici.

Imparando a leggere e scrivere (e un discorso analogo vale ovviamente per i numeri), i bambini affrontano necessariamente anche la complessità della organizzazione spaziale della scrittura: in generale, della relazione tra simboli rappresentati e spazio di rappresentazione. Oltre a ricordare i suoni dei segni, bisogna capire l’orientamento e la connessione delle lettere, l’orizzontalità sequenziale da sinistra a destra, l’andare a capo... fino ai significati “sintattici” degli spazi o a quelli “semantici” dei titoli o dei numeri delle pagine. A loro volta, la discretizzazione dei discorsi in parole e delle parole in fonemi, la rappresentazione simbolica delle sequenze temporali di fonemi e delle loro relazioni in sequenze spaziali di lettere, quella delle pause e delle inflessioni significative in simboli di punteggiatura... tutto ciò che implica sforzi di astrazione e

di interpretazione enormi potrebbero, forse, essere utilmente rinforzati in altri contesti, anche di tipo più specificamente scientifico, associandoli in maniera significativa anche ad altri modi di rappresentare fatti di realtà.

A fianco delle più comuni rappresentazioni grafiche, simboliche e figurative, un secondo tipo di schematizzazione rappresentativa corrisponde ai vari tipi di disegno geometrico, per esempio alle “figure” della geometria piana, euclidea o topologica. Così *quel triangolo rettangolo* disegnato “sta per” uno schema comune che sappiamo riconoscere in infiniti *oggetti triangolari in relazione di similitudine* con la nostra figura; *quella rete di linee* “sta per” una infinità di reti di *potenziali percorsi* su una superficie, *topologicamente equivalenti* alle linee tracciate etc. Contemporaneamente, qualunque disegno geometrico piano (euclideo, proiettivo o topologico che sia) mette in evidenza una fondamentale duplicità di interpretazioni possibili: quella che lo legge come rappresentazione di *proprietà sincroniche* (tutti i punti di una circonferenza sono, simultaneamente, equidistanti dal centro) e quella che ne privilegia le potenziali *proprietà diacroniche* (tutti i punti che rappresentano sul piano i punti di una circonferenza possono venire costruiti, in sequenza temporale, dalla punta del compasso che percorre la circonferenza). In tutto il discorso che segue è importante tenere presente questa duplicità di significato, già ben presente ad Euclide sul piano teorico (le rette si conducono, si incontrano, si prolungano... i punti si applicano alle rette, la perpendicolare si innalza o cade... gli angoli si formano e i triangoli si costruiscono etc.) e già evidente, nella interazione complessa tra visione movimento e pensiero, fin nei bambini piccoli. Un livello ancora diverso di astrazione diventa però necessario quando si vogliono rappresentare sul piano elementi, relazioni fra elementi, strutture di relazioni che *di per sé* non hanno alcuna caratteristica spaziale, ma trovano nello spazio piano un puro riferimento analogico: che vengono cioè visti, interpretati analogicamente nel loro complesso, come formalmente isomorfi ad elementi, relazioni, strutture di relazione di tipo geometrico. Per esempio, *alcune* relazioni fra classi possono essere rappresentate su uno spazio piano da diagrammi di Venn, *alcune* da diagrammi ad albero, ma possono essere necessari spazi a più di due dimensioni per rappresentare con diagrammi di Venn particolari relazioni, anche semplici, fra classi. Non tutte le relazioni che si possono rappresentare con diagrammi di Venn si possono rappresentare con diagrammi ad albero (per esempio, l'intersezione fra sottoclassi). L'interpretazione della corrispondenza che esiste fra le relazioni spaziali nei vari diagrammi e le relazioni fra classi che i diagrammi parzialmente rappresentano implica dunque un sistematico *cambiamento di significato* dello spazio, quindi un cambiamento semantico del modo di capire le “figure” in esso organizzate. D'altra parte, se non si riesce a leggere nella rappresentazione anche il significato astratto del suo spazio di riferimento, può diventare poi puramente mnemonico, e cognitivamente poco costruttivo, operarvi formalmente secondo regole.

Per esempio molti bambini non comprendono bene le relazioni elementari tra insiemi né vi sanno operare, anche perché non si rendono conto che alle proprietà di estensione, continuità, connessione... dello spazio geometrico non corrisponde alcun significato nei diagrammi di Venn; che quindi, per esempio, la vicinanza-lontananza tra gli elementi dell'insieme o di ogni elemento dal “confine” o dal “centro” non rappresenta alcun tipo di relazione reale.

### 9.3. Variabili e spazio

Per rappresentare le varie e complesse caratteristiche del mondo si utilizzano e si inventano dunque modi molteplici, che coprono tutti i livelli dell'esperienza di vita, da quelli comuni a tutti, fino all'attività scientifica specialistica. Qui vorremmo invitare a riflettere a come particolari aspetti di realtà e di conoscenza (guardare per variabili...) hanno trovato modi convenzionali di rappresentazione spaziale-numeriche che caratterizzano scienza e tecnologia della cultura in cui viviamo; suggerendo di approfondire questa riflessione esemplificativa e di estenderla agli altri più comuni sistemi di rappresentazione formalizzata. Discuteremo dunque brevemente la "rappresentazione cartesiana delle relazioni fra variabili" come caso emblematico di costruzione di spazi astratti e di rappresentazioni significative su tali spazi: dicendo subito che a nostro avviso le difficoltà principali connesse a questo modo di vedere e rappresentare le relazioni tra variabili non sono di tipo tecnico-formale, ma soprattutto semantiche. Per gli adulti e per gli insegnanti che hanno acquisito una abitudine all'uso anche elementare dello spazio astratto non è infatti facile rendersi conto di quanto esso sia *veramente astratto* e di difficile approccio: per i ragazzi si tratta di affrontare difficoltà molto serie, che è bene riconoscere fin dalla base della formazione culturale proprio in quanto investono profondi problemi di significato e coinvolgono molti settori di conoscenza. Per esempio, nella rappresentazione cartesiana di due variabili esistono difficoltà semantiche connesse al fatto che solo "muovendosi" in particolari direzioni sul piano si rappresentano cambiamenti di cui si conoscono i significati e che i corrispondenti significati cambiano al cambiare delle direzioni in cui ci si sposta. Così vedremo che nel grafico del "galleggiamento" (cfr. figura 8) spostandosi verso destra, a peso costante, cresce il volume; spostandosi verso l'alto, a volume costante, cresce il peso; spostandosi verso l'alto-destra, con un certa inclinazione, cresce la quantità di un certo materiale. Per esempio, esistono difficoltà connesse al fatto che se è relativamente facile capire che i *valori* di variabili diverse possono essere rappresentati da punti su linee diverse, le *relazioni* fra variabili -che talvolta sono interpretabili come altre variabili e talvolta no- hanno bisogno proprio di un piano (o di uno spazio astratto a più dimensioni) per essere in qualche modo "realizzate": al di là di una esperienza percettiva che normalmente non riesce a esplicitare le *relazioni* fra variabili direttamente, attraverso l'esperienza dei fatti e dei cambiamenti.

### 9.4. Una variabile - una linea

Per comprendere come le varie rappresentazioni possano imporre significati e cambiamenti di significati allo spazio, cominciamo a riflettere su come la variabile "lunghezza", per esempio di un pezzo di spago, possa essere fatta coincidere, o rappresentata in scala, con la lunghezza di un tratto di una linea qualunque. I cambiamenti di lunghezza dello spago vengono allora rappresentati da cambiamenti di lunghezza di un tratto della linea; lunghezze di più spaghi vengono rappresentate dalle lunghezze di diversi segmenti o viceversa; la lunghezza complessiva di due pezzi di spago è rappresentata dalla lunghezza complessiva dei due segmenti di linea corrispondenti etc. Imponendo un diverso significato allo spazio della rappresentazio-

ne, una linea può altrettanto bene rappresentare una variabile non spaziale: il tempo, il peso, la concentrazione...

A partire dal capo di uno spago (di una linea) si può allora rappresentare una lunghezza con un nodo (con un punto) sistemato ad una distanza dal capo (dall'origine) di "un palmo per ogni metro", secondo una scala convenzionale; ma si può anche rappresentare il peso di un oggetto con un nodo sistemato a una distanza di "un palmo per ogni chilo" o la durata di un fenomeno con un nodo sistemato a "un palmo per ogni minuto".

Abbiamo già detto (cfr. Capitoli 1 e 3) che per ogni variabile estensiva è possibile una specifica operazione di "mettere insieme" i sistemi in cui la variabile si può misurare, in modo tale che il valore della variabile riferito al sistema complessivo sia uguale alla somma dei valori riferiti ai sistemi singoli (e si tratta, sempre, di somme di numeri interi). Così la misura delle "somme" di pesi è uguale alla somma delle loro misure; la misura della "somma" di segmenti di linea è uguale alla somma delle loro misure; la misura della "somma" di intervalli di tempo è uguale alla somma delle loro misure, etc., non si tratta di uno scioglilingua, ma di una acquisizione cognitiva fondamentale.

È bene, con i bambini, avviare presto un sistema di rappresentazione delle variabili servendosi di spaghi e fettucce... anche se i segmenti rigidi rettilinei sono talvolta più comodi. Perché, per esempio, piegando gli spaghi si può in parte lavorare senza numeri: per simmetria, replicando o suddividendo il valore che interessa, facendone il doppio, il triplo, il quadruplo... la metà, la terza parte, la quarta parte, etc.

Si stabilisce in questo modo, attraverso l'operazione di misura, una *corrispondenza fra tutti i possibili valori* di una variabile estensiva, definita in un sistema o in un fenomeno, e *tutti i possibili numeri* interi (o razionali); d'altra parte si sa già far corrispondere tali numeri ai punti di una "linea dei numeri", non necessariamente retta, e la loro posizione viene determinata *interpretando* ogni numero risultato di una misura della variabile come valore di *distanza da una origine sulla linea*, in unità appropriate di lunghezza. Perciò la rappresentazione del valore di una variabile mediante una lunghezza definita coinvolge sempre *due* distinte operazioni, logiche e strumentali: la misura della variabile attraverso il conteggio della replicazione di una unità-campione convenzionale; la conversione del numero-misura in estensione lineare, attraverso una unità convenzionale di lunghezza. In particolare, qualunque operazione di misura dà luogo a numeri *positivi* ("volte" per cui l'unità campione è replicata): l'eventuale rappresentazione dei risultati di misura su una linea dei numeri con valori positivi e negativi corrisponde sempre a una precisa semantica, cioè ad una scelta di interpretazione del significato della variabile e del contesto in cui la si individua.

La *doppia corrispondenza biunivoca* tra variabile continua numero razionale e spazio a una dimensione non deve essere necessariamente stabilita eseguendo prima una misura diretta e successivamente una "spazializzazione" del numero. Per esempio, è possibile misurare il tempo contando intervalli uguali sulla base di un ritmo costante e poi rappresentando spazialmente il numero trovato; ma, alternativamente, si può *far corrispondere* direttamente il continuo temporale al continuo spaziale attraverso una *trasduzione*, in questo caso attraverso un moto a velocità uniforme: interpretando poi

numericamente (misurando) il percorso che corrisponde ad un certo intervallo di tempo.

Dalle posizioni nello spazio di riferimento e le relative distanze angolari delle lancette, si può leggere l'ora su un orologio a lancette anche se non si conoscono i numeri; non si può su un orologio digitale, in cui però si può facilmente vedere la regolarità del ritmo di scansione del tempo. Così è possibile trasdurre direttamente il continuo della variabile temperatura nel continuo spaziale (volume, lunghezza) attraverso la dilatazione di un materiale (solido, liquido o gassoso): quindi, interpretando numericamente (misurando) per esempio un cambiamento di lunghezza, si può far corrispondere univocamente un numero a un cambiamento di temperatura (cfr. Capitolo 3). Anche in questo caso la conversione della variabile in lunghezza avviene con due distinti paesaggi: il meccanismo fisico di trasduzione e la lettura della lunghezza in una scala convenzionale.

In definitiva, attraverso opportuni meccanismi di *misura, trasduzione e interpretazione* è possibile trattare qualunque variabile come se corrispondesse univocamente a una lunghezza: è possibile, in altre parole, rappresentare tutti i valori di una variabile qualunque e tutte le relazioni fra i suoi valori, mediante i punti definiti dalle lunghezze su una linea e le loro relazioni geometriche o numeriche; simmetricamente, è possibile attribuire significato di valore di variabile al risultato di qualunque misura di posizione di un punto sulla linea. Chiaramente si tratta di un doppio processo analogico così profondamente radicato nelle nostre strategie cognitive da essere facilmente rintracciabile nelle stesse strutture semantiche e sintattiche del linguaggio naturale.

Per esempio, in tutte le lingue indoeuropee troviamo una sistematica metafora spaziale alla base della concettualizzazione del tempo: gli intervalli di tempo sono lunghi e corti come le distanze e gli istanti di tempo sono vicini e lontani come i punti... Contemporaneamente, attraverso la mediazione del movimento e della variabile continua che lo caratterizza, la velocità, ci troviamo spesso a parlare dello spazio in termini di tempo: le distanze diventano allora brevi come le durate dei loro percorsi e i luoghi si susseguono come gli istanti necessari a raggiungerli.

## 9.5. I problemi della metafora spaziale

La metafora spaziale adatta a rappresentare una qualunque variabile continua è da un lato intuitiva, dall'altro profondamente astratta: non è mai troppo presto per cominciare ad abituarvi i bambini, non è mai troppo tardi per chiarirne i significati.

