UNIVERSITA' DEGLI STUDI
"SUOR ORSOLA BENINCASA"
NAPOLI

FACOLTA'
DI
SCIENZE DELLA FORMAZIONE

CORSO DI LAUREA
IN
SCIENZE DELLA FORMAZIONE PRIMARIA

TESI DI LAUREA
IN
DIDATTICA DELLA MATEMATICA

L'INSEGNAMENTO COME MEDIAZIONE DI UNA COMPRENSIONE "RISONANTE": LAVORANDO IN PRIMA SULLE STRUTTURE ELEMENTARI DELL'ARITMETICA.
UNA RICERCA SUL CAMPO

RELATORE
CH.MO PROF.
PAOLO GUIDONI

CANDIDATO
MARIA PEZZIA
MATR.008000402

ANNO ACCADEMICO 2003-2004

Il progetto di ricerca di cui tratta il presente lavoro

è stato realizzato nell'anno scolastico 2003/ 2004

presso il 73° C.D. di Napoli,

con i bambini delle classi I B e I D

e le loro maestre Olga Mautone e Mariella Pennino.

Si ringraziano per l'accoglienza, la disponibilità, la collaborazione e l'interesse dimostrato per il progetto le insegnanti Veronica Raimo e Adriana Ronsini, oltre a tutte le insegnanti della scuola che hanno preso parte agli incontri di autoaggiornamento per la didattica della matematica durante il periodo della nostra ricerca.

Si ringraziano inoltre la Dirigente Scolastica Marisa Scalella che ha permesso la realizzazione del progetto e il personale della segreteria del 73° C.D.

Nella descrizione dell'esperienza e nelle interviste ho preferito utilizzare nomi fittizi per i bambini, le insegnanti e le sezioni.

INDICE

INTRODUZIONE

Questo lavoro rende conto di un intervento di ricerca – azione realizzato in due prime elementari durante l'intero anno scolastico 2003/2004. Tale intervento costituisce la prima tappa di un progetto di sperimentazione didattica che sarà portato avanti nelle due classi fino alla quinta, e che ha come oggetto la trasmissione e l'acquisizione delle strutture elementari dell'aritmetica: durante questo primo anno si è lavorato fondamentalmente sul "significato del contare", individuato attraverso i suoi legami con la struttura additiva (somma e sottrazione) e con la struttura moltiplicativa.

L'obbiettivo della ricerca è stato quello di costruire e, insieme, mettere alla prova un possibile "modello" di intervento didattico: siamo partiti da alcune attività già sperimentate in altri contesti di ricerca (in particolare il Progetto MIUR '97-'99 "Capire si può") e abbiamo provato ad applicarle adattandole alla situazione da noi scelta, modificandole in corso d'opera e integrandole con nuove idee per rispondere alle esigenze di comprensione e alle difficoltà emerse lavorando con i bambini.

Il progetto si è venuto contemporaneamente a costituire come un'occasione di formazione per gli adulti (le insegnanti delle classi ed io ci siamo trovate infatti ad applicare un approccio all'aritmetica per noi nuovo) e come un concreto intervento di mediazione didattica volto a trasmettere ai bambini, in modo efficace e significativo, determinati strumenti culturali. Per questo motivo ha svolto un ruolo centrale nella ricerca il confronto tra gli adulti (insegnanti, studenti – ricercatori e supervisori di ricerca), sia nel momento della progettazione che durante il periodo della realizzazione e della valutazione finale dell'intervento.

Si è partiti dall'idea che gli adulti, nel momento in cui intendono porsi come mediatori della "relazione tra bambini e cultura", dovrebbero per prima cosa "aprire un osservatorio" su sé stessi e sui propri strumenti e percorsi conoscitivi per cercare di scoprirne le radici: è necessario cercare di ritornare ai significati ormai nascosti dietro a ciò che ci appare scontato ed automatico, capire quali sono gli elementi in gioco e i probabili passaggi critici per la comprensione. È tuttavia proprio la ricerca comune svolta con i bambini a permetterci di arrivare a radici più profonde di quelle che ciascuno di noi riuscirebbe a trovare da solo; è, ancora, l'interazione con i bambini a farci capire che la "realtà", o meglio la dinamica attraverso cui gli strumenti culturali cercano di adattarsi al "mondo" per aiutarci a "metterlo in ordine", è più complessa, più contraddittoria e più ricca di quello che può sembrare a chi è ormai abituato ad usare tali strumenti: ed è proprio a partire dal riconoscimento di questa ricchezza, e difficoltà anche, delle cose, che si possono elaborare insieme strategie efficaci per comprendere il funzionamento e le potenzialità delle strutture matematiche, in modo che ciascuno possa effettivamente impadronirsi di tali strumenti e utilizzarli come una risorsa in più per agire nel mondo.

È evidente che, per attuare un intervento didattico a partire da queste premesse, è importante che ci sia da parte di tutti gli adulti coinvolti una reale disponibilità e

motivazione a "mettersi in gioco"; sono necessari fra l'altro lunghi tempi di progettazione e, come si è detto, la possibilità di mantenere vivo il confronto durante la fase della realizzazione. Per queste ragioni si è scelto, per mettere in atto la sperimentazione, un contesto in cui si era abbastanza convinti, in base ad esperienze precedenti, di poter trovare tale disponibilità e motivazione da parte delle insegnanti, e dove si poteva sperare di creare con loro una relazione positiva.
L'importanza di una sintonia tra ricercatori e insegnanti deriva anche da un altro aspetto: il senso delle attività da me proposte ai bambini in quanto "studentessa – ricercatrice" esterna alla scuola, era legato alla possibilità di integrare tali interventi nel lavoro quotidiano della classe organizzato dalle maestre. L'obbiettivo era infatti quello di costruire un percorso cognitivo, o meglio un intreccio di diversi percorsi, dotato di una prospettiva a lungo termine e di una coerenza interna, pur nella molteplicità delle esperienze, delle strategie, delle situazioni esplorate. Si è sottolineato in più punti, nel presente lavoro (cfr. soprattutto Capitoli 1 e 7), come sia i tempi lunghi che la possibilità di perseguire determinati obbiettivi attraverso molteplici strade assumano un ruolo importante anche per la verifica e la valutazione (considerata, quest'ultima, non come "valutazione degli alunni" ma come valutazione del significato e dell'efficacia del percorso svolto, e operata da bambini e adulti insieme come riflessione metacognitiva interna al percorso stesso).
Un'ulteriore caratteristica del nostro intervento di ricerca – azione che mi sembra importante sottolineare è il ruolo centrale assegnato alle dinamiche di "interazione

sociale" (tra pari e tra bambini e adulti) nella costruzione del percorso di apprendimento.

Le ragioni di questa scelta, esposti nel paragrafo 1.4, sono riconducibili a tre ordini di motivi:

- in primo luogo, si è partiti dal riconoscere la rilevanza dell'interazione sociale nello sviluppo cognitivo del bambino, messa in luce soprattutto dall'opera di Vigotskj (in particolare si è qui fatto riferimento dalla sua teoria della "zona di sviluppo prossimo"): si è posta l'attenzione, durante il lavoro in classe, in particolare sulla discussione tra pari e sull'argomentazione, ma si è anche notata la produttività dell'osservazione reciproca e della collaborazione tra i bambini.
- In secondo luogo, si è sperimentata l'utilità di prendere in considerazione e confrontare tra loro molteplici punti di vista su ciascun problema: tale molteplicità di opinioni e modi di vedere è importante di per sé in quanto rende conto della "complessità delle cose" e della varietà dei modi di essere e di guardare delle persone; essa si rivela inoltre molto utile nel momento in cui si cercano soluzioni ai problemi o strade verso la comprensione: ogni individuo può trovare il percorso o la strategia che più sente vicina al proprio modo di essere, ma ha pure la possibilità di sperimentarne altre per lui più inconsuete o insospettate, grazie allo stimolo e al sostegno degli altri.
- In terzo luogo, si è presa in considerazione l'origine e la funzione sociale della conoscenza e in particolare del pensiero matematico, giungendo così ad

ipotizzare che sia più facile e più significativo avvicinarsi ad esso tramite un percorso di ricerca collettiva.

Il ruolo di “mediatori” assunto dagli adulti consiste, in un simile contesto, soprattutto nell’organizzazione di momenti di esperienza condivisa, pensati in modo da far nascere situazioni problematiche, aperte, che vanno risolte insieme alternando momenti in cui si agisce a momenti in cui si discute di ciò che si è fatto, si costruiscono ipotesi, si mettono a punto strategie…

I “momenti di esperienza condivisa” da me proposti ai bambini come base per la comune ricerca intorno al “significato del contare” si sono articolati intorno a quattro “giochi lunghi”: la Ballata degli Elefanti, il Mostro del Riso, il Gioco dell’Attesa e la Tenda Matematica. A ciascun gioco sono stati dedicati due o tre dei miei interventi periodici in ogni classe, oltre a diversi momenti collocati all’interno dell’attività didattica quotidiana organizzata dalle insegnanti.

Lo svolgimento dei quattro giochi è raccontato e commentato nei capitoli dal terzo al settimo, mentre le ragioni della scelta di un approccio ludico sono esposte nel paragrafo 1.3.