In particolare a un dato sistema (fenomeno, evento...), in una situazione data, corrisponde *un* valore della variabile scelta e quindi *un* numero risultato di misura e *un* punto sulla linea che la rappresenta. La posizione del singolo punto e le relazioni fra punti sulla linea che corrispondono a relazioni fra valori della variabile, sono definite attraverso valori numerici e operazioni su numeri interpretati come distanze oppure direttamente legati alla variabile da operazioni di trasduzione. Se il valore della variabile *cambia* nel tempo in un dato sistema, il punto che lo rappresenta descrive (percorre) con continuità la linea, con velocità proporzionale alla rapidità del cambiamento. Alternativamente, i punti sulla linea possono rappresentare diversi sistemi e situazioni e la loro

relativa distanza corrisponde allora alla loro differenza dal punto di vista della variabile considerata (due sistemi con lo stesso valore “sono” lo stesso punto). Il doppio criterio di corrispondenza variabile-numero e numero-punto deve infine mantenersi invariante nelle operazioni che lo esplicitano (sistema di unità e modalità di misura per la variabile; origine sulla linea, unità di lunghezza e “inestendibilità” della linea stessa...) se si vuole che la variabile sia stabilmente e univocamente rappresentata; d'altra parte è a questo livello che diventa indispensabile alla coerenza semantica (alla interpretazione dei significati) associare ad ogni numero il “nome” della variabile che esso sta rappresentando.

Ad un livello più astratto, importante però per indirizzare le strategie di apprendimento, si possono fare altre osservazioni.

- La corrispondenza fra *variabile estensiva*, *numero razionale* e *distanza su una linea* è in definitiva basata sull'isomorfismo (corrispondenza fra forme) delle operazioni del “mettere insieme”, del “confrontare per differenza”, del “replicare” e del “suddividere” un certo numero di volte... uniformemente valide in tutti e tre i casi: isomorfismo che è necessario imparare a vedere e padroneggiare esplicitamente, se si vuole che questo tipo di rappresentazione formale acquisti significato.

- I numeri che necessariamente vengono evocati dalla gestione del significato di “volte” nelle operazioni di moltiplicazione e divisione, e quindi nell'operazione di misura, sono in primo luogo i numeri interi, ma anche, quasi automaticamente, i numeri razionali. Qualunque valore misurato della variabile *può* essere infatti descritto da un numero intero (con unità abbastanza piccole): ma la opportunità di una sua descrizione con numeri razionali (frazioni, o decimali...) in corrispondenza ad unità “comode” porta di fatto alla necessità di acquisire precocemente padronanza cognitiva e operativa delle frazioni, almeno nei loro aspetti di significato (se non di tecnica operativa).

- Una volta definita una “scala” per una *variabile intensiva*, anche essa può essere rappresentata su una linea con grammatica e sintassi analoghe, ma con semantica sempre differente rispetto ad una variabile estensiva (cfr. Capitolo 3). Mentre per molte variabili estensive la scelta “naturale” del sistema di rappresentazione porta a valori esclusivamente positivi (e allora «zero vuol dire non esserci» come dicono i bambini), per molte variabili intensive si usano comunemente valori sia positivi sia negativi, rispetto a uno “zero” di solito assunto in corrispondenza, o in prossimità, di un implicito valore convenzionalmente “normale” della variabile.

- Una variabile può *avere* valori grandi o piccoli (più grandi o più piccoli di..., molto grandi o molto piccoli...) in corrispondenza a uno *stato* del sistema a cui si riferisce: ci sono di solito due parole, due aggettivi, per indicare due contrapposti modi di essere (si dice, riferendosi in generale al valore della variabile, grande-piccolo; specificandola meglio si dice lungo-corto, freddo-caldo, pesante-leggero, bello-brutto etc.). Però la variabile può anche *cambiare* nel tempo in corrispondenza a *trasformazioni* del sistema stesso: ci sono ancora due parole diverse, due verbi, per descrivere le due possibilità. Si dice, riferendosi in generale al valore della variabile, aumentare-diminuire; specificandola in particolare, si dice allungare-accorciare, scaldare-raffreddare, appesantire-alleggerire e ogni cambiamento può verificarsi più o meno rapidamente o più o meno

lentamente. Quanto rapidamente cambia una variabile è, a sua volta, descritto da un'altra variabile, come vedremo. Stati e cambiamenti di una variabile sono, ovviamente, connessi fra loro: se una variabile *sta crescendo*, fra poco i suoi valori saranno *più grandi* di quelli attuali; se una variabile nel sistema A ora è molto grande, ma diminuisce molto in fretta, prima o poi diventerà più piccola della stessa variabile nel sistema B, che ora è più piccola rispetto al sistema A, ma che diminuisce più lentamente... D'altra parte il linguaggio naturale ha da tempo immemorabile scelto la strategia rappresentativa di indicare con parole contrapposte sia coppie di stati reciprocamente ordinati di una stessa variabile sia le sue due "direzioni di cambiamento", modulandole con opportuni aggettivi: l'uso linguistico comune, di solito interpretato dal contesto a cui si riferisce, può permettersi quelle molteplici ambiguità che mettono in crisi a lungo, in molti bambini, la organizzazione cognitiva "per variabili" dei fatti e dei cambiamenti.

Ci si può infatti allontanare poco restando molto più lontani di chi si allontana molto restando più vicino... come ci si può raffreddare per ore trovandosi ad essere (ancora!) più caldi di chi si è continuamente scaldato per lo stesso tempo e così via.

Si tratta dunque di indirizzare lo sviluppo di una dinamica cognitiva in cui la crescita e l'aggiustamento naturale della conoscenza sui fatti, sulle parole, sull'operare nelle cose interferisce profondamente con le regole spesso ambigue del linguaggio e della cultura adulta. Si può cominciare col riconoscere la difficoltà del problema, aiutare i bambini a riconoscerlo fin dall'inizio: affrontandolo con chiarezza e semplicità, attraverso discorsi e rappresentazioni basati sull'esperienza abituale, prima di arrivare a imparare senza capire le regole delle sottrazioni coi numeri negativi o del «meno per meno uguale più». Ancora una volta, una graduale capacità di rappresentare singole variabili lungo una linea e di verbalizzare le corrispondenti relazioni e operazioni (prima secondo l'ordine, poi secondo la misura) sembra lo strumento più efficace per fare chiarezza e costruire chiarezza.

## 9.6. Due variabili - due linee

Due variabili diverse -oppure la stessa variabile misurata in due sistemi diversi- devono essere rappresentate su due linee diverse e così via, per quante variabili si vuole. Ogni valore di ogni variabile è allora rappresentato da un numero, da un punto: la necessaria reciproca coerenza dei valori di una stessa variabile è rappresentata dal loro "rimanere" all'interno della linea che la rappresenta. Così con molti "spaghi" diversi, per esempio per colore, si possono rappresentare molte variabili diverse; ogni numero-misura deve essere accompagnato dal "nome" della variabile, dalla sua unità di misura e dal sistema di unità sulla linea in cui si vuole rappresentarlo. Solo così si può fare il nodo nel punto giusto dello spago giusto, cioè trovare, nello "spazio astratto" della variabile scelta, il "punto" che corrisponde alla sua misura. D'altra parte, l'efficacia cognitiva fondamentale di una strategia per variabili non è soltanto quella di poter *eseguire confronti* (diacronici e sincronici) e *seguire cambiamenti* attraverso misure di una data variabile, ma ancor più quella di poter *stabilire relazioni* fra variabili diverse. Per farlo servono innanzitutto *regole di corrispondenza*: criteri stabili per definire come una delle variabili deve essere *associata* all'altra.

Si può mettere in relazione la lunghezza ( $d$ ) del lato di un quadrato con la lunghezza ( $p$ ) del suo perimetro o con l'area ( $a$ ) della sua superficie; si può mettere in relazione la temperatura ( $T$ ) della pentola con l'istante ( $t$ ) in cui la si misura; si può mettere in relazione il peso ( $P_A$ ) e la distanza ( $D_A$ ) sullo stesso braccio necessari a mantenere in equilibrio una tavoletta, con una situazione fissa sull'altro braccio etc.

Una volta associato ogni valore di variabile a un numero, la corrispondenza biunivoca fra variabili potrà essere rappresentata solo dall'unica corrispondenza biunivoca esistente fra numeri, l'uguaglianza: si esprimono appunto attraverso *l'algebra* quelle *relazioni di uguaglianza fra valori di variabili diverse* che devono essere *sempre valide* se si mantengono le regole secondo cui i valori stessi sono determinati.

Per ogni quadrato di lato  $d$ :

$$p = 4 \times d; a = d \times d$$

Per ogni cerchio di raggio  $d$ :

$$p = 2 \times \pi \times d; a = \pi \times (d \times d)$$

Durante il primo riscaldamento della pentola:

$$T_2 - T_1 = R \times (t_2 - t_1)$$

Muovendo il peso sullo stesso braccio:

$$P_A \times D_A = M_B$$

Per ogni quantità dello stesso materiale:

$$P = \rho_s \times V; \text{ etc.}$$

Nel momento in cui si rappresentano relazioni fra variabili attraverso uguaglianze fra i numeri che indicano i loro valori, si introducono quasi sempre dei *parametri*: cioè dei nuovi numeri, che restano identici a determinare il verificarsi dell'uguaglianza per una intera classe o famiglia di situazioni in qualche modo omogenee tra loro, ma che cambiano se la classe cambia. Da un altro punto di vista i parametri sono, essi stessi, vere e proprie variabili: capaci di caratterizzare, attraverso i loro valori, proprio la *classe* di situazioni a cui ci si riferisce. Talvolta i parametri intervengono con valori intrinsecamente discreti, come per esempio quelli che caratterizzano la relazione di uguaglianza fra quadrato del raggio del cerchio circoscritto e superficie di un poligono regolare (a ogni tipo di poligono il "suo" parametro: a partire da 1,30 per il triangolo equilatero; 2,00 per il quadrato; 2,38 per il pentagono; fino a 3,14 per il cerchio). Talvolta i parametri hanno invece valori intrinsecamente continui: come il peso specifico ( $\rho_s$ ) di un dato materiale, che permette di legare attraverso una relazione di uguaglianza peso e volume; come il valore della rapidità di riscaldamento ( $R$ ) corrispondente a un certo fuoco, a una certa pentola, a una certa quantità d'acqua o come il valore di ( $M$ ) corrispondente a una data configurazione su un braccio della tavoletta. È importante ricordarsi che i parametri possono essere, a loro volta, "complessi": rappresentati per esempio dal prodotto o dal rapporto di più termini. Così il parametro che lega lunghezza del lato e area della superficie del quadrato è uguale a 1 solo se si misurano le lunghezze in centimetri e le aree in centimetri quadrati, altrimenti dipende dai criteri di misura. Così il peso specifico è 1 per l'acqua solo nelle unità convenzionali e in generale dipende dal materiale ma anche dalle unità scelte per misurare pesi e volumi; così il parametro ( $K$ ) che determina l'efficacia di un certo fuoco dipende a sua

volta da diversi contributi. (Significati ancora più complessi acquistano poi i parametri che devono garantire l'omogeneità dimensionale e la corretta dipendenza funzionale di molte leggi fisiche).

Quale legame fra le rispettive rappresentazioni spaziali potrà corrispondere alla uguaglianza algebrica che descrive sinteticamente una relazione fra due variabili? Le risposte possibili non sono né univoche né ovvie.

Nella figura 1, per esempio, sono riportate (approssimativamente) le configurazioni che possono assumere le "linee" che rappresentano le misure di lato e superficie del quadrato, di peso e distanza sullo stesso braccio della tavoletta (mantenendo costante la situazione sull'altro braccio), di peso e volume per lo stesso materiale vetro, se si decide di rappresentare la corrispondenza fra le linee facendole coincidere per i valori interi di una delle due variabili (ovviamente, bisognerebbe immaginarsi degli "spaghi" su cui i punti di corrispondenza potessero essere fitti quanto si vuole).

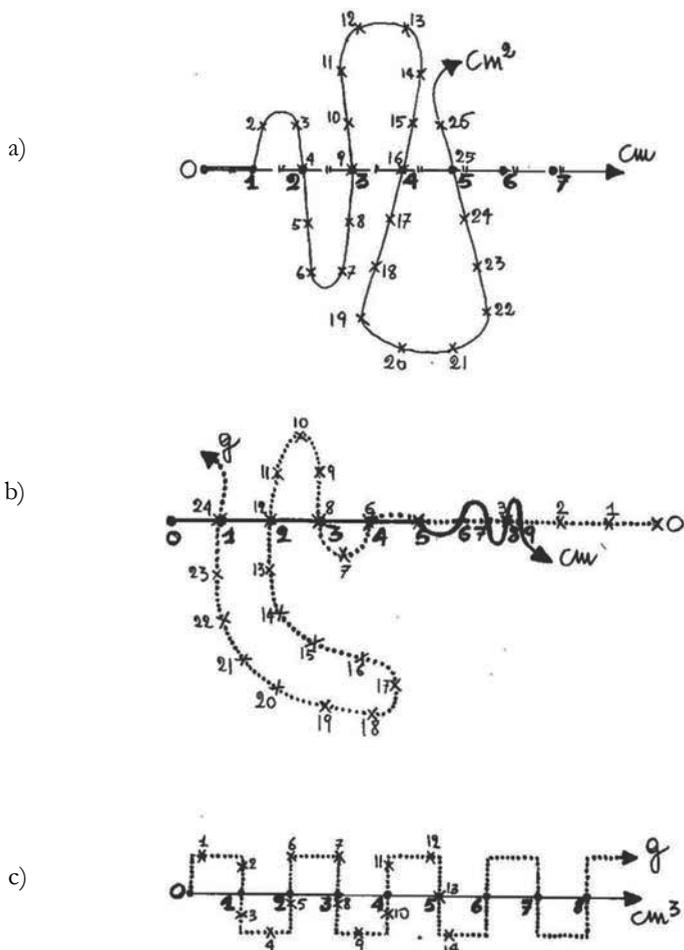


Fig. 1 a) Lato del quadrato (in cm) e area del quadrato (in  $\text{cm}^2$ ). b) Distanza dall'asse di rotazione (in cm) e peso (in g), che mantengono l'equilibrio della tavoletta quando il momento corrispondente è  $M = 24 \text{ g} \times \text{cm}$ . c) Peso (in g) e volume (in  $\text{cm}^3$ ) del vetro comune.