Tutte le esperienze proposte sono partite dal coinvolgimento del corpo, riconosciuto come necessario strumento per attivare il “percorso naturale del pensiero” (Cfr. 1.1). Tale coinvolgimento si è realizzato in diverse forme: dal movimento e percezione di sé nello spazio, alla manipolazione, fino alla "intuizione visiva" delle strutture formali (cfr. 1.2. e *6.5.1*) e alla rappresentazione grafica delle azioni compiute.

All'origine di questo approccio si trova fra l'altro l'idea piagetiana che le strutture matematiche esprimano la "coordinazione delle azioni esercitate dal soggetto sul reale" (cfr. 1.2.). Il percorso della ricerca svolta attraverso ciascun gioco parte dunque dalle azioni, che gradualmente diventano sempre più "azioni strutturate", coordinate in maniera consapevole, fino a che si giunge a vedere in esse, e poi ad astrarre, le strutture formali.

I quattro giochi rappresentano altrettanti contesti, diversi tra loro, di esperienza "concreta", nei quali ricorrono e attraverso i quali emergono, pur cambiando aspetto, le medesime strutture formali dell'aritmetica di base. Attraverso i collegamenti e i confronti fra queste differenti esperienze i bambini hanno avuto modo di sperimentare un aspetto fondamentale dei modelli matematici (che li accomuna peraltro, seppure in forme diverse, ai modelli su cui si fondano tutti gli altri sistemi di pensiero e anche agli schemi sottostanti al linguaggio "naturale" e alla conoscenza "di senso comune"): mi riferisco alla loro capacità di "cogliere gli invarianti nella varietà dei contesti", la quale li rende adatti a descrivere una molteplicità di situazioni concrete e contingenti. È proprio in questa caratteristica che risiede la potenza di questi strumenti, ovvero l'efficacia che possono avere nell'aiutarci a trovare un orientamento nella complessità e nella mutevolezza del mondo.

CAPITOLO 1

IPOTESI DI LAVORO

1.1. Finalità generali e teorie della conoscenza

Prima di presentare il progetto di ricerca che sarà oggetto del presente lavoro sento l'esigenza di renderne esplicite, seppur in modo sintetico, le basi teoriche di riferimento. Per basi teoriche intendo in primo luogo le ipotesi che si intendono verificare attraverso la sperimentazione e che, al tempo stesso, guidano la scelta dei metodi: si tratta di alcune idee fondamentali e generali a proposito della conoscenza e della sua trasmissione e costruzione, della funzione e del funzionamento dei modelli matematici, e di altre idee più specifiche a proposito dell'aritmetica di base e della sua acquisizione, in particolare riguardo alla struttura del contare e del rapporto tra tale struttura e le categorie fondamentali di *discreto* e *continuo*, *individuo* e *sostanza*.

In secondo luogo (ma l'ordine di esposizione non corrisponde ad un ordine di importanza), tra le idee di riferimento di ogni percorso di sperimentazione didattica ci sono sempre (in modo più o meno cosciente) quelle che nel gergo scolastico si usa chiamare le "finalità generali", cioè il senso che docenti, o futuri docenti, e ricercatori attribuiscono al proprio lavoro nella scuola: il genere di processi di cambiamento, nella società e negli individui, a cui vorremmo partecipare, il tipo di relazioni umane che ci sembrano più desiderabili e che ci interessa creare nella scuola e in genere nei nostri contesti di vita, i bisogni e i desideri nostri e delle altre persone, bambine e adulte, che riteniamo prioritari e alla cui soddisfazione pensiamo di poter contribuire col nostro lavoro.

Le idee di questo genere difficilmente possono essere verificate nella loro "validità" tramite una serie di "esperimenti sul campo", per quanto la loro formazione e le loro evoluzioni siano influenzate, nei modi più vari e imprevedibili, dalla storia e dalle esperienze di vita di ciascuno e quindi anche, in qualche misura, dalle esperienze professionali e di sperimentazione didattica.

Esse hanno al contrario la funzione di dare una direzione alla ricerca e di rendere possibile la valutazione dei risultati delle sperimentazioni condotte: il significato di espressioni come "successo" di una sperimentazione o "efficacia" di un metodo, nel campo educativo, esiste infatti solo in relazione alle finalità perseguite da ciascun individuo, gruppo o movimento di ricerca.

In realtà, però, la divisione tra ipotesi di lavoro e finalità generali non può essere così netta, poiché i due aspetti si influenzano e si implicano reciprocamente (sarebbe anche interessante esaminare questo tipo di implicazioni ed influenze ad esempio tra teorie della conoscenza e visioni etico – politiche all'interno di diversi indirizzi pedagogici, ma una simile analisi richiederebbe un lavoro a parte, e non di poco conto!). Nel nostro caso, ad esempio, ci sembra che la sperimentazione condotta abbia portato ulteriori elementi a conferma dell'efficacia di una coerenza tra mezzi e fini.

Per quanto riguarda i "fini", personalmente sono affezionata alla formula tolstojana secondo la quale la scuola dovrebbe trasformarsi «in un luogo di cultura e non di educazione», dove per **educazione** si intende il tentativo di «rendere una persona simile a se stessi», o meglio ad un qualsivoglia modello prestabilito, e per **cultura** la trasmissione di quelle «conoscenze e capacità» che rispondono alle esigenze esplicite, ma anche alle potenzialità implicite, degli individui[1]. Si tratta di trasmettere alcuni **strumenti** che aiutino le persone ad interpretare il mondo in cui si trovano a vivere, in modo che possano agire in esso perseguendo i propri fini nella maniera più efficace, oltreché, per quanto possibile, libera da condizionamenti. Ciò implica che gli individui non devono essere schiacciati da un *bagaglio culturale* che la generazione precedente scarica loro addosso: il ruolo dell'insegnante dovrebbe essere quello di «mettere in relazione cultura e bambini [sollecitando] un confronto sereno, alla pari, che accresce il desiderio di conoscere»[2] mostrandone il significato e il valore. Perché gli artefatti culturali possano effettivamente essere usati in modo personale, per perseguire i propri fini appunto, ognuno deve appropriarsene, "incorporarli", il che significa attivare un processo di reciproca trasformazione: l'artefatto culturale cambia nel momento in cui l'essere umano lo fa suo, lo "acquisisce", e contemporaneamente cambia anche l'essere umano che ristruttura i propri modi di percepire e di agire in relazione alla presenza "dentro di sé" del nuovo strumento (ovviamente tali cambiamenti non si operano in un momento, come se la conoscenza fosse un cibo che viene inghiottito e digerito in un paio d'ore, ma richiedono dei processi anche

[1] [SP] pag.63
[2] [MA]

lunghi nel corso dei quali gli strumenti acquisiti interagiscono con il mondo e con altri strumenti, dimostrandosi di volta in volta più o meno efficaci…).

Questa visione delle cose implica la scelta di metodi attivi di acquisizione della conoscenza, che coinvolgano la persona nella sua totalità: è difficile usare in modo autonomo e attivo degli strumenti acquisiti passivamente lasciandoci trascinare pancia a terra da qualcun altro, che non ci ha dato modo di sperimentare l'utilità di tali conoscenze e le soddisfazioni che ci potrebbero dare.

A tale proposito una delle prime riflessioni che si possono fare riguarda la sfera emotiva: il suo coinvolgimento nelle esperienze conoscitive non è una scelta che si può fare o non fare; nessuno lascia una propria presunta "parte" emotiva nello spogliatoio insieme al cappotto, prima di entrare in aula. La conoscenza passa (o si blocca) necessariamente anche attraverso le emozioni, indipendentemente dal fatto che noi decidiamo di focalizzare l'attenzione su tali aspetti e in che misura. L'"aaah" liberatore nel momento della scoperta o della soluzione di un problema, la sicurezza di sé sperimentata attraverso il sentirsi competenti e in grado di affrontare il mondo, la soddisfazione del prendere parte a una ricerca comune, in un contesto di relazioni che accoglie e valorizza le diversità di ognuno e, a partire da una base di sicurezza affettiva, offre la possibilità di mettersi alla prova, di lanciare ed accettare sfide; l'esperienza della possibilità di trovare soluzioni, anche inaspettate e insperate, ai problemi, che abitua a «non arrendersi» [3] davanti alle difficoltà…

Sono soltanto alcuni esempi, quelli di cui abbiamo fatto più spesso esperienza durante il nostro percorso[4], di come l'emotività è inscindibile dalla conoscenza, la rende possibile e serve a darle valore e significato, anche quando "si fa matematica"; d'altra parte non è necessario spiegare, poiché tutti ne abbiamo esperienza diretta o indiretta, come la noia, il senso di vuoto e di inutilità di una disciplina, la percezione della sua distanza e incapacità di "parlare" alle persone (la presunta freddezza e disumanità della matematica), oppure, altra faccia della medaglia, il senso di insicurezza e inadeguatezza provato da molti studenti («sono negato», «non capirò mai»…) rendano impossibile l'apprendimento, spesso anche delle nozioni più meccaniche, ma soprattutto la comprensione profonda del funzionamento delle strutture e dei linguaggi.

Oltre al ruolo delle emozioni è necessario evidenziare quello del **corpo** nell'esperienza conoscitiva: tale aspetto è alla base dell'approccio utilizzato e verrà ripreso e approfondito in più occasioni. In breve, se il nostro obbiettivo non è quello di "appiccicarci addosso" delle nozioni, ma di "incorporare" degli strumenti, come si è detto, abbiamo bisogno di apprenderli attraverso effettive

---

3 Cfr.8.3, pag. 183

4 Nel nostro progetto la componente emotiva si è manifestata soprattutto nelle forme indicate nel testo; ci sono però anche approcci alla matematica centrati proprio sul coinvolgimento delle emozioni: l'indagine sulle origini dei "blocchi" e delle difficoltà di apprendimento, l'espressione di sé attraverso il linguaggio matematico, le sue metafore, il gioco creativo con questi strumenti, sono approfonditi in questa chiave ad esempio nei testi di Siety [SI] (secondo un

esperienze conoscitive, nel corso delle quali ci mettiamo in gioco anche con tutto il corpo. Questo ovviamente è un po' un gioco di parole, ma è anche il modo in cui gli esseri umani funzionano, mi sembra, soprattutto quando sono piccoli ma anche dopo: l'esperienza, la conoscenza, passa anche dalle mani, dagli occhi, dai piedi come si vedrà, e così via. Ciò è particolarmente chiaro ad un livello di base, tuttavia l'esperienza corporea, o il suo ricordo, continua ad avere un ruolo anche nelle forme di pensiero più articolate. Riguardo al pensiero matematico, per esempio, Lakoff e Núñez individuano questo legame nelle metafore che lo costituiscono, e che sono costruite a partire appunto dall'analogia tra il funzionamento dei modelli matematici e quello di determinate situazioni "reali". Il punto di vista di questi autori è per molti aspetti utile quando è applicato alla matematica elementare (nel nostro progetto abbiamo fatto uso in particolare del modello da loro individuato di "aritmetica come movimento lungo un percorso" che verrà esposto nel capitolo terzo). La valutazione della validità di tale approccio rispetto alla matematica superiore richiederebbe d'altra parte conoscenze approfondite in quel campo. Al di là di una simile valutazione, comunque, rimane il fatto che, storicamente e logicamente, il percorso del pensiero trova le sue basi e le sue motivazioni di partenza nell'interazione tra il nostro "modo di essere fatti" biologicamente e l'ambiente. Se fossimo fatti in

approccio psicoanalitico alla matematica) e Lebohec [LE] (attraverso il "metodo naturale" per l'apprendimento della matematica svolto a partire dalle "creazioni libere" degli allievi).

modo diverso i nostri “modi di guardare”, e dunque di pensare, di agire, di parlare, sarebbero diversi…[5]

Per rendere questi concetti in modo più efficace riporto di seguito alcune delle considerazioni sviluppate da Anne Siety prendendo a pretesto una fiaba delle Mille e una notte: dopo mille peripezie Sindibàd il marinaio si trova improvvisamente di fronte ad una enorme e misteriosa cupola, bianca e perfettamente liscia, impenetrabile; non sapendo che fare, come “entrare in relazione” con essa, Sindibàd decide di cominciare col misurarla a passi…(il che rende la favola particolarmente pertinente al nostro percorso, vista la centralità della “questione dei passi” nelle attività che abbiamo svolto -cap.3).

«L’abituale separazione del corpo e dello spirito resta attuale [nelle scuole] e la matematica viene subito ammessa dalla parte dello spirito. Un simile modo di pensare mi pare restrittivo e spesso dannoso. Ragion per cui mi sembra di capitale importanza ricordare che “dando corpo” a delle nozioni matematiche non si fa che ritrovare il percorso naturale del pensiero, che si costruisce solo prendendo il corpo come puntello.
Sindibàd il marinaio, facendo il giro della sua misteriosa cupola bianca, ce ne fornisce un’illustrazione perfetta. Cerca la circonferenza della cupola contando il numero dei suoi passi. Se uno degli esseri immateriali, *ginn o efrit*, che popolano *Le mille e una notte*, avesse agito nella stessa maniera, la sua impresa sarebbe rimasta vana. Il suo modo di procedere, che gli permette di arrivare a un dato astratto, non è altro in fin dei conti, che un confronto fra il suo corpo e l’oggetto misterioso. Sono i limiti del suo corpo che gli permettono di stabilire quelli della cupola. Se non sentisse i suoi piedi, le sue gambe, il loro distendersi regolare, il suo corpo in movimento, il marinaio non potrebbe portare felicemente a termine la sua impresa.
È nell’esatta misura in cui abita il proprio corpo che Sindibàd è in grado di produrre un dato astratto.»[6]

---

5 È facile rendersene conto prendendo in considerazione, ad esempio, proprio la storia dei numeri presso società e culture anche molto distanti, nel tempo e nello spazio: all’origine dei numeri c’è sempre un collegamento diretto con il corpo (Cfr. [DE] pag. 102 –105). L’esempio più semplice, e quello che ci riguarda più da vicino, è il legame tra il sistema di numerazione in base 10 e il numero delle dita delle nostre mani (cfr. [SI] pag. 38)

6 [SI] pag. 90

Tutto questo non significa che la conoscenza derivi *in primo luogo* dai sensi: per poter “vedere” il mondo è necessario sapere cosa “guardare” e come guardarlo; servono delle “ipotesi di partenza” anche per la conoscenza comune (di solito implicite, e per questo sfuggenti); servono delle **strutture** in cui collocare le informazioni ricevute tramite i sensi e ordinarle, dei criteri secondo i quali selezionarle, altrimenti gli innumerevoli stimoli sensoriali potrebbero solo sommergerci e invaderci, oppure passaci addosso e scivolare via lasciandoci indifferenti: non arriverebbero neppure a costituire delle “informazioni”, e tantomeno quindi a coagularsi in significati, concetti, esperienze. Nel momento in cui, invece, abbiamo delle strutture che ci permettono di “prendere informazioni” e farle nostre, le **esperienze** (intese sia come percezioni sensoriali che, ad un livello più complesso, come “esperienze di vita”, “esperimenti” eccetera) possono intervenire su tali strutture attivando processi di adattamento e modificazione, in una dinamica di continua interazione reciproca.[7]

Tali strutture sono in parte innate, selezionate dall’evoluzione delle diverse specie[8], e in parte trasmesse culturalmente (per quanto come al solito sia difficile stabilire con precisione il ruolo di ciascuna delle due componenti nella costituzione dei nostri “modi di guardare”: in tutti i casi i due piani si sovrappongono e si confondono). Anche all’interno delle diverse culture (o

---

[7] questo tipo di interazione si evidenzia bene ad esempio nel meccanismo di assimilazione – accomodamento teorizzato da Piaget.

[8] per quanto riguarda i dispositivi innati, nell’uomo e in altri animali, sottostanti alla capacità di quantificare, si legga [DE]; un altro esempio di strutture innate che permettono l’acquisizione di un determinato tipo di conoscenza potrebbero essere i dispositivi di acquisizione del linguaggio (“Language Acquisition Device”) ipotizzati da Chomsky.

"all'esterno", attraverso il conflitto o l'integrazione tra culture differenti) si può dire che sia avvenuto un processo di tipo evoluzionistico[9]: nel corso delle generazioni si sono selezionate categorie fondamentali, modelli, strutture, che informano sia la conoscenza (e il linguaggio) comune sia quella più specializzata e "alta". La selezione è avvenuta certamente per ragioni storiche (non necessariamente "simpatiche" in molti casi: il tipo di razionalità che caratterizza il pensiero scientifico occidentale, ad esempio, si è imposto su altri modi di guardare il mondo non perché sia in assoluto "migliore", ma perché ha contribuito a distruggere con la forza le società e i modi di vita per i quali quegli altri strumenti di conoscenza erano utili ed efficaci), e a volte è anche legata probabilmente a fattori casuali. Tuttavia, per avere successo nella selezione è necessario anche che i **modi di guardare** servano al loro scopo, quello cioè di permettere agli esseri umani di orientarsi e agire nel mondo, di "**mettere in ordine le cose**". L'impressione che riceviamo usando tali strutture è che esse "**facciano presa sulle cose**", che gli oggetti da noi osservati e manipolati "**rispondano**" bene alle operazioni da noi attuate, "**lasciandosi mettere in ordine**": in tale senso si può utilizzare la metafora della "**risonanza**" provocata da determinate strategie conoscitive.

«Alla *radice delle discipline* troviamo configurati e strutturati dei *modi possibili di guardare il mondo esterno e interno* (modi di agire, di progettare, di interpretare, di parlare…): modi *che hanno successo culturale in quanto espressone della risonanza possibile fra i modi possibili di essere della realtà, e i modi possibili di pensarla.* Lingua naturale, matematica, fisica, biologia…interpretano, descrivono e progettano al tempo stesso: certamente non il-mondo-come-è, o come lo immaginiamo, ma la nostra (progressiva) capacità di interagirvi in modo risonante.»[10]

---

9 Per una "teoria evoluzionistica dello sviluppo scientifico" cfr. [KU] oppure [FE].

10 [G3] pag. 4

Vale la pena dunque di provare a capire il funzionamento di tali strategie, per due ragioni fondamentali: da una parte, attuare una riflessione metacognitiva sugli strumenti che usiamo per guardare il mondo ci aiuta ad usarli in modo più produttivo e flessibile, a comprenderne potenzialità e limiti, trasformandoli dunque in strumenti più potenti; ci consente inoltre di acquisire nuovi strumenti più complessi ed articolati che aumentano la nostra capacità di interagire con il mondo.