## 9.7. Punto, linea, superficie

La strada per procedere passa attraverso una profonda intuizione -relativamente moderna, praticamente coincidente con l'inizio della "rivoluzione scientifica" del '600- che definisce insieme un modo caratteristico di organizzare lo spazio geometrico, un modo caratteristico di servirsene per rappresentare le relazioni fra variabili e un modo per interpretare, attraverso queste relazioni, caratteristiche della struttura e del funzionamento dei sistemi naturali e artificiali.

Affrontiamo per prima cosa l'aspetto geometrico. Su una linea si può far corrispondere un punto a ogni numero razionale e viceversa (data una unità e una origine); su una superficie si può far corrispondere un punto ad ogni *coppia di numeri* presi da due insiemi ( $a$ ) e ( $b$ ) e viceversa, purché sia dato un "sistema di coordinate" e questo è il passaggio cruciale.

Sulla base di una grande varietà di relazioni metriche, topologiche, di simmetria siamo condotti a dire che "spazi" lineari, superficiali, volumici hanno rispettivamente una, due, tre "dimensioni" (non esistono spazi con dimensione  $3/4$ ...). L'intreccio profondo e ineliminabile tra il continuo spaziale e il discreto numerico appare così in tutta la sua complessità; anche dal momento che si è in grado di far corrispondere biunivocamente ogni punto dello spazio a una dimensione ad un punto dello spazio a due dimensioni e viceversa: mettendo in crisi, con questa operazione, intuitive e radicate immagini di "continuità", di "infinito spaziale", di "infinito numerico".

Su di un piano si disegnano allora due rette, non necessariamente perpendicolari, una per le lunghezze che rappresentano i "numeri  $a$ ", una per le lunghezze che rappresentano i "numeri  $b$ ". Data una coppia di numeri positivi o negativi ( $a, b$ ), si trovano i due punti corrispondenti ( $A, B$ ) sulle rispettive rette, assumendo come origine l'intersezione delle rette stesse. Da ognuno di tali punti si manda la parallela all'altra retta: ci sarà un punto di incontro,  $P$ , che *corrisponde* alla coppia di numeri ( $a, b$ ) e che quindi li rappresenta e ne è rappresentato biunivocamente. Se poi i numeri ( $a, b$ ) rappresentano due valori *correlati* di due variabili  $a$  e  $b$  in un sistema, il punto  $P$  rappresenta la *situazione di correlazione* da cui i valori hanno avuto origine (cfr. figura 2a).

Quando le rette sono perpendicolari, si parla di "rappresentazione cartesiana". Non è necessario, per le rappresentazioni spaziali, che le unità di misura sulle due rette (sui due assi) siano identiche: se non lo sono, si avranno "deformazioni", come in figura 2b. Ovviamente, se si tratta di rappresentare variabili intrinsecamente diverse (tempi e temperature, lunghezze e aree...) non ha molto senso parlare di "unità di misura uguali": i valori misurati *comunque* corrispondono a lunghezze che hanno significato solo in relazione alla variabile che rappresentano.

Per capire meglio sia le cose che si fanno sia le rappresentazioni che se ne danno, è importante confrontare fra loro modi diversi di farle e rappresentarle: se i sistemi di coordinate a più di una dimensione devono diventare cognitivamente utili, è importante rendersi conto della loro peculiarità, oltre che della loro versatilità.

Rappresentando su un piano una relazione tra variabili, si possono far corrispondere per esempio "un chilo" ad ogni centimetro oppure "un etto" ad ogni centimetro; ci si

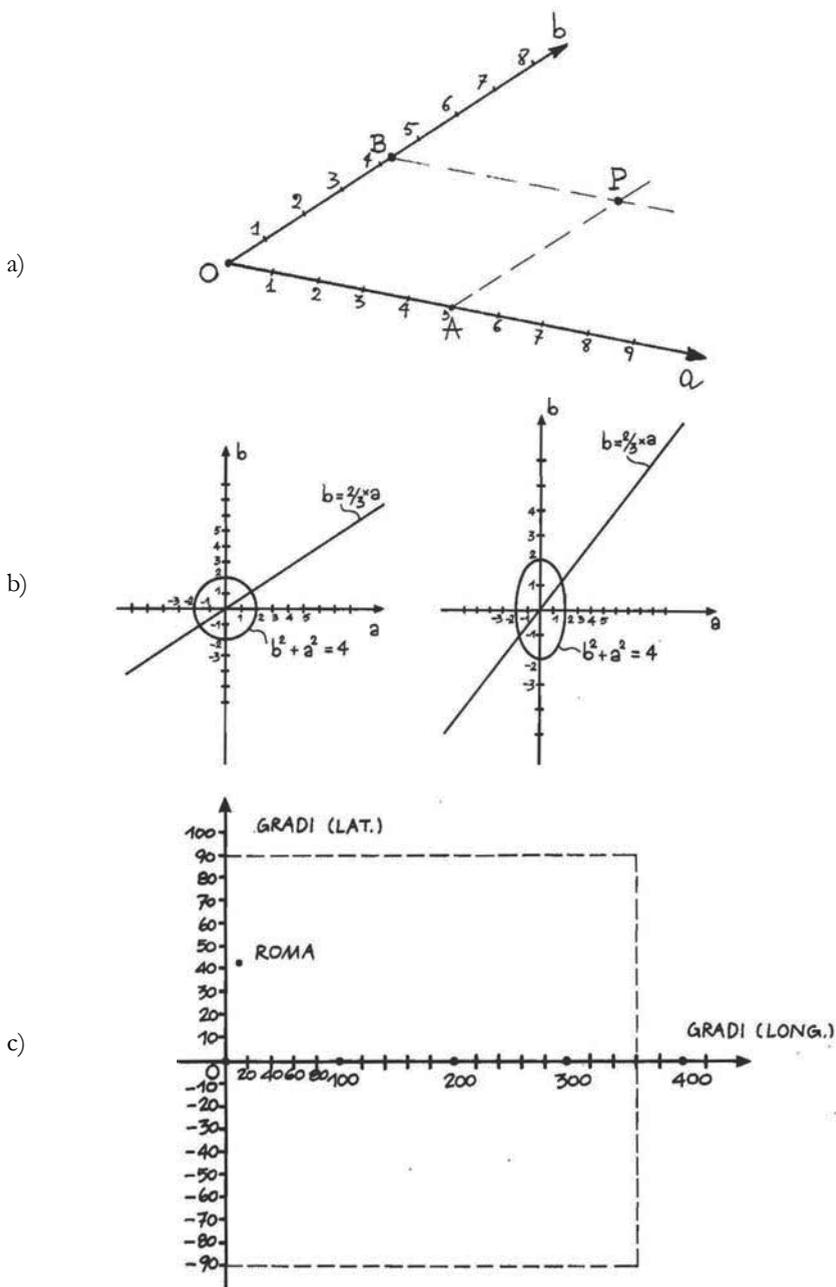


Fig. 2 a) Costruzione del punto di coordinate  $(a = 5, b = 4,3)$  in un sistema di riferimento non ortogonale. b) Due sistemi di riferimento ortogonali con diverse unità di misura sugli assi. In ambedue sono rappresentate le linee  $b = 2/3 \times a$  (lungo dei punti che individuano una pendenza = 0,666...) e  $b^2 + a^2 = 4$  (luogo dei punti con distanza dall'origine = 2). c) Latitudine e longitudine trasferite su un sistema cartesiano ortogonale: cosa succede alla forma generale dei continenti se li si rappresenta in questo modo? (Provare con un disegno ingrandito)

può accorgere che *contemporaneamente*, sullo stesso piano ma su un altro asse, si fa corrispondere “un giorno” a ogni centimetro.

Su uno stesso piano-supporto, si possono usare in alternativa diversi sistemi di coordinate: per esempio si possono organizzare direzioni e distanze in coordinate polari e confrontare questa organizzazione spaziale con quella cartesiana e si possono rappresentare in coordinate polari anche variabili non spaziali.

Su una sfera, il sistema di coordinate può essere definito, nel modo noto, attraverso latitudine e longitudine: cioè misurando opportuni *angoli*, positivi e negativi, in opportune unità. Ma è importante riflettere, e far riflettere, sulle caratteristiche della superficie organizzata secondo questo criterio. Per esempio si può guardare cosa succede se si cercano punti con le stesse latitudini e longitudini su due sfere di raggio diverso e poi se ne misura la distanza lungo la superficie sferica; oppure cosa succede se si rappresenta su un piano cartesiano, con “assi” di latitudine e longitudine, l'intero globo terraqueo... (cfr. figura 2c). D'altra parte, su una sfera ci sono due vie “più corte” per andare da un punto ad un altro, una *restando* sulla superficie sferica, un'altra *uscendone*: su un piano ce ne è una sola. Su una sfera solo i triangoli “piccolissimi” hanno somma degli angoli interni circa uguale a 180 gradi e, se rettangoli, soddisfano approssimativamente il teorema di Pitagora... e così via.

Nello spazio geometrico a due dimensioni, su un piano per esempio, un *punto* rappresenta un *posto*: per individuarlo, abbiamo visto, occorrono due numeri -due punti, due posti in due spazi unidimensionali di riferimento.

Nello spazio piano una *linea* continua può essere interpretata in vari modi.

Per esempio come *insieme degli infiniti punti che godono di una certa proprietà*, e per individuarla si deve conoscere la proprietà, è il parametro numerico che la caratterizza; se la proprietà dei punti è di essere equidistanti da un centro, la linea è un cerchio e il parametro indica la distanza dal centro; se la proprietà è di essere equidistanti da un asse, la linea è una retta parallela all'asse e il parametro indica la distanza... Per esempio come *percorso*, cioè come sequenza delle infinite posizioni di un punto che si muove nel piano in modo definito e controllato (il cerchio come percorso della punta del compasso o la scrittura sul foglio come percorso della punta della matita). Per esempio come *confine*, cioè come insieme di punti che separano una superficie “interna” da una “esterna”, se la linea è chiusa; o come *discontinuità*, cioè come confine aggirabile, se è aperta e così via. Ma qualunque sia la sua interpretazione, *una linea ha una forma*: è una forma; *dà* una forma alle parti di spazio che definisce o racchiude. Cosa vuol dire “forma” lineare, sul piano? Un modo definito dei punti di stare in relazione reciproca: un modo generale, di stare comunque “lungo una linea”; un modo specifico, identico per tutte le infinite *forme* uguali di linea che possono essere riprodotte in diverse posizioni, con diversi orientamenti e con diversi parametri, sul piano; un modo caratteristico di particolari linee, che ne determina particolari proprietà (così ogni retta può “scorrere” su se stessa, in un certo modo; ogni cerchio può “scorrere” su se stesso, in un altro modo; ogni spirale logaritmica “si avvita” su se stessa in un certo modo; ogni curva simmetrica si “ribalta” su se stessa in un certo modo...).

Senza entrare in una analisi particolareggiata, possiamo ora dire che una *relazione tra* due variabili può essere rappresentata matematicamente in due modi diversi, in linea di

principio equivalenti. Da un lato, attraverso una *relazione algebrica esplicita*: assegnato un generico valore di una variabile ( $x$ ), si compiono su tale numero determinate operazioni che permettono di ricavare un valore dell'altra variabile ( $y$ ). Per esempio:  $y = 3x + 1$ ;  $y = 7x^2 - 1/x + 19$ ;  $y = \log x$ ; etc. (e l'inversione di una relazione algebrica può creare problemi). D'altra parte, se le variabili  $x$  e  $y$  sono rappresentate da punti sugli assi cartesiani  $x$  e  $y$  e la relazione fra  $x$  e  $y$  da una *linea sul piano*, per ogni  $x$  è possibile determinare l' $y$  corrispondente mandando da  $x$  la parallela all'asse  $y$  e dal suo punto di incontro con la linea la parallela all'asse  $x$ . (Cfr. figura 3. Anche l'inversione dell'operazione di corrispondenza geometrica può creare problemi).

In questo modo si può dire che la relazione algebrica  $y = 3x + 5$  è a sua volta rappresentata sul piano da una retta; o che la retta, cioè la relazione esplicitata geometricamente, è rappresentata dalla sua "equazione" algebrica. In generale però se ad ogni "formula" algebrica sappiamo far corrispondere una linea (un tratto di linea) su un piano geometrico o astratto, è molto più problematica l'operazione inversa: solo per linee particolari sappiamo infatti costruire rappresentazioni esplicite in forma di "funzioni" più o meno complesse.

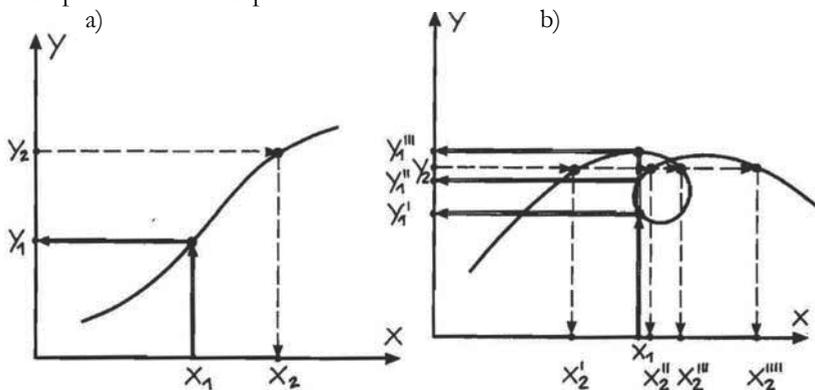


Fig. 3 a) Costruzione di corrispondenza biunivoca fra punti  $x$  e punti  $y$  attraverso un tratto di linea del piano. b) In certe situazioni la corrispondenza definita della linea non è biunivoca: a  $x_1$ , possono corrispondere tre valori di  $y_1$ , a  $y_2$  possono corrispondere quattro valori di  $x$ .