Dall'altra parte, tali strumenti sono usati continuamente intorno a noi e anche "contro di noi": per fare un esempio che ci riguarda, se non ci si impadronisce delle strutture fondamentali del pensiero matematico a partire dalle sue basi (e questa comprensione passa anche attraverso l'uso consapevole di alcune categorie centrali del pensiero e del linguaggio comune, come si vedrà oltre) ci si preclude per sempre l'accesso al pensiero e al linguaggio scientifico, il che, nella nostra società, significa condannarsi alla sudditanza nei confronti di qualsiasi "esperto" che si prenda la briga di sentenziare sulle questioni fondamentali della nostra vita; ciò non significa, ovviamente, che dobbiamo diventare tutti "scienziati", ma solo che è fondamentale avere degli strumenti sufficienti per poter dare un minimo di valutazione autonoma dell'attendibilità delle informazioni che ci vengono propinate.

Riflessioni simili sono state sviluppate spesso in passato a proposito delle competenze linguistiche (Don Milani, Freire…ma viene da pensare anche a Manzoni e ai continui scontri di Renzo coi vari detentori di "latinorum" e calamaio): la parola è un mezzo per esprimere e comprendere se stessi e il proprio mondo[11], ma è anche un'arma di difesa e una condizione di uguaglianza. Il discorso che si potrebbe fare oggi in merito al linguaggio scientifico non è molto diverso.

L'idea che muove il nostro lavoro di ricerca è che, perché gli individui possano impadronirsi degli strumenti cognitivi trasmessi culturalmente, è necessaria una **mediazione** efficace tra soggetto e cultura:

[11] Si potrebbe dire che il pensiero simbolico (linguaggio ecc…) abbia un ruolo cruciale non solo per la comunicazione, ma anche (soprattutto) per la capacità di "duplicare schematicamente" la realtà in un formato in cui si riescano ad analizzare le diverse possibilità che sono sempre implicate da una situazione data, ma che sono difficilmente controllabili direttamente; tali possibilità possono essere controllate meglio attraverso il pensiero ipotetico, attraverso la

«La conoscenza culturalmente codificata e in continua evoluzione nel tempo è umanamente "naturale" (in linea di principio quindi accessibile praticamente a tutti) ma non "spontanea": da che mondo è mondo necessita infatti di una (sempre più) sofisticata opera di mediazione per essere efficacemente capita, valorizzata e padroneggiata.»[12]

Tale mediazione avviene attraverso l'interazione reciproca tra adulto e bambino, la quale consente a entrambi di "smontare" il proprio modo di vedere il mondo, divenendo consapevoli dei propri percorsi conoscitivi. Certamente è fondamentale che l'adulto abbia già aperto, "prima" di entrare in relazione con i bambini, un "osservatorio su se stesso e sui propri strumenti conoscitivi", anche attraverso il confronto con altri adulti, in modo da avere già un'idea di quali possono essere gli elementi in gioco, un'esperienza di alcuni percorsi utili per arrivare alle radici delle cose, e da quelle ripartire verso la costruzione o ricostruzione di modelli via via più complessi; si può anche parlare di un'abitudine a modellizzare e "demodellizzare" (cioè appunto smontare i modelli riconducendoli alle loro originarie relazioni con le esperienze di vita) che va acquisita in primo luogo dall'adulto perché questi possa poi trasmetterla ai bambini. Tuttavia il fatto di mettere alla prova le ipotesi formulate nella ricerca "su di sé" attraverso la ricerca comune con i bambini porta anche l'adulto a cambiare la propria visione delle cose, e a renderla più profonda e articolata: perché ognuno ha i suoi percorsi, e quindi vederne all'opera tanti diversi è straordinariamente produttivo, permettendo anche di capire quali elementi comuni rimangono al di sotto della diversità; ma, soprattutto, perché i bambini non ci permettono di dare per scontato

---

costruzione di modelli mentali delle situazioni, cioè attraverso operazioni che utilizzano come "materiale" su cui agire delle rappresentazioni simboliche dell'esperienza.

12 [G3] pag.3

niente, e in questo modo ci conducono a scoprire radici più profonde di quanto non saremmo in grado di fare da soli.

In questo senso i percorsi non sono decisi a priori dall'insegnante, ma risultano dal continuo intreccio tra esigenze dei bambini e proposte degli adulti:

«da una parte l'adulto che va ricercando le proprie modalità di apprendere e parallelamente scopre, osserva gli atteggiamenti, le mentalità, i bisogni dei bambini. Dall'altra il bambino con le sue emergenze e sollecitazioni che stimola la ricerca adulta con le sue osservazioni, ipotesi, domande, curiosità».[13]

1.2. Matematica: azioni, prototipi, strutture

Per chiarire la visione della matematica che ha dato luogo alle scelte metodologiche adottate, si può partire dalle definizioni che ne danno Lebohec e Piaget.

«Un primo anno di esperienza mi aveva finalmente aperto la mente. Avevo compreso che la matematica è dovunque, perché dovunque ci sono delle strutture sottostanti».[14]

«La matematica consiste essenzialmente nel coordinare tra loro le azioni e le operazioni: ciò che essa esprime, dunque, non è tanto il reale quanto le azioni operatorie su esso esercitate dal soggetto, e di tali azioni considera inoltre soltanto un aspetto, quello di composizione generale, e non il contenuto qualitativo.»[15]

<u>La strategia da noi utilizzata è stata quella di partire dalle azioni, che gradualmente diventavano sempre più "azioni strutturate", coordinate in maniera consapevole, per poi giungere ad astrarre da esse le strutture formali.</u> Il processo è avvenuto generalmente coinvolgendo dapprima il corpo inteso come <u>movimento, percezione di sé nello spazio, manipolazione,</u> attraverso azioni che lentamente arrivavano a coordinarsi e organizzarsi, ad esempio attraverso un'**organizzazione**

---

13 [MA]

14 [LE] pag. 105

15 [PI] pag.269

ritmica (poiché il ritmo è una struttura fondamentale sottostante al contare, come si specificherà meglio più avanti); mentre si agisce, e anche dopo, si comincia a rappresentare ciò che si fa, per registrarlo e per schematizzarlo. Alla fine si comincia a "**vedere la struttura**". Il verbo vedere viene spontaneo in questo contesto ma non è casuale: molto spesso si esce dalla situazione concreta e particolare verso l'astrazione attraverso un'intuizione di tipo visivo, che parte dalla "rappresentazione mentale" che ci si è fatta della situazione e si appoggia sulle rappresentazioni grafiche in cui questa è stata tradotta.

Il senso dell'individuazione di strutture formali sta nella loro capacità di adattarsi a "mettere in ordine" una molteplicità di situazioni concrete e contingenti, che possono in questo modo essere trattate "come se" fossero la stessa situazione (in questo senso le strutture formali ci aiutano a ridurre la complessità del mondo). La nostra esperienza di una situazione diventa così trasferibile ad altre (e solo nel momento in cui è trasferibile possiamo chiamarla esperienza).

D'altra parte le strutture si cominciano a vedere soprattutto attraverso il confronto tra diverse situazioni concrete: emergono infatti meglio nel momento in cui si colgono gli invarianti nella varietà dei contesti.

Il nostro percorso è consistito soprattutto nel proporre ai bambini diversi contesti (i quattro giochi svolti nel corso dell'anno) accomunati da analoghe strutture formali. Attraverso le diverse esperienze su cui si è lavorato insieme i bambini hanno avuto modo di vedere come la struttura del contare si costituisca attorno ad alcune questioni fondamentali, che cambiano aspetto a seconda dei contesti, dei linguaggi e dei materiali usati, ma alla fine si rivelano sempre le stesse: il bicchiere ancora vuoto o la linea di partenza, "incarnazioni" dello zero in due contesti molto diversi, si comportano in modo analogo, ci creano problemi simili. Lo stesso accade con la lunghezza dei passi e la quantità di farina contenuta in un cucchiaio…

Al tempo stesso i giochi su cui abbiamo lavorato cercano di rispondere all'esigenza, messa in luce da Dehaene, di «costruirsi una ricca biblioteca di modelli mentali dell'aritmetica»:

> «Mi sembra più probabile che molti di questi buoni a nulla siano di fatto allievi normalmente dotati che sono partiti male nello studio della matematica. Le loro prime esperienze a scuola li hanno convinti che l'aritmetica è una materia puramente scolastica senza alcuno scopo pratico e senza significato apparente. Ben presto si sono convinti che non ne capiranno mai niente e così, alle considerevoli difficoltà che già pone l'aritmetica a qualsiasi cervello normale, viene allora ad aggiungersi un problema effettivo: la fobia per la matematica. Possiamo lottare contro queste difficoltà se costruiamo le conoscenze matematiche nel cervello dei nostri bambini su qualcosa di concreto e non sull'astrazione: facciamo loro capire che le operazioni matematiche hanno un significato intuitivo, che le possono rappresentare con l'aiuto del loro senso innato delle quantità; in breve, aiutiamoli a costruirsi una ricca biblioteca di modelli mentali dell'aritmetica.
> Prendiamo l'esempio di una sottrazione molto semplice: 9-3=6. Noi adulti disponiamo di numerosi schemi di interpretazione di questa operazione: uno schema che si rifà agli insiemi, (un paniere con nove mele da cui ne vengono tolte tre, finisce per contenerne soltanto sei); uno schema di distanza (nel gioco dell'oca per andare dalla casella tre alla casella nove bisogna fare sei passi); uno schema di temperatura (se prima c'erano nove gradi e la temperatura è scesa di tre, adesso ci sono solo sei gradi) e certamente altri ancora. Questi schemi ai nostri occhi sembrano equivalenti, ma non è così agli occhi di un bambino che deve scoprire che la sottrazione è l'operazione appropriata a queste diverse situazioni. Il giorno in cui verrà messo di fronte alla sottrazione 3-9 un bambino in grado di servirsi soltanto dello schema degli insiemi riterrà l'operazione impossibile (nove mele tolte da tre mele? Assurdo!). Un altro, che si basa soltanto sullo schema della distanza, concluderà che 3-9=6 (la distanza tra 3 e 9 è 6). Se il professore si limita a dire che 3-9= - 6, si troverà davanti due allievi che rischiano di non capire niente di questa affermazione. Soltanto lo schema della temperatura è in grado di offrire al bambino un'immagine intuitiva dei numeri negativi: fa meno sei gradi!»[16]