Servono esperienze per imparare a "vedere" che una stessa relazione algebrica caratterizza ogni punto di una linea: per esempio quelle di determinare sul piano molti punti che rappresentano forme algebriche elementari, congiungendoli poi con le relative linee; o quelle di rintracciare sugli assi di riferimento le coordinate di punti appartenenti a linee già tracciate, esplorandone le relazioni numeriche.

La corrispondenza fra "funzioni" (relazioni tra variabili) e "linee" del piano è costellata di complessi e interessanti problemi che qui non è il caso di affrontare. Comunque, la *continuità* dei valori di partenza e quella che caratterizza sia l'operazione di costruzione algebrica del numero sia quella di costruzione geometrica del punto rende plausibile un'ipotesi generale: l'insieme di tutte le coppie di numeri legati dalla stessa relazione algebrica descrive con continuità tutti i punti di una linea; tutti i punti di una linea continua hanno coordinate che sono legate fra loro da una stessa relazione funzionale, esplicita o meno. Se dunque una linea nello spazio geometrico rappresenta al tempo

stesso un *luogo*, un *percorso* e una *relazione*, analogicamente una linea sul piano astratto delle variabili  $(x, y)$  rappresenta una loro *relazione*, variamente interpretabile. (Per esempio, come condizione di un insieme di stati o come condizione di trasformazione). Linee simili rappresentano allora relazioni simili e si può generalizzare allo spazio astratto delle relazioni fra variabili l'idea base di *linea come rappresentazione della forma caratteristica di una relazione*. Nella figura 4 sono indicate con linee continue, su un piano cartesiano, le relazioni fra variabili che nella figura 1 avevano rappresentazioni completamente diverse. Può essere importante far notare ai ragazzi che, anche quando si tratta con relazioni tra variabili puramente spaziali -lunghezze, superfici- le forme che rappresentano le relazioni stesse sul piano cartesiano non hanno nulla di simile alle forme a cui le diverse variabili originariamente si riferiscono: la forma che descrive la relazione tra area e lato del quadrato non ha nulla a che fare con la forma del quadrato...

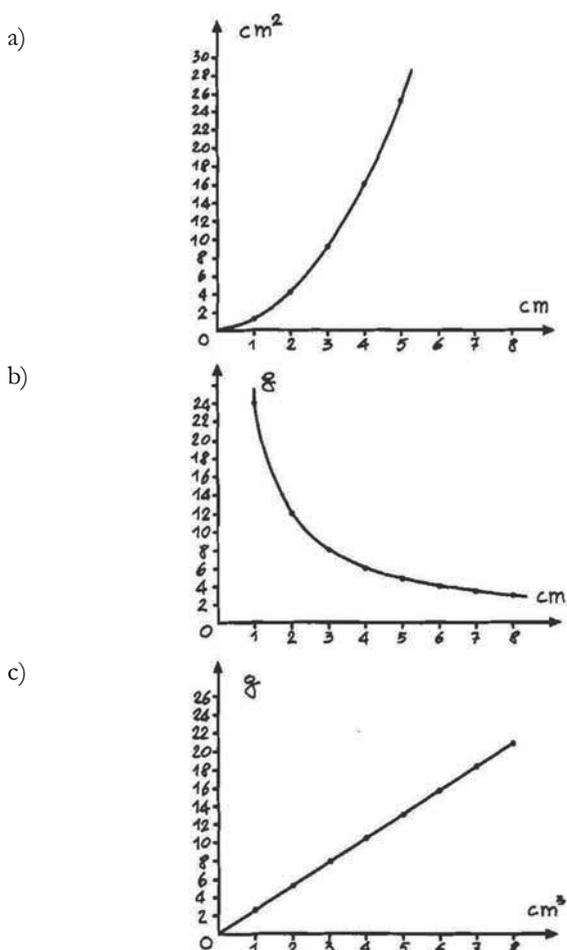


Fig. 4 Rappresentazione cartesiana delle relazioni: a) fra lato e area del quadrato (in cm e cm<sup>2</sup>). b) Tra peso e distanza su un braccio della tavoletta in equilibrio, per  $M = 24 \text{ g} \times \text{cm}$ . c) Fra volume e peso del vetro comune, con peso specifico  $\rho_s = 2,6 \text{ g/cm}^3$ . (Cfr. la fig. 1 per una diversa rappresentazione delle stesse relazioni).

## 9.8. Lo spazio geometrico

Qual è la semantica dello “spazio astratto”? Quali sono, cioè, le *regole base di interpretazione* che permettono di dare significato a punti, linee e superfici, intesi come elementi attraverso cui si costruisce la rappresentazione delle relazioni fra le variabili considerate? Qual è la grammatica, e la sintassi, dello spazio astratto? Quali sono, cioè, le *regole-base di operazione* che permettono di elaborare, trasformare, correlare le forme di relazione tra variabili, quando sono spazialmente (o algebricamente) rappresentate?

Come sempre, grammatica, sintassi e semantica sono profondamente intrecciate. Proprio perché ci si serve delle strutture e delle caratteristiche dello spazio geometrico per dare forma e interpretazione alle relazioni fra variabili, è necessaria una padronanza, almeno iniziale, delle proprietà dello spazio stesso (e dell'algebra). Proviamo qui ad accennarne alcune: non tanto per suggerire itinerari didattici, quanto per sottolineare l'enorme portata concettuale di molte acquisizioni che i bambini possono compiere anche precocemente e che comunque fanno parte dei “programmi” della scuola di base.

Cominciando, dunque, a discutere in termini puramente spaziali, il riferimento alle strutture-base della geometria euclidea è inevitabile.

Con tre punti fissati sul piano si “fa” (quasi sempre) un triangolo; con tre segmenti mobili sul piano si “fa” (quasi sempre) un triangolo. Un triangolo è la più semplice figura piana dotata di forma: tale cioè che se ne possa riconoscere un'altra, infinite altre, che abbiano appunto la stessa forma, ma posizione ed estensione diverse.

Si possono considerare come “simili fra loro” alcuni triangoli quando in essi si riconosce, anche ad occhio, una stessa forma (e la capacità di discriminazione percettiva può essere molto alta, persino in bambini molto piccoli). Si può vedere allora che essi soddisfano “strane” proprietà: che mettono in evidenza le basi strutturali della geometria euclidea ma che, allo stesso tempo, ne sono una conseguenza. Alcune di queste proprietà appaiono come più immediatamente “geometriche” (cfr. figure 5a, 5b, 5c); altre, invece, si prestano più facilmente ad essere interpretate non solo in termini di relazioni spaziali, ma anche in termini di relazioni fra numeri (interi o razionali). Per esempio (cfr. figura 5d), se si suddivide un qualunque lato di un triangolo in  $n$  parti uguali (e allora il numero  $n$  esprime la “misura” del lato in termini dell'unità scelta) e si mandano le parallele agli altri due lati, si vede che ciascuno di essi viene comunque diviso, a sua volta, in  $n$  parti uguali (e lo stesso numero  $n$  esprime la misura di ogni lato, in unità sempre diverse); mentre l'intero triangolo risulta diviso in  $n^2$  triangoli uguali, a lui simili, per cui  $n^2$  rappresenta la misura della superficie prendendo un triangolino simile al triangolo originario come unità di misura. Questo comportamento, che caratterizza non solo i triangoli ma anche altre figure elementari, definisce la struttura stessa del piano euclideo ed è in qualche modo alla base di alcune delle più fondamentali regole di corrispondenza fra numeri e spazio.

Per quanto appena detto, per esempio, in due triangoli simili  $T$  e  $T'$  di lati  $(a, b, c)$  e  $(a', b', c')$  le misure delle lunghezze di due lati omologhi staranno fra loro in proporzione, ovviamente la proporzionalità coinvolge sempre tutti e tre i lati (cfr. figura 6):

$A : A' = B : B' = C : C' = \text{cost} = K$  (numero razionale o intero).

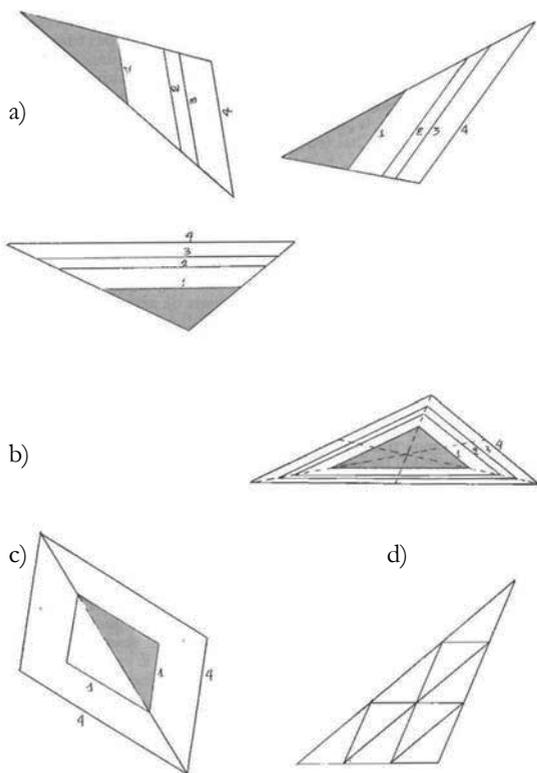


Fig. 5 a) Quattro triangoli simili sono sovrapposti facendo coincidere, ogni volta, uno dei tre angoli (il più piccolo dei triangoli è grigio). b) Gli stessi triangoli sovrapposti in un altro modo. c) Uno dei modi per costruire parallelogrammi a partire da triangoli simili. d) Il più grande dei triangoli risulta suddiviso in  $3 \times 3 = 9$  triangoli uguali (tutti simili a lui) se un lato viene suddiviso in tre segmenti uguali e se si tracciano, a partire da questa suddivisione, segmenti paralleli agli altri lati. Anche gli altri lati risulteranno automaticamente divisi in segmenti uguali.

Analogamente, una (qualunque) proporzione fra numeri interi (o razionali) potrà essere sempre rappresentata attraverso una relazione tra i lati corrispondenti per una (qualunque) “famiglia” di triangoli simili. Il valore della “costante di proporzionalità”  $K$  definisce poi di quanto due triangoli della stessa famiglia sono uno più grande dell’altro; in particolare la misura di qualunque lunghezza definita nel triangolo  $T$  sarà “corretta”, o “scalata” di un fattore  $K$  nel triangolo  $T'$  e la misura di qualunque superficie di un fattore  $K^2$ .

Se ora si “incrociano” i rapporti secondo le regole delle proporzioni, eseguendoli fra le misure dei lati all’interno di ogni triangolo e confrontandoli con i rapporti analoghi di un triangolo simile, si constata che, ovviamente, la proporzione fra numeri è sempre soddisfatta. Però la sua interpretazione geometrica cambia profondamente:

$$A : B = A' : B' = H_1 ; A : C = A' : C' = H_2 ; B : C = B' : C' = H_3$$

In questo caso, i rapporti fra le misure dei lati non dicono più nulla sul “cambiamento di scala” intercorso (infatti i triangoli  $T$  e  $T'$  sono simili, cioè indistinguibili se si guardano senza confronti esterni): invece i tre numeri  $(H_1, H_2, H_3)$  caratterizzano l’intera famiglia di triangoli simili tra loro (nessun’altra famiglia ha la stessa forma)<sup>1</sup>. In definitiva si vede che eseguendo sulla proporzione una trasformazione che non ne altera la validità dal punto di vista numerico, se ne cambia invece il significato spaziale:

<sup>1</sup> Si potrebbe dire che i tre numeri  $H$  rappresentano, con un punto in uno spazio astratto tridimensionale, le “coordinate” della forma stessa.

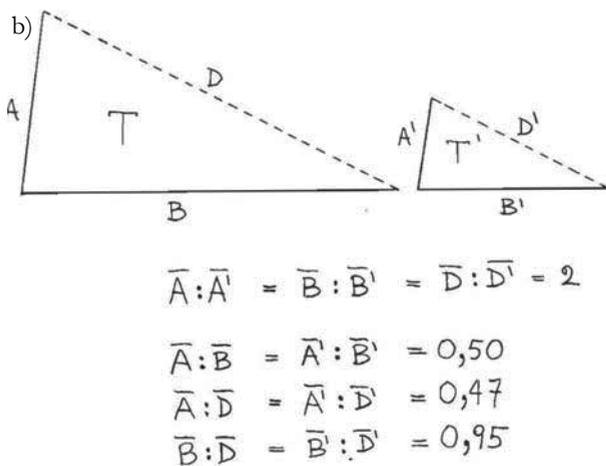
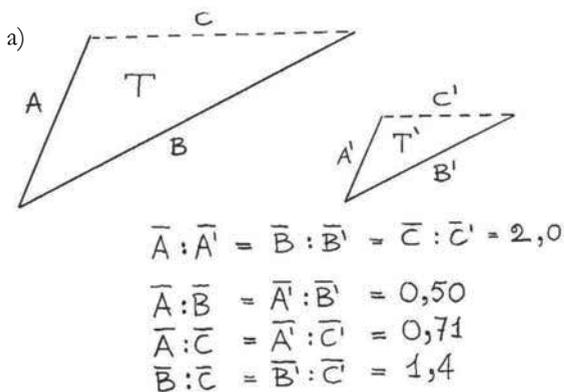


Fig. 6 Due diverse “famiglie” di triangoli simili, che hanno in comune il rapporto tra le misure di due lati ( $A$  e  $B$ ).

coordinate di un punto definiscono, al tempo stesso, la sua *distanza* dall’origine (attraverso il teorema di Pitagora) e la *pendenza* della retta che lo congiunge con l’origine (attraverso il rapporto, non omogeneo, fra le coordinate stesse).