I nostri quattro giochi sono, in questo senso, più che delle effettive situazioni "di vita quotidiana", dei **prototipi**, cioè dei "modelli originari" dell'aritmetica. Non a

[16] [DE] pag.157

caso sono, appunto, dei giochi, cioè delle situazioni che vengono effettiva mente "vissute", anche con grande partecipazione ed impegno cognitivo ed emotivo, ma a differenza delle situazioni di vita quotidiana sono già in parte organizzati, semplificati, secondo uno schema e un criterio (nel nostro caso, come si vedrà, l'organizzazione era inizialmente molto aperta, e si completava e strutturava man mano in vere e proprie "regole" per rispondere alle esigenze che emergevano durante il percorso).

Essi offrono l'occasione, da una parte, di collegarsi alla vita quotidiana e alle diverse applicazioni concrete dell'aritmetica (ad esempio, la farina "difficile da contare" del nostro Gioco dell'Attesa apre la strada per discutere dei pacchi di farina comprati dal salumiere e dell'uso quotidiano delle unità di misura), dall'altra si costituiscono come base per poter partire in esplorazione di strutture formali sempre più complesse.

Ho messo qui in luce una modalità di **astrazione**, in effetti quella prevalente nel percorso svolto, che consiste nell'individuare un'unica struttura formale a partire da prototipi molto diversi, caratterizzati da un cambiamento "secco" del contesto di riferimento.

Abbiamo però utilizzato anche una modalità diversa (che varrebbe la pena di approfondire maggiormente di quanto abbiamo fatto noi per ragioni di tempo): le variazioni possono essere fatte anche all'interno dello stesso prototipo, secondo la modalità delle "variazioni sul tema"; anche così si possono cogliere bene gli invarianti, arrivando a capire in cosa consiste il prototipo e il suo funzionamento.

Nel nostro caso si è svolto in questo modo ad esempio il Gioco dell'Attesa (gli stessi problemi affrontati con materiali diversi, seppure con caratteristiche simili) e il suo collegamento con il Gioco del Mostro (lo stesso materiale, il riso, che viene trattato allo stesso modo, però per scopi "pratici" diversi). In altre situazioni si potrebbe applicare la strategia della "variazione sul tema" ad esempio riformulando lo stesso quesito con parole diverse, o cambiando i numeri o i protagonisti della storia che fa da sfondo al problema…
Questa modalità è particolarmente utile per la verifica e il rinforzo dell'apprendimento: è infatti interessante vedere cosa succede quando, a distanza di tempo possibilmente, ci si ritrova in una situazione già sperimentata. Innanzitutto, siamo in grado di riconoscerla "sotto la maschera" delle variazioni? E poi, saremo in grado di utilizzare l'esperienza precedente per "sbrogliarcela" anche questa volta?

Riguardo al problema dell'astrazione va menzionato un ulteriore aspetto, fondamentale per questo lavoro: si tratta della necessità di concepire il passaggio dal concreto all'astratto non come un distacco definitivo, ma come un continuo percorso di andata e ritorno, che può essere messo in atto da ognuno quando ne senta l'esigenza: mantenendo viva la memoria dei propri percorsi e la capacità di tornare alle radici concrete da cui si è partiti ci si può anche muovere con più sicurezza e disinvoltura nei campi più astratti, migliorando la comprensione ed eventualmente risolvendo dubbi anche nell'ambito di strutture complesse. (Per un approfondimento della questione e la sua collocazione nel contesto delle attività svolte si rimanda a 3.3.7).

Prima di concludere il paragrafo vorrei tornare brevemente alla citazione di Lebohec con cui l'ho aperto:

«la matematica è ovunque perché ovunque ci sono delle strutture sottostanti».

Tale considerazione ci aiuta a capire le relazioni tra il lavoro svolto intorno alla matematica e la capacità di affrontare altri tipi di problemi: nell'intervista alle maestre svoltasi alcuni mesi dopo la conclusione del progetto (cfr. Capitolo 8) l'insegnante dell'ambito linguistico nota per esempio una forma mentis "matematica" ormai acquisita dai bambini, che li stimola ad andare, di propria iniziativa, in cerca di regolarità e strutture come strumento per risolvere i problemi anche in altri ambiti, dalle scienze alla lingua straniera.

1.3. Matematica e gioco

Nel paragrafo precedente ho fatto un primo riferimento alla nostra scelta di affrontare la matematica attraverso delle attività ludiche. Questa scelta va motivata in maniera un po' più articolata, se non si vuole correre il rischio che passi come un espediente per far inghiottire una pillola amara circondandola di zucchero, o magari come una fissazione della pedagogia moderna, che deve per forza trasformare tutto in gioco e «insegna a non prendere più niente sul serio».

Una delle ragioni più ricorrenti dei "blocchi in matematica" è certamente il fatto che questa disciplina venga trattata come una cosa terribilmente seria, anzi, "la cosa seria" per eccellenza: "rigorosa", noiosa, "inquadrata", che non ammette deroghe (o è giusto o è sbagliato, c'è poco da discutere…). Non è nemmeno necessario evocare i luoghi comuni intorno ai professori di matematica o i nostri ricordi antichi o recenti delle scuole elementari, dove gli alunni tremano o si avviliscono al solo pensiero e le maestre "fanno la bocca all'ingiù" quando dicono «adesso prendiamo il quaderno a quadretti». Questa situazione è comprensibile fino a un certo punto: è pur vero che con la matematica si fanno alcune delle cose più serie del mondo (dalla bomba atomica agli imperi finanziari), ma è anche vero che pochissimi campi dell'attività umana raggiungono livelli di gratuità così assoluta come la matematica "pura", accanitamente coltivata dai suoi adepti per puro divertimento, curiosità, o personale ossessione forse.[17]

Buona parte dei campi di ricerca affrontati dai matematici è lontana da qualsiasi possibilità di applicazione, o comunque tale appare oggi ai ricercatori stessi; altri campi si prestano di più alla possibilità che, nell'ampia «riserva di forme astratte» che vengono prodotte, a volte «si scopra […] che certi aspetti della realtà sperimentale arrivano a modellarsi su alcune di queste forme».[18]
Tale «riserva» di strutture si produce però proprio grazie al fatto che i matematici seguono per lo più i loro percorsi senza preoccuparsi della loro eventuale utilità.

Il "rigore" del linguaggio matematico è un parente molto più stretto delle regole dei giochi che non del "rigore" dei moralisti o dei giudici. Si sceglie liberamente di giocare ad un certo gioco, e si può anche smettere, passare a un altro, o mettersi d'accordo e inventare nuove regole (un po' come quando i matematici hanno deciso di lasciar da parte la geometria euclidea e inventarsene un'altra, ad esempio). Però finché si sta giocando si è completamente immersi nel gioco, non si possono ignorare le regole né imbrogliare: le uniche sanzioni possibili sono interne al gioco, la più grave è l'espulsione, che è semplicemente una

[17] A questo proposito si legga [DI]
[18] Bourbaki, cit. in [LE] pag.119

constatazione che l'individuo "si è chiamato fuori", ha già smesso di giocare a *quel* gioco nel momento in cui ha trasgredito le regole. I bambini sono molto esperti di questi meccanismi. Se vogliamo abituarli al rigore matematico possiamo farlo in modo molto più efficace, e più vicino al funzionamento della matematica stessa, se riusciamo a convincerli ad immergersi completamente nel gioco matematico, che non introducendo sanzioni esterne come voti e punizioni. "**Stare al gioco**" è fondamentale perché se si sta un po' dentro e un po' fuori non si arriva da nessuna parte, non si vedono le strutture, non ci si scontra con le conseguenze delle scelte fatte, e insomma difficilmente si scopre qualcosa e ci si diverte molto meno. Se ne esce dopo, a gioco finito, oppure si chiama un "time out", per guardare il gioco dell'esterno ed elaborare strategie, sviluppare riflessioni metacognitive, come si dirà anche oltre. Ma fin che si gioca si gioca.

Perché i bambini si convincano ad immergersi completamente nei giochi che proponiamo è necessario per prima cosa conquistare la loro fiducia: dobbiamo essere capaci di farci prendere abbastanza sul serio perché loro accettino di giocare "veramente" con noi. I grandi, da parte loro, (ma anche i bambini) devono essere capaci di "mettersi in gioco", il che significa essere realmente disposti a farsi portare su nuove strade, a mettere in discussione il proprio punto di vista rinegoziando collettivamente, durante il percorso, il significato e la definizione delle situazioni e dei problemi. La questione dello "stare al gioco" è emersa durante il lavoro come un problema centrale, e verrà ripresa soprattutto nel capitolo 3.

Il fatto di prendere la matematica "per gioco" ha poi tutta una serie di conseguenze positive. Innanzitutto ci si diverte di più e non si va in ansia (il che vale sia per gli alunni che per gli insegnanti): questa condizione permette di far emergere molto più facilmente i problemi ma anche le ipotesi di soluzione e i percorsi divergenti, che normalmente restano bloccati all'origine dall'autocensura operata da ogni bambino, prima ancora che dalla censura dell'insegnante. Per altro la produttività dal punto di vista cognitivo del gioco è stata approfonditamente indagata dagli psicologi a proposito del gioco euristico nei bambini piccoli: tutti iniziamo a conoscere il mondo, a fare "ipotesi" sul suo funzionamento e metterle alla prova proprio giocando, e in questo modo impariamo in brevissimo tempo una quantità straordinaria di cose. Non sembra ci siano dei validi motivi perché ad un certo punto della vita questa modalità così efficace di conoscenza debba essere abbandonata.

Quel che spesso succede a scuola, però, è che il gioco non è veramente un gioco, cioè smette di essere tale nel momento in cui si viene a scoprire che ci saranno i voti, le verifiche e le pagelle. È come dire: tutto quello che hai detto e fatto mentre credevi di giocare potrà essere usato contro di te. La "valutazione finale" interviene a sanzionare la "giustezza" dei percorsi seguiti da ciascuno, rivelando in questo modo che le sequenze di azione erano in realtà chiuse fin dal principio, che in realtà l'attività svolta non era un gioco ma un'azione mimetica condotta secondo un modello esterno (con lo svantaggio ulteriore che l'esistenza del modello da seguire non era stata esplicitata fin dall'inizio, ma era stata anzi dissimulata, con una certa dose di ipocrisia seppur spesso inconsapevole).

La **verifica** della validità di ciò che si sta facendo, in relazione a scopi espliciti e verificabili in modo indipendente, potrebbe costituire invece una riflessione interna al percorso stesso, sviluppata sia andando avanti ad affrontare nuove situazioni (ad esempio con la modalità delle variazioni sul tema citata nel paragrafo precedente), sia sviluppando riflessioni metacognitive sui percorsi collettivi o individuali (per il ruolo della riflessione metacognitiva e il suo rapporto con la valutazione del percorso svolto si veda il capitolo 7).

Concludo con una citazione straordinariamente ottimistica di Lebohec (precisando però che il tipo di ricerca da lui condotta, quella del metodo naturale, è abbastanza diversa dall'approccio qui proposto):

> «Vedete, non c'è nessun bisogno di preoccuparsi per l'assimilazione. Basta andare avanti, ci sono sempre delle verifiche per strade diverse. Io prevedo che ben presto ci si accontenterà di marciare senza cercare di far entrare le cose nelle teste. In capo a cinque anni di questa ricerca ininterrotta, al momento di entrare in sesta, la messe sarà prodigiosa. (e perché non continuare dopo, alle medie e alle superiori, mettendo in ordine continuamente quanto si è acquisito?)»

Un'ulteriore considerazione che si può trarre dall'esperienza di Lebohec è a proposito dell'utilità di condurre ricerche longitudinali, che lascino il tempo di vedere i frutti di ciò che si è fatto. Tale aspetto verrà ripreso nel capitolo 2.

1.4. Interazione sociale e conoscenza

Il percorso da noi proposto procede attraverso l'alternarsi di momenti in cui "si fa" e momenti in cui si ragiona, attraverso discussioni collettive, su quello che si è fatto. Tale approccio trova le sue giustificazioni teoriche negli studi di Vigotskij, che mettono in luce la rilevanza dei processi sociali rispetto a quelli individuali nello sviluppo cognitivo nel bambino. Secondo lo psicologo russo la discussione precede il ragionamento, nel senso che

«le più alte funzioni mentali appaiono nel bambino prima nella vita collettiva e nella forma dell'argomentazione»[19],

per poi venire interiorizzate trasformandosi in "ragionamento" individuale. Ciò è particolarmente evidente, come abbiamo potuto verificare nel corso della nostra esperienza, durante le discussioni collettive in classe, purché, come si è già detto, non siano bloccate dall'ansia del giudizio degli adulti:

«la discussione è una situazione in cui si elabora e si costruisce la soluzione di un problema attraverso il ragionare insieme, attraverso un pensiero – discorso che ciascuno degli interventi manifesta e insieme raccoglie dagli altri. Ciò sembra più facile tra bambini che tra adulti, perché i primi "dicono tutto quello che pensano", o meglio "pensano mentre dicono". Infatti il filo del ragionamento collettivo "passa" da un bambino a un altro con una notevole permeabilità reciproca; il che ha ovviamente i suoi rischi: ci possono essere idee buone che restano "recessive" e vengono abbandonate anche da chi le aveva proposte proprio per effetto del pensare insieme e quindi di una certa "logica di gruppo" che si determinava»[20].

Attraverso la discussione, dunque, possono essere affrontati argomenti e situazioni problematiche ad un livello più complesso rispetto a quelle che un bambino sarebbe in grado di affrontare ragionando da solo. In questo modo si opera nella cosiddetta «**zona di sviluppo prossimo**», che si può definire più precisamente come

«quell'area di funzionamento psicologico che è possibile al soggetto se è sostenuto dall'aiuto di un altro, e quindi da una forma di interazione e di regolazione»[21].

L'aiuto durante la discussione in classe oltre che durante lo svolgimento stesso dei giochi viene dall'insegnante ma soprattutto dal **gruppo dei pari**:

«grandi sono le possibilità di vedere come gli altri riescano a [trascinare ciascun individuo] in territori ai quali mai avrebbe avuto accesso per diverse ragioni: di famiglia, di scolarità, d'abitudine, e che gli erano perfettamente adeguate. Ed è il gruppo che gli è d'aiuto nelle avanzate, nei ritorni, nelle regressioni, nei richiami. E che moltiplica con i riferimenti, i taccuini, i cartelloni, i ricordi degli avvenimenti complessi, ricchi di risate, di piaceri, di sorprese, d'intense ricerche e […] di quest'affettività che, come si sa, si collega continuamente alla memoria»[22]

---

19 Vigotskij cit. in [PO] pag.184. Tale idea si colloca nel contesto della concezione di V. della natura sociale della coscienza individuale, determinata dal processo attraverso il quale ognuno entra in possesso di un sistema di significati già elaborati socialmente dalle generazioni precedenti. Vigotskij infatti assegna un ruolo centrale al linguaggio nella formazione del pensiero.

20 [PO] pag.184

21 [PO] pag.32

22 [LE] pag.104

L'interazione tra i compagni avviene in molti modi, ed è utile sotto una molteplicità di aspetti.

Le caratteristiche, le competenze, gli "stili cognitivi" e d'intervento[23] ma anche le difficoltà diverse di ognuno hanno un ruolo nel percorso comune: esse permettono infatti di affrontare le cose da diversi punti di vista, di arrivarci e ritornarci per differenti percorsi. Si verifica inoltre un continuo scambio reciprocamente vantaggioso tra i bambini più competenti in un determinato ambito e quelli che lo sono meno. Questa dinamica è stata particolarmente evidente, nella nostra esperienza, nei momenti in cui i bambini più svelti a finire un lavoro si dedicavano a soccorrere i compagni in difficoltà, trovandosi così per prima cosa a dover chiarire a se stessi le proprie idee, a organizzarle, per poterle comunicare agli altri, mettendole alla prova attraverso le reazioni e le resistenze degli altri. Ovviamente un processo simile avviene anche nei momenti di discussione collettiva, nel momento in cui ci si deve sforzare di far intendere a tutti le proprie intuizioni e magari anche difendere le proprie idee. Va sottolineato fra l'altro il fatto che i bambini si pongono fra loro domande *vere*, cioè non domande pedagogiche, come spesso tendono a fare gli insegnanti, domande alle quali è dunque più importante, più motivante ma anche più difficile rispondere.

Oltre alla comunicazione verbale va tenuta presente anche l'osservazione reciproca compiuta all'interno del gruppo dei pari: i bambini si tengono

---

[23] per una definizione ed esemplificazione di diversi "stili d'intervento" nella discussione collettiva cfr. [PO] paragrafo 10.6.

continuamente d’occhio tra loro, procedendo così anche per imitazione o per “aggiustamenti” del proprio modo di procedere sulla base di “quel che succede intorno” nella classe. Nei momenti in cui abbiamo chiesto esplicitamente ai bambini di osservare e commentare ciò che facevano i compagni, ci si è presentata in modo particolarmente chiaro la produttività del processo per il quale i bambini si immedesimano nella situazione vissuta dai pari, riconoscendo difficoltà e percorsi simili ai propri, con il vantaggio però di poterle vedere dall’esterno. Come sempre, guardandosi “dall’esterno” (rispecchiati negli altri) si riesce a riflettere più liberamente, si vedono cose che altrimenti non si vedrebbero, individuando meglio i problemi e i possibili varchi attraverso i quali ci si può aprire la strada verso dei percorsi di soluzione. Anche in questo caso, infatti, uno degli aspetti che aiuta a individuare meglio i problemi centrali in mezzo ad una molteplicità di variabili accessorie è il confronto che ciascuno può operare tra le proprie difficoltà e quelle degli altri in una data situazione: tra le diverse difficoltà personali e particolari di ognuno ce ne sono alcune che ricorrono, ripresentandosi allo stesso modo per tutti; questo allora significa che ci si deve riflettere insieme, magari che è necessario prendere qualche decisione comune…