La pendenza di una retta passante per l’origine delle coordinate, calcolata come rapporto fra le coordinate  $y$  e  $x$  di ogni suo punto, può variare da zero a infinito o da zero a meno infinito, mano a mano che l’angolo che essa fa con l’asse “orizzontale” varia da zero a 90 gradi o da zero a -90 gradi (cfr. figura 7). Notare che la pendenza vale 1, cioè il 100% -cento verso l’alto per ogni cento in orizzontale- quando l’angolo vale 45 gradi e le scale su ascissa e ordinata sono uguali. Notare ancora l’uso sistematico di parole correlate ai riferimenti percettivi fondamentali -orizzontale e verticale... pendenza...- per organizzare cognitivamente un piano cartesiano, eventualmente “astratto”, cioè anche con significati non spaziali delle variabili. Anche se tutto ciò può sembrare banale è essenziale rendersi conto dei luoghi in cui l’uso linguistico corrente, quello tecnico o disciplinare e la comprensione formale dei ragazzi entrano facilmente in conflitto. Fino ad ora, abbiamo considerato relazioni fra numeri e spazio confrontando “figure” isolate (triangoli simili, per esempio): nel momento in cui si organizza

è proprio questa la radice matematica del cambiamento di significato fisico (già notato a proposito di galleggiamento, equilibrio, riscaldamento) quando si passa da proporzioni “omogenee” fra grandezze (che legano rapporti fra lati omologhi di triangoli simili), a proporzioni “non omogenee” (che legano rapporti fra lati diversi di uno stesso triangolo).

Una seconda struttura fondamentale di relazione spaziale-numerica, in aggiunta alla similitudine-proporzionalità, è quella espressa dal “teorema di Pitagora”, che riguarda i triangoli rettangoli. Questo è il motivo che spinge a scegliere, normalmente, un sistema di coordinate cartesiane con assi fra

loro ortogonali: in questo caso, infatti (cfr. figura 7) le

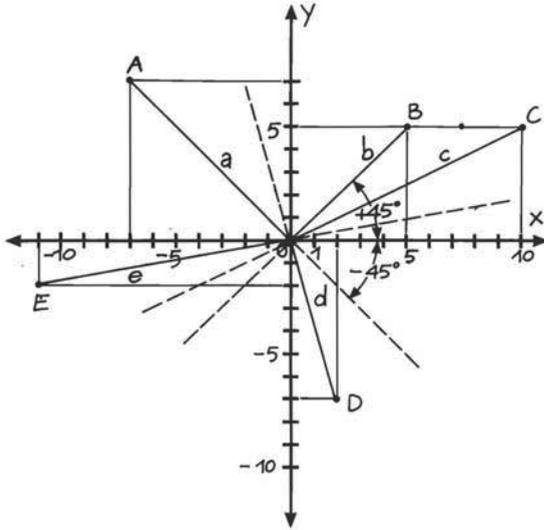


Fig. 7 Punti su un piano cartesiano con assi ortogonali e unità di misura uguali. Le distanze dall'origine dei diversi punti sono date dal teorema di Pitagora:  $OA = \sqrt{x_A^2 + y_A^2}$ ;  $OC = \sqrt{x_C^2 + y_C^2}$  etc.

La pendenza della retta (b) dal punto B è data da:

$R_B = y_B/x_B = +1,0$ ; così si trova:  
 $R_A = y_A/x_A = -1,0$ ;  $R_C = y_C/x_C = +0,18$ ;  $R_D = y_D/x_D = +3,5$  etc. Confrontare la pendenza delle varie rette con gli angoli che esse formano con direzione positiva dell'asse x:  $+45^\circ$  per (b),  $-45^\circ$  per (a) etc.

e si struttura l'intero piano euclideo secondo sistemi di coordinate diversi, le stesse deformazioni legano, coerentemente e uniformemente, tutte le possibili figure e relazioni che vi prendono forma, in quanto il cambiamento del sistema di riferimento deforma con le stesse regole ogni configurazione sul piano (cfr. figura 2).

Per esempio, se si definisce un nuovo sistema di riferimento alterando ambedue le unità di misura sugli assi di un fattore  $K$ , qualunque punto definirà con le sue coordinate triangoli simili: "scalati" di un fattore  $K$  per le lunghezze e di un fattore  $K^2$  per le superfici rispetto al sistema precedente. Allo stesso modo qualunque figura del piano avrà le misure lineari alterate di  $K$  e quelle di superficie di  $K^2$ .

Questa è la ragione di fondo per cui considerare "uno spazio a due dimensioni" non è equivalente a considerare "due spazi a una dimensione". È ben vero che possiamo sempre pensare di "tendere" i due spaghetti -con nodi equispaziati- che rappresentano gli spazi unidimensionali e considerarli come due assi rigidi; possiamo anche disporli su un piano con le origini coincidenti e un angolo relativo di  $90^\circ$ : è ben vero che così, comunque, ogni coppia di punti su due assi (due coordinate) corrisponde ad un punto (due coordinate) su un piano. Ma quello che la struttura del piano rigido sostanzialmente aggiunge al significato dei due fili flessibili è proprio la coerenza della totalità dello spazio bidimensionale: è la totalità infinita delle figure che esso potenzialmente comprende che, dalla organizzazione dello spazio secondo il sistema di coordinate, risulta solidamente -rigidamente, strutturalmente- organizzata (e se il supporto bidimensionale alle due coordinate non fosse piano, ma per esempio sferico tutto cambierebbe...) <sup>2</sup>.

<sup>2</sup> Riteniamo indispensabile che sia pure in termini intuitivi, di spaghetti e piani rigidi o attraverso altre analogie, questi problemi siano capiti e padroneggiati dai ragazzi al termine della scuola dell'obbligo: attraverso di essi passa, infatti, la possibilità stessa di capire il senso di una conoscenza scientifica basata sulle relazioni tra variabili. Imparare a vedere il piano come una infinità potenziale di figure reciprocamente connesse aiuta a immaginare la totalità delle "funzioni" che possono legare due variabili.

## 9.9. Lo spazio astratto

### a) Il galleggiamento

Proviamo a rappresentare su uno spazio astratto i dati ricavati da una esperienza di galleggiamento: i pesi di piccoli oggetti, tutti più leggeri di un kg, misurati con una bilancia da cucina e i loro volumi misurati con il metodo dello spostamento dell'acqua in un provettone graduato. Cominciamo dunque a costruire un "piano cartesiano", sui cui assi riportiamo pesi (misurati per esempio in grammi) e volumi (misurati per esempio in  $\text{cm}^3$ ), con unità di rappresentazioni adatte ad organizzare l'insieme dei dati che abbiamo a disposizione. Si tratterà propriamente, in questo caso, di organizzare "un quarto" del piano: infatti le due variabili da rappresentare, ambedue estensive, hanno chiaramente senso solo per valori positivi (cfr. fig. 8).

Ogni punto del piano rappresenta una situazione descritta da un peso e da un volume: rappresenta perciò schematicamente un oggetto, definito e identificato soltanto in base al suo peso e al suo volume (in realtà, quindi, uno stesso punto può rappresentare infiniti oggetti). Nel caso che si abbia a che fare con un materiale fluido e continuo, come l'acqua o la sabbia, un punto rappresenta una determinata quantità di materiale. Per esempio nella figura 8 il punto *A* rappresenta un bicchier d'acqua (senza il bicchiere!), il punto *B* un bullone con dado, il punto *C* un paio di pinze, il punto *D* un cubo di legno, il punto *E* un recipiente, vuoto e col coperchio chiuso.

Ogni linea del piano rappresenta un insieme di situazioni, legate fra loro da un criterio rappresentato dalla linea stessa. Per esempio, tutti i punti del segmento che congiunge *B* con *C* -anzi, tutti i punti della retta che passa per *B* e *C* e per l'origine- rappresentano oggetti di ferro, tutti i possibili oggetti di ferro del mondo. Infatti i due triangoli rettangoli individuati da *B* e da *C* (e quelli individuati da ciascuno dei punti della retta) sono simili tra loro (cfr. figura 8) e la proporzione omogenea dice che:

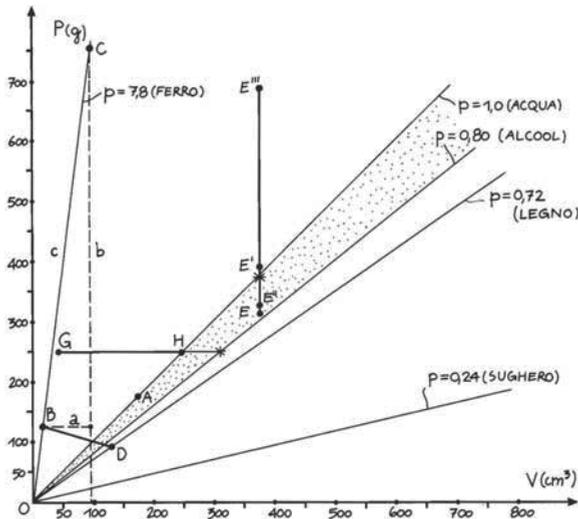


Fig. 8 Piano astratto (Peso g, (Volume  $\text{cm}^3$ )). Sono rappresentate le rette corrispondenti ad alcuni materiali con pendenza definita dal peso specifico. Per particolari cfr. testo.

$$P_B : P_C = V_B : V_C$$

come sappiamo che deve essere per gli oggetti dello stesso materiale (cfr. Capitolo 4), per cui peso e volume cambiano in proporzione; mentre la proporzione non omogenea dice che:

$$P_B : V_B = P_C : V_C = \dots = 7,8 \text{ grammi/cm}^3$$

permettendoci di trovare il peso specifico del ferro, individuato dalla pendenza della «retta di tutti i ferri». Analogamente, congiungendo  $A$  con l'origine  $O$  avremo la retta  $OA$ , che rappresenta tutte le possibili quantità d'acqua e attraverso  $OD$  quella che caratterizza un certo tipo di legno. In definitiva, tutte le rette che passano per l'origine rappresentano, ciascuna, tutti i possibili oggetti per ciascuno degli infiniti materiali possibili: per ogni materiale, la pendenza della retta ne rappresenta il peso specifico. (Queste rette devono tutte passare per l'origine: per qualunque sostanza, a peso zero corrisponde volume zero). Perciò le rette che rappresentano diversi materiali risultano reciprocamente ordinate, in senso antiorario: per sapere se un materiale galleggia su un altro (se ha peso specifico minore) basta controllare se la sua retta ha pendenza minore; tutti gli oggetti che vanno a fondo nell'alcool e galleggiano sull'acqua (come il nostro recipiente  $E$ ) sono rappresentati da punti compresi nella zona tratteggiata in figura 8 e così via.

Congiungendo  $B$  con  $D$ , si ottiene invece un segmento la cui interpretazione non è affatto ovvia: non è ovvio, cioè, il criterio con cui possono essere considerati in relazione fra loro degli oggetti rappresentati da punti allineati fra  $B$  e  $D$ ; ci sembra, per adesso, che un segmento di questo tipo “non abbia significato”, anche se dal punto di vista della rappresentazione spaziale è un segmento proprio come qualunque altro. Torniamo, ora, al recipiente vuoto ( $E$ ) e supponiamo di riempirlo, gradualmente, di sabbia. chiudendo bene il coperchio dopo ogni aggiunta, (“vuoto” per noi vuol dire “pieno d'aria” e abbiamo deciso di considerare l'aria come “praticamente non pesante”, nell'ambito di questo discorso). I punti rappresentativi delle diverse situazioni si disporranno *con continuità* ad indicare che il volume complessivo resta costante e il peso aumenta di poco quanto si vuole: il riempirsi del recipiente sarà descritto da un segmento “verticale” (cioè parallelo all'asse dei pesi) che si prolungherà fino al punto  $E'$  che corrisponde al recipiente pieno di sabbia. (Se lo avessimo riempito di farina, saremmo arrivati solo fino a un punto  $E''$ ; se lo avessimo riempito di mercurio, saremmo arrivati fino a  $E'''$  e così via). Il punto in cui il segmento  $EE'$  interseca la “retta dell'acqua” individua allora la situazione in cui il recipiente affonda (quasi pieno di farina... con poca sabbia... quasi vuoto di mercurio...: prima del punto di intersezione, la situazione complessiva del barattolo è sempre di galleggiamento).

Sapremmo dare significato a un segmento orizzontale? Certamente sì: per esempio ricordando l'esperienza del palloncino sgonfio immerso nell'acqua e appesantito con dei bulloni, che viene gradualmente gonfiato con una cannuccia (cfr. Capitolo 4 - e ancora «il fiato non pesa!»). Allora il punto  $G$  potrebbe rappresentare la nuova situazione iniziale (senz'aria, il peso specifico di palloncino e bulloni è di poco inferiore a quello del ferro e il volume totale è molto piccolo); il punto  $H$  una situazione corrispondente al minimo peso specifico complessivo per cui palloncino gonfio e dadi

restano a fondo. Di nuovo, come nel caso del recipiente, il segmento  $GH$  può rappresentare alternativamente la *trasformazione* graduale del volume di una situazione a peso costante o una *famiglia di situazioni*, legate (ora) tra loro dal fatto di avere lo stesso peso (invece che lo stesso volume, come nel caso del recipiente); di nuovo, l'intersezione di questa retta con quella del "materiale acqua" corrisponde alla condizione di galleggiamento sull'acqua, come l'intersezione con quella del materiale alcool corrisponde alla condizione di galleggiamento sull'alcool. In maniera analoga, potremmo interpretare ciascuna delle "rette dei materiali", oltre che come "insieme di tutti gli oggetti di quel materiale", come descrizione di una trasformazione in cui la qualità del materiale è costante e la quantità è variabile: in cui cioè volume e peso aumentano in proporzione.