Un'altra ragione che sta alla base della scelta di centrare il percorso di apprendimento sull’interazione sociale è il riconoscimento dell’origine e della funzione sociale della conoscenza, e in particolare delle strutture matematiche, dal momento che di queste ci si sta occupando. È infatti vero che i modelli matematici sono utili a ciascun individuo per interpretare la realtà; è anche vero però che questi sono nati e servono per costruire interpretazioni e significati comuni e comunicabili: le strutture della matematica e i suoi linguaggi servono anche "per intendersi", per agire insieme sulla base di comuni punti di riferimento, scopi comuni, criteri di azione condivisi. Questi riferimenti rendono fra l'altro possibile controllare reciprocamente le affermazioni degli attori di una relazione, oppure, ad esempio, proseguire un lavoro "pratico" o una ricerca da dove qualcun altro ha lasciato…

Giungendo all'acquisizione di tali strutture attraverso un processo di interazione sociale si mettono in evidenza tutti questi aspetti e ci si avvicina ai meccanismi logici e storici che hanno portato alla loro nascita. Con ciò non si vuole dire che «l'ontogenesi ripete la filogenesi» e che quindi, nel nostro caso, i bambini ripercorrono "tale e quale" il percorso seguito dalla specie umana (o almeno degli umani "occidentali") per *inventare la matematica*. Ciò ovviamente non è possibile, se non altro per il fatto che gli alunni di una scuola elementare di Napoli, 2003, sono individui nati e cresciuti in un contesto sociale, culturale, linguistico, ambientale permeato fino all'osso da tali strutture e modi di guardare, per quanto i bambini (ma anche molti adulti) magari non li sappiano ancora padroneggiare, o non siano consapevoli di quelli che già usano proprio perché li danno per scontati. La questione è piuttosto questa: se si permette ai bambini di acquisire determinate strutture culturalmente codificate attraverso una ricerca comune, che li porti a scontrarsi in prima persona con i problemi e le necessità ai quali tali strutture sono in grado di rispondere, si dà loro la possibilità di apprendere in modo significativo, facendosi un'idea più realistica dell'utilità, del senso e del funzionamento di una certa disciplina. Tale comprensione si comincia a costruire soprattutto attraverso la sperimentazione, per quanto mediata ed attuata ad un livello di base, dei percorsi anche tortuosi della ricerca, dei modi in cui il filo del ragionamento passa da un individuo all'altro, dei momenti in cui si abbandonano strade e ipotesi che «però, forse», avremmo anche potuto portare avanti, della necessità di compiere scelte condivise (anche arbitrarie) o di negoziare significati e definizioni della situazione. L'impressione che si ha di "che cos'è la matematica" è ben diversa nel momento in cui, invece, ci viene propinata "bell'e fatta", spuntata non si sa da dove come il monolite nero di "2001 Odissea nello spazio"[24].

La "ricerca comune" nel nostro caso si è costruita attorno ad alcune esperienze effettivamente attuate insieme a scuola. In genere in classe

> «si parla e si ragiona di oggetti che non sono "presenti", perché lontani nel tempo o nello spazio, o perché generali, astratti, proposti attraverso una definizione verbale, introdotti dall'insegnante perché ritenuti formativi anche se lontani dall'esperienza personale del bambino.»[25]

<u>Il ruolo della "mediazione culturale" promossa dall'insegnante consiste anche nell'organizzare dei momenti di esperienza condivisa, che siano significativi ai fini dell'acquisizione di determinati "strumenti culturali", e ai quali il discorso in classe si possa riferire.</u>

---

24 Kubrik, S., *2001, A Space Odyssey*, UK 1968

25 [PO] pag.166

Questo tipo di esperienza comune

«costituisce l'aggancio condiviso a cui si richiamano gli interlocutori: si parla infatti di "ancoraggio referenziale" per sottolineare la sua importanza non solo per il carattere sistematico delle esperienze che si possono fare a scuola, ma anche perché la condivisione del referente consente un più facile innesto per le costruzioni astratte che vi si possono basare».[26]

Come si è già detto, e come si vedrà meglio dalla descrizione analitica del progetto, si tratta di esperienze "**aperte**", che mettono di fronte alla necessità di risolvere insieme dei problemi. In questo contesto è però necessario precisare che

«non si intende "soluzione di un problema" nel senso forte del termine, ma in un senso più ampio: il risultato di una discussione può anche essere quello di delimitare o definire il problema, escludendo gli elementi secondari, accessori o devianti; oppure quello di approssimarsi alla soluzione attraverso una serie di fasi intermedie che si rivela necessario percorrere». [27]

Tali fasi non sono, comunque, già rigidamente preordinate da insegnanti e ricercatori, ma appunto «si rivelano necessarie» durante il percorso. La situazione infatti è (deve essere) aperta anche per gli adulti, per quanto riguarda sia il suo svolgimento che il suo significato. Ovviamente ci sono delle idee di base che guidano la progettazione e degli obbiettivi che ci si propone di raggiungere quando si organizzano determinate attività. Il senso del percorso si rivela infatti anche agli adulti solo nel corso del suo svolgimento, e in particolare alla fine, nel momento in cui si vede dove ha portato, che reazioni ha provocato nei bambini, in quali direzioni lo hanno spinto le loro esigenze, curiosità e difficoltà, che cosa è rimasto nella loro memoria e come sono cambiate i loro atteggiamenti, competenze, strumenti (se sono cambiati). L'adulto parte con l'idea che "i punti significativi" siano alcuni e non altri, ma durante il percorso tale idea interagisce

---

[26] [PO] pag.167

con il modo di essere e di vedere dei bambini, per i quali possono risultare "significativi" o problematici aspetti diversi e, per gli adulti, inattesi. Si è già parlato, d'altronde, alla fine del primo paragrafo, del modo in cui la ricerca svolta insieme ai bambini porta l'adulto a cambiare la propria visione delle cose. In questo senso gli insegnanti e i bambini fanno parte, insieme, di un "gruppo di ricerca", che durante il proprio lavoro si trova continuamente a negoziare collettivamente il significato e la definizione delle esperienze affrontate.

Resta da vedere quale può essere il <u>ruolo dell'insegnante nella discussione in classe. Il problema è che si è sempre sul filo tra la tentazione di un "interventismo" eccessivo e il rischio di abdicare al proprio ruolo di mediatori</u>, portando a quello che Pontecorvo individua come «uso depotenziato della discussione»: tale situazione si verifica quando l'insegnante si limita ad adoperarsi perché "riescano a parlare tutti", lasciando che la discussione si trasformi in un elenco di opinioni, preferenze personali o esperienze, rese spesso in modo poco chiaro e poco connesse tra loro, come facilmente può accadere in un gruppo di una ventina di bambini ancora piccoli. L'intervento dell'adulto può invece essere utile per favorire il "passaggio del filo del discorso" da un bambino all'altro, ad esempio attraverso interventi di rispecchiamento[28] o di amplificazione e riformulazione delle idee. Si è citato all'inizio del paragrafo, fra l'altro, il rischio

---

27 [PO] pag.184

28 Pontecorvo dà degli "interventi di rispecchiamento" la seguente definizione : «attraverso ripetizioni e riformulazioni il parlante comunica uno sforzo di comprensione e incoraggia

che la “logica di gruppo” porti a sommergere a volte delle idee “buone”, se risultano divergenti da tale logica o non sono difese con sufficiente energia: l’insegnante può provare a riportarle alla luce, sottolineandole o a rendendole più comprensibili col variarne la forma.

Perché la discussione sia produttiva è necessario inoltre che segua, appunto, un filo, il che implica un’opera di selezione tra i vari possibili stimoli che emergono da ogni intervento. Tale selezione viene inevitabilmente svolta, almeno in parte, dall’insegnante. È possibile comunque, in molti casi, “limitare le perdite” dovute a tale genere di intervento organizzando le discussioni e le attività in modo da seguire, uno per volta, più fili e mettendo alla prova diverse strategie. Un’altra possibilità è quella di raccogliere e sintetizzare nel corso della discussione tutte le proposte emerse in merito ad un determinato problema e chiedere ai bambini stessi di accordarsi per scegliere quella che sembra loro più convincente.

Il rischio che l’insegnante non lasci abbastanza spazio ai bambini, cercando di condurli su sentieri prefissati o di “dare tutte le risposte”, è sempre presente, e va evitato. Tuttavia, suggerisce Lebohec, non è il caso di lasciarsi ossessionare dalla paura di sbagliare, di dire una parola di troppo, né prendersi eccessivamente sul serio attribuendo ai propri interventi una capacità di cambiare il corso delle cose maggiore di quella che hanno in realtà.