L'interpretazione secondo una semantica definita, per esempio quella peso-volume, delle strutture geometriche del piano astratto può dare spunto a una infinità di problemi e sviluppare strategie cognitive fondamentali.

Per esempio, il "problema di Archimede" (sarà di oro puro la corona del Re?) si risolve misurando peso e volume di un oggetto sicuramente d'oro e confrontando il peso specifico di questo con quello ricavato determinando peso e volume dell'oggetto che forse è d'oro: ma è anche dopo aver capito perché tutti gli oggetti di uno stesso materiale si allineano sul piano che ci si convince a fondo, e stabilmente, del significato del "peso specifico".

Per esempio: con ragazzi di scuola media è capitato di discutere animatamente su di un problema "astratto": nel piano cartesiano delle variabili  $V$  e  $P$ , il teorema di Pitagora («vale o non vale?») È chiaro che una volta definito un piano come un supporto spaziale concreto per la rappresentazione, su *quel supporto* e con *unità spaziali omogenee* (per esempio, i quadretti, nella figura 8) il teorema di Pitagora certamente "vale": la distanza fra B e C è di sicuro rappresentata da:  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$  (cfr. figura 8).

D'altra parte, se traduciamo il teorema di Pitagora in termini di variabile-peso e variabile-volume, siamo condotti a calcolare un numero (l'operazione aritmetica è ovviamente sempre possibile) a cui non sappiamo attribuire un significato fisico:

$$W = \sqrt{(P_c - P_b)^2 + (V_c - V_b)^2}$$

«E che roba è?», si chiedono i ragazzi.

«Non è né peso, né volume...»: «certo, non ha senso mettere insieme pesi quadrati e volumi quadrati...»; «se è quasi in verticale è quasi un peso... se è quasi orizzontale è quasi un volume...».

Non ha senso, infatti. E di nuovo si è di fronte al problema, generale e profondo, che nell'uso degli spazi astratti solo una parte delle regole grammaticali e sintattiche proprie delle operazioni nello spazio geometrico hanno una traduzione semanticamente plausibile (le regole delle proporzioni sì...: il teorema di Pitagora no... a meno di non considerare il numero-distanza sul piano  $(P, V)$  come qualitativamente indicativo di maggiore o minore differenza tra situazioni). E anche se è sempre possibile fare operazioni con dei numeri, solo nelle moltiplicazioni e divisioni ha senso mescolare numeri che hanno *nomi* diversi, che rappresentano variabili diverse, e definire così nuove variabili: il teorema di Pitagora vale perciò solo in uno spazio geometrico o in uno spazio omogeneo, in cui i nomi delle variabili siano gli stessi nelle due dimensioni (per esempio lunghezze) e siano gli stessi quindi anche i loro nomi-quadrati (per esempio lunghezze al quadrato).

b) *Peso, volume e peso specifico*

Abbiamo visto, discutendo il galleggiamento, che il peso specifico  $\rho_s$  è, a sua volta, una variabile: rappresentata, sul piano  $(P, V)$ , dalla pendenza delle “rette di materiale”. Ovviamente è possibile guardare ai fatti dal punto di vista di uno spazio astratto costruito a partire da una differente scelta di variabili: per esempio,  $\rho_s$  e  $V$ . Cosa succede?

Ancora, un punto rappresenta un oggetto di un certo materiale, con un certo volume (cfr. figura 9). Ancora, una linea “verticale” (parallela all’asse  $\rho_s$ ) rappresenta oggetti che hanno tutti volume uguale. Ora però una linea “orizzontale” (parallela all’asse  $V$ ) rappresenta oggetti dello stesso materiale e la striscia di piano tratteggiata, compresa fra le rette dell’alcool e dell’acqua, corrisponde a tutti gli oggetti che galleggiano sull’acqua e affondano in alcool: quelli cioè che nel piano astratto  $(P, V)$  erano rappresentati da un settore.

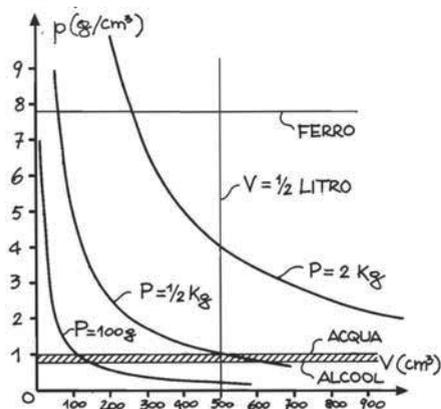


Fig. 9 Piano (peso specifico, Volume). Sono disegnate le linee che rappresentano i materiali: alcool, acqua, ferro; gli oggetti che hanno volume 1/2 litro; gli oggetti che hanno peso 100 g, 1/2 kg, 2 kg.

Come saranno disposti, ora, tutti gli oggetti che, con volume e peso specifico qualunque, hanno lo stesso peso? Evidentemente in modo che il prodotto  $\rho_s \times V$  resti costante, uguale al valore del peso scelto. D’altra parte, interpretata dal punto di vista dello spazio geometrico la condizione  $\rho_s \times V = \text{costante}$  individua, tramite il valore del prodotto, tutti i rettangoli che, al variare dei loro lati  $\rho_s$  e  $V$ , hanno una stessa area. Nella figura 9 abbiamo tracciato tre linee: ognuna di esse rappresenta, approssimativamente, tutti i punti relativi a oggetti con uno stesso valore di peso costante e con volume e peso specifico qualunque. Queste linee sono iperboli e si “avvicinano” sempre più agli assi mano a mano che il peso o il peso specifico diminuisce.

Come mai nello spazio  $(P, V)$  non avevamo trovato niente di simile? Di nuovo, per motivi di semantica: è sempre possibile infatti calcolare il prodotto  $P \times V$  per ogni oggetto e allineare tutti gli oggetti con  $P \times V = \text{costante}$  lungo una linea che avrebbe la forma di iperbole sul piano  $(P, V)$ . Ma non conosciamo nessuna specifica proprietà fisica che tali oggetti abbiano in comune; non esiste, in altre parole, alcun *significato fisico* per una variabile complessa  $P \times V$ , qualunque sia la forma che le linee  $P \times V = \text{costante}$  prendono nei diversi spazi rappresentativi. Analogamente non esiste significato fisico per la variabile  $\rho_s : V$  e quindi non ha senso considerare rette passanti per l’origine nello spazio astratto  $(\rho_s, V)$  etc.

Può essere interessante utilizzare con i ragazzi, alternativamente, ciascuno degli spazi astratti  $(P, V)$ ,  $(p_s, V)$  e  $(p_s, P)$ . Le rappresentazioni che si ottengono sono equivalenti dal punto di vista formale, mentre si accordano in maniera molto differente con l'“intuizione” che comunemente si ha sui fenomeni di galleggiamento. Si direbbe che lo spazio  $(P, V)$  sia il più “naturale”, in realtà ciascuno dei tre spazi può essere più comodo per un determinato scopo, cioè per mettere in evidenza relazioni di un certo tipo dando loro una forma semplice e coerente. Per sempio lo spazio  $(p_s, P)$  in cui le rette che passano per l'origine rappresentano oggetti e situazioni a volume costante, può convenire per individuare rapidamente le relazioni reciproche fra oggetti di determinati materiali con differenti pesi specifici non per metterne in evidenza i corrispondenti volumi.

Non è facile muoversi con scioltezza fra l'uno e l'altro di questi spazi neanche per un adulto, sarebbe però importante capire che si può fare e cosa significa farlo, data anche la grande generalità della situazione formale che così si impara a controllare. Abbiamo, per esempio, già accennato al fatto che l'intreccio cognitivo fondamentale tra spazio, tempo e velocità si può organizzare gradualmente in maniera formalmente “isomorfa” a quello fra peso, volume e peso specifico. Nel caso spazio-temporale  $v = s : t$  definisce una velocità media, ma anche  $p_s = P : V$  definisce un peso specifico medio e alle complicazioni della “velocità istante per istante” corrispondono quelle -ancora maggiori- del “peso specifico punto per punto”.

### c) *L'equilibrio*

Anche le regole per l'equilibrio della tavoletta possono essere facilmente rappresentate su un piano astratto  $(P, D)$ . In questo caso la variabile complessa significativa è il momento  $M = P \times D$ , su ciascun braccio: così tutte le situazioni con peso  $\times$  distanza = costante su un braccio  $A$ , che corrispondono ad equilibri con una situazione definita sul braccio  $B$ , sono descritte dall'iperbole  $P_A \times D_A = M_B$  (cfr. figura 10a). Se si fa variare con continuità il valore di  $M$  sul braccio  $B$ , per ogni valore di  $M$  esiste sul braccio  $A$  una famiglia di situazioni descritte da una stessa iperbole e la totalità di queste iperboli “copre” con continuità il piano  $(P, D)$  al variare di  $M$ .

A non tutti i punti dell'iperbole si possono far corrispondere sperimentalmente situazioni di equilibrio. Ci sarà sempre una distanza massima  $D^*$  che corrisponde alle dimensioni del braccio della tavoletta e eventualmente un peso massimo utilizzabile  $P^*$ . Se poi i pesi sono discreti, multipli interi di un peso minimo, solo certe distanze saranno possibili per l'equilibrio (cfr. figura 10b); se le distanze sono discrete, solo certi pesi saranno possibili (cfr. figura 10c); se pesi e distanze sono entrambi discreti, e il valore di  $M$  è definito da una situazione scelta a caso sul braccio  $B$ , solo in situazioni molto particolari sarà possibile ottenere un equilibrio lavorando sul braccio  $A$ . (È importante poter vedere anche la trascrizione formale delle configurazioni che sono sperimentalmente irrealizzabili).

Se su entrambi i bracci della tavoletta ci sono situazioni ottenute con la stessa discretizzazione di pesi e distanze, si possono ottenere su  $B$  solo certi valori di  $M$ , che possono essere riprodotti -se non altro per simmetria- sul braccio su cui si lavora. In

figura 10d sono riportate per esempio le situazioni per  $M = 36$  e  $M = 7$ , in unità arbitrarie di peso e distanza discreti.

Anche per le rappresentazioni formali degli equilibri sulla tavoletta è possibile utilizzare spazi astratti diversi:  $(P, M)$  o  $(D, M)$ , oltre che  $(P, D)$  e valgono considerazioni analoghe a quelle accennate per gli spazi  $(P, V, p)$ . D'altra parte, è possibile anche rappresentare su un piano astratto quello che succede scegliendo di variare *due qualunque delle quattro variabili* ( $P_A, D_A, P_B, D_B$ ) che determinano l'equilibrio complessivo, mantenendo costante, secondo i casi, il prodotto o il rapporto delle altre due.

Oltre a:

$$P_A \times D_A = \text{costante} = M_B (= P_B \times D_B)$$

si può cioè rappresentare

$$P_A : D_B = \text{costante} (= P_B : D_A)$$

$$P_A : P_B = \text{costante} (= D_B : D_A)$$

mentre sarebbe troppo complicato, o impossibile, rappresentare gli equilibri in spazi astratti a tre o quattro, dimensioni: cioè le relazioni che si ottengono facendo variare liberamente tre o quattro variabili.

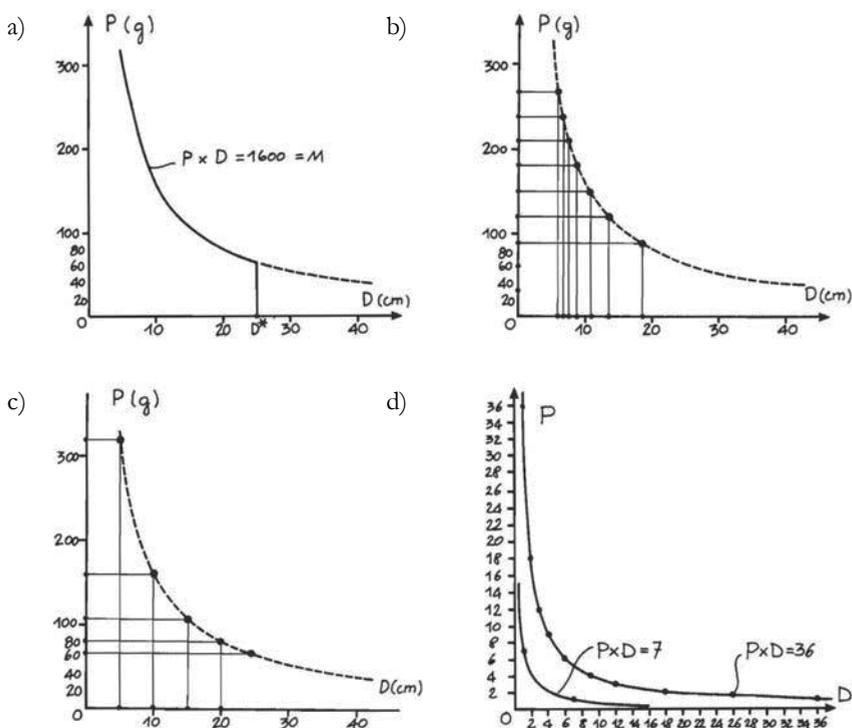


Fig. 10 a) Pesi e distanze su un braccio di tavoletta per un equilibrio caratterizzato da  $M = 1600$  g x cm. La distanza  $D^*$  corrisponde alla lunghezza di metà tavoletta. b) Stessa situazione, con pesi da 30 g ciascuno e variazione continua della distanza. c) Stessa situazione con distanze discretizzate ad intervalli di 5 cm. d) Situazione di equilibrio corrispondenti a  $M = 36$  e a  $M = 7$  in unità discrete (arbitrarie) di peso e distanza.

## 9.10. Se c'è di mezzo il tempo

Gli spazi astratti intuitivamente più semplici, i primi ad essere presentati a scuola, sono probabilmente quelli in cui una delle due variabili è il tempo: quelli che mostrano, cioè, *come qualcosa cambia in funzione del tempo che passa*.

Se si muove più o meno rapidamente la mano verso l'alto quando "qualcosa" cresce più o meno rapidamente, verso il basso quando diminuisce; se la si tiene ferma quando niente cambia... si costruisce, in maniera analogicamente naturale, il "grafico" qualitativo di "qualcosa che sta cambiando": il volume di un suono, la frequenza di un ritmo, la fame che si sente durante le ore del giorno, la lunghezza di un'ombra da mattina a sera. Si può avere una rappresentazione grafica del cambiamento se in corrispondenza al crescere e al diminuire di qualcosa si alza e si abbassa la mano facendo scorrere un pennarello su una lavagna, ottenendo una linea verticale più o meno spessa. Se, mentre disegnate qualcuno fa scorrere uniformemente un foglio sotto la punta del pennarello... o se noi stessi disegniamo il cambiamento spostandoci gradualmente anche lungo una direzione orizzontale, otteniamo una traccia diversa correlata al cambiamento che stiamo rappresentando e al suo andamento nel tempo. Le analogie spaziali adatte a rappresentare il cambiamento possono essere infinite: per esempio ci si può spostare a passi regolari in una certa direzione per il crescere, in direzione opposta per il diminuire...: le impronte dei passi corrispondono nello spazio a quello che è successo nel tempo. Se ogni mattina si stacca un pezzo di stella filante lungo come l'altezza di una piantina di lenticchie e si attaccano su un foglio tutti i pezzi, l'uno dopo l'altro, in verticale, a partire da una base comune, a intervalli regolari, la linea che congiunge gli estremi superiori dei pezzi di stella filante rappresenta il grafico della crescita della pianta di lenticchie in funzione del tempo.

Su un piano  $(m, t)$  -(variabile, tempo)- ogni *punto* rappresenta il più semplice, schematico, *evento* che si possa immaginare: il fatto che, ad un dato istante, la variabile individuata in un dato sistema ha un certo valore. (Per esempio, punti sul piano  $(T, t)$  possono rappresentare schematicamente tutte le situazioni in cui si trova la pentola mentre si scalda o mentre bolle. (Cfr. le figure del Capitolo 8). Ogni tratto di linea rappresenta allora una *sequenza di eventi* -una *trasformazione*- in cui la variabile scelta passa con continuità da un valore a un altro: impiegando un intervallo di tempo per variare di un po', impiegando un tempo piccolissimo per variare di pochissimo.

Parliamo di trasformazioni a cominciare da segmenti di rette "orizzontali" (cioè parallele all'asse del tempo) che rappresentano quei particolari tipi di trasformazioni in cui la variabile non cambia, cioè *resta costante mentre il tempo passa*. (Il tempo, si sa, "passa" in continuazione, in modo uniforme, e non torna mai indietro: ma come è complicato imparare a rappresentare i fatti rendendosi conto dei significati!). Proseguiamo con i segmenti di rette "verticali" (cioè paralleli all'asse della variabile) che rappresentano quelle trasformazioni che avvengono "praticamente di colpo", istantaneamente (ma sarà mai possibile che qualcosa cambi in tempo zero? Ma sarà mai possibile che qualcosa resti nel tempo perfettamente costante?).

Consideriamo ora una qualunque trasformazione, in generale rappresentata da una linea (per esempio la linea  $L$  nella figura 11a), che collega un valore iniziale della variabile a uno finale attraverso una infinità di valori intermedi: a parità di situazioni

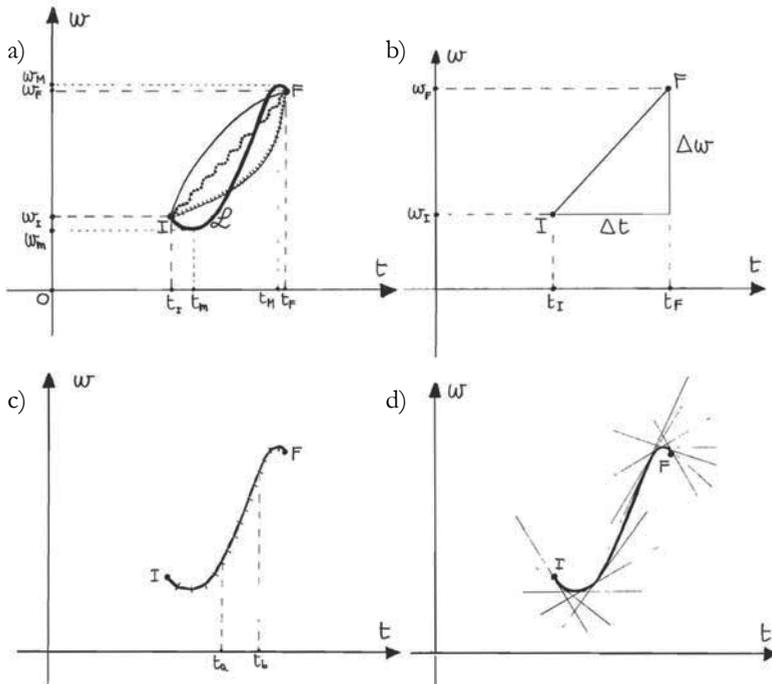


Fig. 11 a) Trasformazione  $L$  che collega i valori iniziale e finale della variabile  $w$  (linea scura) e trasformazioni alternative. Sono messi in evidenza i valori di massimo e di minimo di  $w$  durante la trasformazione  $L$  e i relativi tempi (cfr. testo). b) Trasformazione che collega gli stessi valori iniziale e finale di  $w$  con *rapidità di variazione costante* (la trasformazione è perciò rappresentata da un segmento di retta (cfr. testo). c) Suddivisione di  $L$  in piccoli tratti approssimativamente rettilinei; fra  $t_a$  e  $t_b$   $L$  stessa è ben approssimabile a un segmento di retta (cfr. testo). d)  $L$  può essere “localmente” rappresentata dalla sua tangente: le tangenti di  $L$  la “involuppano” (cfr. testo).

iniziale e finale (i punti  $I$  e  $F$  nella figura 11a) ci possono essere infinite trasformazioni, di *forme* diverse, che comunque collegano il valore  $w_I$  (rilevato all’istante  $t_I$ ) al valore  $w_F$  (rilevato all’istante  $t_F$ ).

Ora, se si sceglie un modo di guardare “integrale” non si è interessati alle modalità della trasformazione, ma solo al suo risultato: c’è stato un *cambiamento complessivo della variabile*  $\Delta w = w_F - w_I$  (che può essere positivo o negativo, a seconda che  $w$  è aumentata o diminuita), in un *intervallo totale di tempo*  $\Delta t = t_F - t_I$  (sempre positivo). Da questo punto di vista possiamo, anche intuitivamente, definire come *rapidità integrale del cambiamento*, o *rapidità media*, il rapporto  $R_{IF} = \Delta w / \Delta t$ . Si trova così un numero tanto più grande quanto maggiore è stato il cambiamento e tanto più grande quanto minore è stato il tempo in cui questo si è verificato. Se guardiamo nella figura 11b, vediamo che la “rapidità integrale” corrisponde alla pendenza della retta che congiunge  $I$  con  $F$ : questa retta può anche essere una retta immaginaria, cioè non rappresentare la vera trasformazione della variabile; rappresenta però la trasformazione che porterebbe da  $I$  ad  $F$  con “rapidità di cambiamento costante”.

Con questo, siamo già passati al punto di vista “differenziale”: *intorno* ad ogni punto rappresentativo di una trasformazione (cfr. figura 11c) è possibile calcolare la rapidità di variazione, in corrispondenza ad un “piccolissimo” cambiamento di  $t$  e di  $w$  (in pratica *approssimando* la linea ad una spezzata; o, più esattamente ma laboriosamente, calcolando la pendenza della tangente alla curva, punto per punto). La *rapidità differenziale di variazione*, allora, è una *nuova variabile*, che potremo chiamare  $R$ , definita a sua volta per ogni valore del tempo e che a sua volta può essere rappresentata, in uno spazio  $(R, t)$  come “funzione del tempo”. Essa può essere positiva o negativa, fino a infinito, per variazioni molto brusche; quasi zero per variazioni molto lente mentre se la trasformazione è rappresentata da una retta,  $R$  coincide con la “rapidità integrale”. La variabile  $R$  corrisponde dunque, intuitivamente e percettivamente, alla “ripidità locale” della curva  $L$  interpretata geometricamente e non è altro che la *velocità istantanea* della trasformazione. In particolare  $R$  può rappresentare una situazione di movimento lungo una linea se la variabile  $w$  rappresenta la coordinata di posizione nello spazio (*non* lo spazio percorso complessivamente dall’inizio del movimento).

I cambiamenti di ripidità geometrica di una curva sono anche percettivamente significativi: guardando  $L$  è facile accorgersi che prima la ripidità ( $R$ ) è *negativa* (la variabile diminuisce), in un punto è *zero* (intorno a  $t_m$  la variabile non cambia, ha un *minimo* di valore  $w_m$ ), poi è *positiva* e cresce, poi resta praticamente costante per un tratto (fra  $t_a$  e  $t_b$   $L$  è quasi una retta), poi diminuisce, poi è di nuovo *zero* (intorno a  $t_M$  la variabile non cambia, ha un *massimo* di valore  $w_M$ ), poi diventa di nuovo negativa fino a  $F$ . Però i *valori* di  $R = \Delta w / \Delta t$  non corrispondono a quelli ricavabili (come rapporto fra lunghezze) dalla rappresentazione grafica; per lo specifico significato di questa variabile essi devono essere calcolati a partire dai valori di  $w$  e  $t$ , tenendo cioè conto delle rispettive “scale” di rappresentazione.

Per rendersi conto di questo tipo di problemi può essere utile ripercorrere criticamente i passaggi che legano i grafici tempo-temperatura e tempo-volume del Capitolo 7 alla determinazione dei relativi parametri e relazioni in forma numerica.

Se torniamo ora ad analizzare uno qualunque dei grafici di ebollizione della pentola (cfr. Capitolo 7) e le discussioni che ne sono state fatte, ci possiamo rendere conto che la variabile *rapidità differenziale di variazione* (in questo caso, per esempio,  $R$  cioè la rapidità di variazione della temperatura o  $k$  cioè la rapidità di rotazione del contatore dell’Enel) è di fondamentale importanza in tutte le situazioni di cambiamento. In particolare, se la *rapidità di variazione di  $w$  è costante* (cioè se i cambiamenti della variabile sono proporzionali agli intervalli di tempo, cioè se il tratto di curva rappresentativa di  $w$  in funzione del tempo è rettilineo) si è in presenza di una situazione di *cambiamento stazionario* di  $w$ , a cui possiamo eventualmente far corrispondere una situazione di equilibrio stazionario.

Nella figura 12 abbiamo riportato, in funzione del tempo, le due variabili  $T$  (temperatura della pentola) e  $V$  (volume dell’acqua nella pentola) in due prove con diversi valori di  $F$  (flusso di combustibile o intensità del fuoco, per mettere in evidenza gli equilibri stazionari rispettivamente quando  $V$  è costante (riscaldamento lineare) e quando  $T$  è costante (ebollizione).

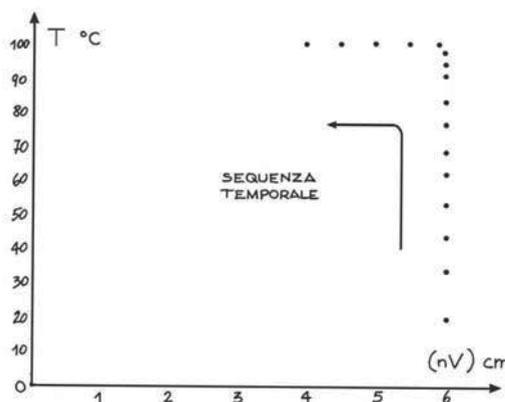


Fig. 12 Su un piano (Volume, Temperatura) le trasformazioni di riscaldamento e di ebollizione sono rappresentate da rette parallele agli assi.

### 9.11. Intrecci fra variabili

Discutendo un generico spazio astratto di due variabili, per esempio  $P$  e  $V$ , abbiamo notato che alcune linee possono essere interpretate come *trasformazioni*: per esempio, un segmento  $AB$  di retta che non passa per l'origine ed ha pendenza 7,8 può rappresentare una aggiunta progressiva di materiale-ferro ad un sistema ( $A$ ) originariamente costituito da materiale-sughero (cfr. figura 13a). Che si tratti di una trasformazione è evidente: lo “stato” complessivo del sistema cambia, ma, d'altra parte, il *tempo non compare esplicitamente* nello spazio astratto considerato.

L'informazione che ci dà il segmento  $AB$  sul piano  $(P, V)$  è che nel passare da  $A$  a  $B$  è stato, complessivamente, aggiunto sempre e solo ferro: però il cambiamento potrebbe essere avvenuto rapidamente o lentamente, gradualmente o a salti, aggiungendo uniformemente o aggiungendo e togliendo alternativamente. Nulla di quello che appare rappresentato dal segmento  $AB$  sul piano  $(P, V)$  ce lo può indicare. D'altra parte, volendo esplicitare l'informazione relativa al cambiamento temporale delle due variabili, occorrerebbero due grafici, in un piano  $(V, t)$  e in un piano  $(P, t)$ : allora, qualunque fosse la *forma temporale* della trasformazione tra  $A$  e  $B$ , i due grafici dovrebbero avere andamenti sempre rigorosamente proporzionali, cioè rappresentati da figure con la stessa forma (a parte le unità di misura e di rappresentazione, cfr. figura 13c).

Queste osservazioni, appena accennate, potrebbero essere l'inizio di una nuova e più approfondita riflessione sui significati e sui limiti di una strategia di guardare, rappresentare e formalizzare basata sulle variabili e sulle loro relazioni: nella realtà, infatti, molte variabili variano sempre contemporaneamente e in maniera correlata. Con rappresentazioni in spazi a due dimensioni possiamo mettere in evidenza le forme di relazione tra due variabili alla volta: *sia* una descrizione che mostra come ognuna di esse varia rispetto ad una di riferimento (per esempio rispetto al tempo), *sia* una descrizione che mostra tutti i loro cambiamenti reciproci (quindi escludendo il tempo) sono largamente inadeguate a dare un'idea completa di quello che di fatto succede. (Anche se si guardano una mezza dozzina di grafici che mostrano l'andamento temporale di *diverse* variabili coinvolte nello *stesso* fenomeno, è ben difficile, senza una lunga esperienza, riuscire ad immaginare l'andamento del fenomeno stesso nella sua complessità).

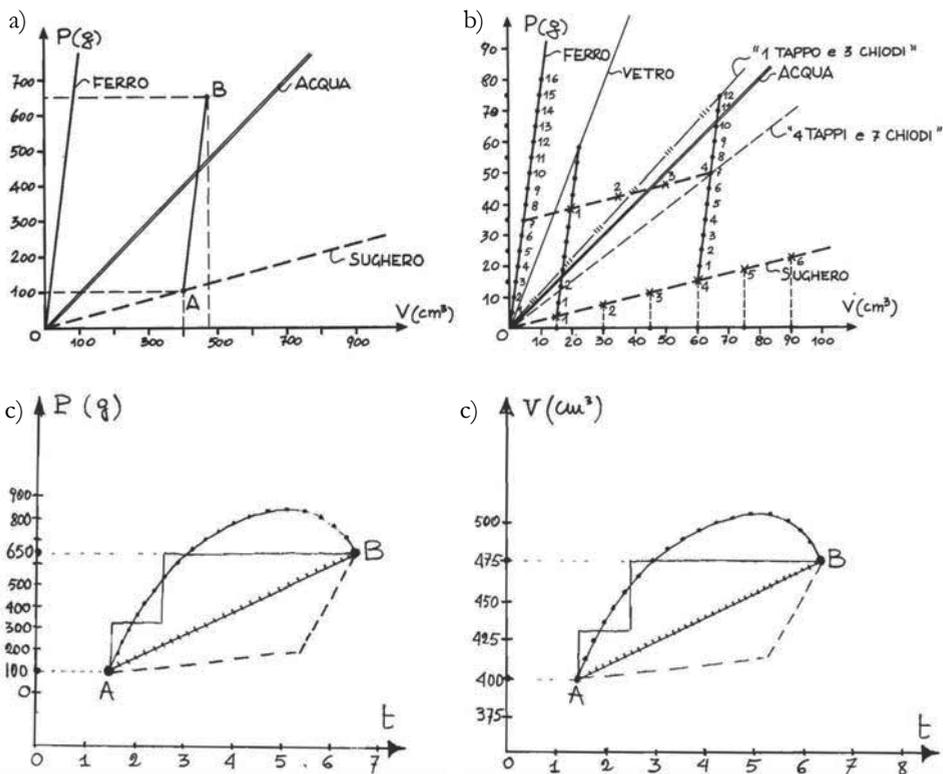


Fig 13 a) Ad una certa quantità di sughero ( $100 \text{ g}$ ,  $400 \text{ cm}^3$ , punto  $A$ ) viene aggiunta una certa quantità di ferro ( $500 \text{ g}$ ): l'oggetto che ne risulta (punto  $B$ ) va a fondo in acqua (notare che il segmento  $AB$  è parallelo alla "linea del ferro" e rappresenta il fatto che l'aggiunta è costituita da un materiale con un rapporto peso/volume, rappresentato dalla pendenza del segmento  $AB$ , uguale a quello del ferro).

b) Sulle linee dei materiali ferro e sughero sono rappresentati i punti che corrispondono a due materiali discretizzati: tappi da  $15 \text{ cm}^3$  ciascuno, chiodi da  $5 \text{ g}$  ciascuno. Seguendo sulla figura le relative trasformazioni si vede che:

- 1 tappo e 2 chiodi galleggiano, 1 tappo e 3 chiodi affondano;
- 4 tappi e 10 chiodi galleggiano, 4 tappi e 11 chiodi affondano;
- un "materiale equivalente" fatto di "1 tappo ogni 3 chiodi" affonda;
- 7 chiodi con 2 tappi vanno a fondo, con 3 tappi galleggiano;
- un "materiale equivalente" fatto di "1 tappo ogni 7 chiodi" si comporta come il vetro;
- seguendo la linea del sughero fino a 4 tappi e aggiungendo 7 chiodi si costruisce un oggetto che affonda, ovviamente lo stesso che si costruisce seguendo la linea del ferro fino a 7 chiodi e aggiungendo 4 tappi: questo è il più piccolo oggetto che si possa fare con un "materiale 4 tappi ogni 7 chiodi".

c) Cambiamenti di peso e volume corrispondenti al tratto  $AB$  in a) possono avvenire con diversi andamenti temporali, che però corrispondono sempre a forme simili sui piani  $(P, t)$  e  $(V, t)$ .

È possibile, e culturalmente assai importante, utilizzare l'analisi geometrica e algebrica delle più semplici relazioni tra variabili, nei più semplici spazi astratti, per accorgersi (per imparare) gradualmente che in questo modo diversi aspetti di realtà possono essere ri-costruiti parzialmente e reciprocamente integrati in interpretazioni complessive, per dar luogo a rappresentazioni schematiche sempre più soddisfacenti. Perché ciò possa avvenire è necessario sviluppare e guidare alla reciproca coerenza una molteplicità di strategie cognitive: dalla capacità, di "lettura percettiva" delle varie rappresentazioni nelle loro forme particolari e d'insieme, alla padronanza delle loro diverse semantiche; dalla varietà di esperienze "tradotte" in rappresentazione numerica o grafica o "guidate" dalla rappresentazione, alla capacità di associare stabilmente regolarità di forme rappresentative a regolarità di comportamenti (alle "regole" del mondo). Il progressivo controllo del formalismo e l'arricchimento dei significati che alla rappresentazione nello spazio astratto si fanno associare (aspetti di stato/trasformazioni, di dipendenza / correlazione, di cambiamento differenziale/integrale e così via), portano però anche alla consapevolezza che, per quanto elaborata e sofisticata, "una strategia" per variabili non è mai sufficiente, da sola, a ricostruire significativamente i fatti; sempre si trova necessariamente intrecciata ad altre strategie (per classi, per sistemi, per causalità...), a loro volta adatte a specifiche procedure di formalizzazione e rappresentazione.

Il più importante messaggio cognitivo, e culturale, che può emergere attraverso le difficoltà, le ambiguità e i limiti dei processi di formalizzazione è forse quello che capire si può, ma sempre in parte e un po' per volta; con soddisfazione, ma anche con fatica e, soprattutto, con pazienza.

## Pubblicazioni degli Autori

*Scienza e scuola di base: problemi di didattica delle scienze* a cura di C. Pontecorvo e P. Guidoni, Roma, Istituto dell'Enciclopedia Italiana fondata da G. Treccani, 1979

*Lavorando con gli insegnanti* Gruppo Università-Scuola; a cura di M. Arcà *et al.* Firenze, La nuova Italia, 1980

*Insegnare scienza: come cominciare. Riflessioni e proposte per una educazione scientifica di base*, M. Arcà, P. Guidoni, P. Mazzoli, Milano, Franco Angeli, 1982 e 1990

*Non vivere copia*, di Alberto Manzi; con la collaborazione di M. Arcà *et al.*, Roma, Rai Home Video, 1982

*L'educazione scientifica di base*, Gruppo Università-Scuola; a cura di M. Arcà *et al.* Firenze, La nuova Italia, 1983

*Insegnare scienze con i nuovi programmi nella scuola elementare*, P. Mazzoli, a cura di M. Arcà e P. Guidoni, Milano, Fabbri, 1986

Consiglio nazionale delle ricerche: Progetto strategico Tecnologie e innovazione didattica, Sottoprogetto Innovazione curricolare e formazione dei docenti, Guida per la cultura scientifica di base, coordinata da P. Guidoni, Roma, CNR, 1986

*Rapporto sull'insegnamento scientifico nella scuola secondaria negli Stati Uniti*, M. Arcà *et al.*; con la collaborazione di E. Ferrero Mortara *et al.*; a cura di F. Emiliani Zauli, N. Grimellini Tomasini, B. Pecori Balandi, Firenze, COASSI, 1987

*Forze e pesi: itinerari di lavoro per fare scienze nella scuola dell'infanzia e nella scuola elementare* P. Mazzoli, M. Arcà, P. Guidoni, Torino, Emme Edizioni, 1987

*Organismi viventi: forme, trasformazioni e sviluppo: itinerari di lavoro per le classi prima, seconda e terza elementare* M. Arcà, P. Mazzoli, N. Sucapane, Torino, Emme Edizioni, 1988

*Esperienze di luce: itinerari di lavoro per la scuola dell'infanzia e il primo ciclo della scuola elementare*, M. Arcà *et al.*, Torino, Emme, 1989

*Cominciare da tre: la nuova scuola del bambino*, M. Arcà *et al.*; a cura di B. Astorino *et al.*, Milano, F. Angeli, 1990

*La cultura scientifica a scuola: percorsi nell'insegnamento della fisica e della biologia*, M. Arcà Milano, F. Angeli, 1993

*Il senso di fare scienze: un esempio di mediazione tra cultura e scuola*, F. Alfieri, M. Arcà, P. Guidoni, Torino, Bollati Boringhieri, 1995

*Lo sviluppo psicologico dell'età evolutiva*, M. Arcà *et al.*; a cura del prof. Giuseppe Spata, 1996 (Caltagirone)

*I modi di fare scienze: come programmare, gestire, verificare*, F. Alfieri, M. Arcà, P. Guidoni, Torino, Bollati Boringhieri, 2000

*Una scuola per l'ambiente: dallo spazio dell'aula allo spazio del mondo. Percorsi verso la sostenibilità*, a cura di Milena Bertacci; con contributi di M. Arcà e P. Tamburini Bologna, Cappelli, 2002

*Il corpo umano*, M. Arcà, Roma, Carocci Faber, 2005

*Dentro la materia: una storia di atomi, molecole, particelle*, M. Arcà, L. Bassino, E. Degiorgi, Roma, Carocci Faber, 2006

## Maria Arcà

Laureata in Scienze Biologiche, ha svolto per alcuni anni ricerche in Biologia Molecolare presso la Cattedra di Fisiologia Generale dell'Università di Roma e, successivamente, presso il Centro di Studio degli Acidi Nucleici del CNR.

A partire dagli anni '70, i suoi interessi si sono rivolti alla ricerca di individuare e risolvere i problemi cognitivi ed epistemologici incontrati dai bambini e dagli adolescenti della scuola di base.

In questa veste, collabora con vari Dipartimenti Universitari di Scienze dell'Educazione a Roma, Milano, Torino e con l'INDIRE. È responsabile da circa quindici anni del Progetto *Per una educazione alla conoscenza*, promosso dal Comune di Modena per le insegnanti di Scuola dell'Infanzia; dal 1990 al 1998 ha collaborato al Progetto *Il Laboratorio di scienze nella scuola elementare*, coordinato da F. Alfieri.

È membro del Consiglio Scientifico di Legambiente - scuola, membro del *Comité de lecture* della rivista ASTER (INRP - Parigi), membro del Consiglio scientifico della rivista École Valdôtaine. Collabora a numerose riviste rivolte ad insegnanti della scuola materna ed elementare, ha tenuto rubriche mensili sulla rivista L'EDUCATORE (Ed. Fabbri, Mi), INSEGNARE (Ed. Riuniti, Roma) e NATURALMENTE.

## Paolo Guidoni

Si è laureato in Fisica nel 1959, ha svolto attività di ricerca in Fisica delle particelle elementari (camere a bolle, elettronica) fino alla fine degli anni '70; ha lavorato al CERN, Brookhaven, partecipando alla scoperta di particelle fondamentali, fra cui l' $\Omega^-$  e i mesoni strani neutri. Ha ottenuto la cattedra in Fisica Generale nel 1977.

Dalla fine degli anni '70 si occupa di ricerca sperimentale e teorica sui modelli cognitivi della comprensione scientifica, e sulla definizione di interventi scolastici in Fisica e Matematica che siano in sintonia con le capacità cognitive di base.

È stato più volte responsabile di progetti nazionali di ricerca tra cui ricordiamo: *Spiegare e Capire in Fisica* e *Fisica per la Formazione Culturale* entrambi voluti dal Murst.

Il Ministero dell'Istruzione ha invece accolto i progetti *Capire Si Può* e varie attività nell'ambito del SeT (*Scienza e Tecnologia*). Nel luglio 2003 è stato l'unico docente italiano a tenere una relazione su invito alla scuola internazionale in didattica della Fisica di Varenna. Partecipa attualmente ai lavori per la definizione dei nuovi curricula di Fisica in Italia e coordina il Piano Insegnare Scienze Sperimentali.