«Non bisogna farsi dei complessi, non bisogna lasciarsi paralizzare da una norma di comportamento che dovrebbe garantire la purezza dell’atteggiamento. Se si ha voglia di dirlo, lo si dice. Personalmente io ritengo che faccia parte del nostro ruolo suggerire, di volta in volta, un passo più in là. Lo si può fare in tutta serenità perché se il gruppo non è maturo, non coglierà il

---

l’interlocutore a proseguire il discorso, fornendogli al tempo stesso l’opportunità di chiarire ed elaborare ulteriormente il proprio messaggio». [PO] pag.116

senso di questo intervento. Tuttavia, per caso, potrebbe germogliare sotto sotto in qualche cervello e dare in seguito tutti i suoi frutti. Se fosse necessario che il maestro stesse zitto in ogni occasione, sarebbe veramente un chiedergli troppo. Deve lui costruirsi il suo stile di comportamento in funzione della sua personalità, della sua concezione attuale delle cose. Se incontra dei compagni, deciderà forse, come loro, di tentare di restare più a lungo silenzioso. Ne trarrà forse piacere. Tutto dipende dalle circostanze.» [29]

In genere, mi sembra, la capacità di «restare più a lungo in silenzio» aumenta insieme con l'esperienza e con la sicurezza che ogni insegnante acquisisce nel proprio metodo dopo averne visti i frutti. Una volta che si è sperimentata la propria capacità di garantire ai bambini, anche con metodi "non tradizionali", almeno le conoscenze fondamentali, si è meno preoccupati e si è disposti a rischiare di più; si oppone anche meno resistenza ai tentativi dei bambini di portare loro stessi e noi su nuove strade.

1.5. Contare

«Contare è fare un'azione», arriva a concludere Alessandro, uno dei bambini che hanno partecipato al progetto. La sua definizione è certamente un po' troppo sintetica, ma coglie bene il punto centrale del "significato del contare" intorno al quale si è strutturato il nostro percorso.

"**L'azione del contare**" si struttura come una coordinazione tra una serie di atti interni ed esterni. Innanzitutto, c'è la sequenza, configurata ritmicamente, allineata nel tempo, di atti interni di focalizzazione dell'attenzione diretti verso le "cose da contare" (termine "esterno" dell'atto). Tali atti possono essere **coordinati**, in diversi modi, con atti esterni: prendere e spostare, per meglio *distinguere* le cose già contate da quelle ancora da contare, toccarle *una alla volta*,

[29] [LE] pag. 146

oppure produrre segni di vario tipo (sul *distinguere* e sulle *volte* tornerò più avanti). A proposito del **segno verbale**, ovvero della coordinazione della sequenza di atti di attenzione con la sequenza codificata delle parole numero (prodotta tramite segni percepibili all'esterno o interiorizzata nella forma del "contare nella mente"), è necessario un discorso più specifico:

«a pochi mesi c'è una precisa e "astratta" percezione- del- due, una precisa percezione- del tre; forse, anche una diretta percezione- del- quattro. Ma per andare oltre bisogna "imparare a contare", e "imparare a sapere di saper contare"; e per questo traguardo dovranno passare ancora molti mesi, perché dovranno svilupparsi i legami tra "discorso" e "azione" ».[30]

"Saper contare" fra l'altro implica anche la conoscenza del meccanismo per il quale l'ultimo numero pronunciato "dà il nome" alla numerosità del gruppo. Tale meccanismo in genere è già stato interiorizzato all'ingresso in prima elementare, ed è già dato tanto per scontato che per i bambini risulta difficile da esplicitare (si veda, al Cap.5, il dialogo con il marziano che non sa contare).

La nostra capacità di contare si costruisce sulla presenza di una delle categorie, o "modi originari di guardare il mondo" fondamentali: la categoria di "**individuo**".

«Chiamiamo **IN-DIVIDUO** qualcosa (oggetto, essere vivente, sistema, correlazione stabile di parti…)[…] che è **definito in quanto preso-nella-sua-interezza, e in qualche modo assimilabile e discriminabile rispetto ad altri simili**. A un individuo attribuiamo un **nome ("comune"**: per ora non ci occupiamo di nomi "propri") che servono ad **etichettare e stabilizzare la sua definizione** in quanto individuo-schema. Tutti gli individui che fanno parte della stessa definizione schematica "fanno parte" di una **classe**: e fin d'ora è cruciale notare come discriminazione (non definizione!) di individuo e discriminazione (non definizione!) di classe siano intrecciati in un comune viluppo di radici percettive, cognitive, operative e linguistiche. All'individuo generico della classe a cui corrisponde il nome ci riferiamo poi facendolo precedere dall'articolo "un" (sottintendendo "esemplare di") . […]. "Un" generico **individuo ("cosa") guardato e trattato come tale** costituisce la nostra **definizione ostensiva e operativa di UNO**. In altre parole: "uno" è ciò che hanno in comune tutti gli individui-cose di ogni tipo; ciò che può/deve essere colto in via preliminare nell'atto di attenzione globale in cui si realizza qualunque ri-conoscere.»[31]

30 [G2] pag.4. Per un approfondimento della questione del "contare a pochi mesi" si rimanda a [DE],capitolo II
31 [G2] pag. 3

Individuo è, per rifarsi alle radici etimologiche del termine
«quello che non si può pensare di dividere senza che perda la sua identità»[32].

Tale **identità** dev'essere almeno relativamente stabile, pur attraverso le molteplici trasformazioni che l'individuo può subire. Solo così l'individuo è identificabile, discriminabile, riconoscibile, e, dunque, anche "contabile". Per comprendere la strutturazione del contare è importante anche mettere in evidenza i rapporti indicati fra **individuo e classe**: nel momento in cui conto, conto sempre gli esemplari di una classe, alla quale mi riferisco anche implicitamente, sia che gli individui che sto contando siano "identici" o molto simili (e allora conto "la classe di tutte le viti che ho nella scatola", "la classe degli esseri umani viventi al momento attuale", eccetera…), sia che essi siano molto diversi tra loro, nel qual caso devo comunque trovare una classe più ampia a cui appartengono tutti, fosse anche "la classe delle cose che ho deciso di contare in questo momento".[33]

Alla categoria di **individuo** è collegata la nozione di "**discreto**", che indica appunto la caratteristica degli individui di essere stabilmente distinti gli uni dagli altri, separati e riconoscibili (ovvero, è possibile "discernerli").

La nozione di "discreto" assume significato in opposizione a quella di "**continuo**", a sua volta riferita alla categoria di "**sostanza**":

«quasi a contrasto [rispetto alla categoria di individuo], chiamiamo invece **SOSTANZA** qualcosa, sempre presente fin dalle radici dell'esperienza fisica/percettiva e mentale/rappresentativa, che è definito in quanto **prendibile-in parti- grandi/piccole-quanto-si-vuole**. ("Sostanza" è- in greco come in latino- qualcosa che "sta sotto", che "sostiene" una nostra specifica, illimitata "capacità", operativa e valutativa, anch'essa risonante con una specifica, illimitata "disponibilità" del mondo).[…] Sull'idea di SOSTANZA si struttura e si stabilizza la nozione-categoria di CONTINUO, in contrasto oppositivo a quella di discreto: è infatti una generica **parte di sostanza guardata e trattata come tale** (p.e. "dell'"acqua) che costituisce la nostra **definizione operativa**

32 [G2] pag.6
33 La questione verrà ripresa in *3.7.2* a proposito della struttura additiva.

e ostensiva di QUANTITA' continua". Ogni sostanza può essere riconosciuta come un "quasi-individuo-illimitato, sopravvivente come tale a qualsiasi separazione e manipolazione di sue parti. (Quando penso a "l'acqua", penso potenzialmente a tutta l'acqua del mondo; quando penso a "dell'acqua", penso potenzialmente ad una qualunque parte di acqua, separata da tutta l'altra acqua del mondo). […] Le sostanze come tali, in quanto cioè quasi-individui-illimitati (eventualmente raggruppati in classi), possono ovviamente essere contate. A livello di pensiero/azione naturale quasi mai interessa (è utile) farlo […] (Ben diverso è il caso del "pensiero scientifico": il conteggio di quante sono le caselle occupate nella tavola del "sistema periodico" degli elementi chimici corrisponde a cruciali caratteristiche di microstruttura della materia. Lo stesso per il conteggio dei diversi composti idrogenati del carbonio. E così via).
Invece, da che (qualunque) cultura è cultura si contano parti: parti cognitivamente, operativamente…artificialmente, provvisoriamente… "discretizzate" di sostanza. Si MISURA cioè una QUANTITA' DI SOSTANZA CONTESTUALMENTE SEPARATA per i nostri scopi attraverso la sua TEMPORANEA (o ipotetica) SCANSIONE IN PARTI.» [34]

La sostanza, dunque, per essere contata deve essere "**discretizzata**": il che in genere avviene nel momento in cui noi la "costringiamo ad entrare" in un individuo-contenitore (prendendone la forma), o la tagliamo a pezzi della dimensione o del peso voluto, o comunque compiamo su di essa una sequenza di azioni ritmiche di vario genere atte a misurarla, separandola in passi, sorsi, metri, battute (poiché anche il tempo e lo spazio vengono "trattati come sostanze"…) e così via. In questo senso definiamo il contare come "riconoscimento di un discreto preesistente (per quanto riguarda gli individui) o imposizione di un discreto formante (nel caso delle sostanze)".

All'"identità" che caratterizza gli individui corrisponde, per quanto riguarda la sostanza, la "**conservazione della quantità**", che rimane stabile malgrado tutte le operazioni di discretizzazione a cui noi la sottoponiamo (ovviamente la quantità di sostanza si conserva anche in seguito ad operazioni e interazioni di altro genere, ma questa "è un'altra storia").

[34] [G2] pag. 6-7

Lavorando con i bambini ci siamo resi conto direttamente delle difficoltà, pratiche e concettuali, legate alla “discretizzazione forzata” delle sostanze: le sostanze, ma anche gli esseri umani, fanno resistenza, all’inizio…In più, c’è anche il problema delle cose che possono essere guardate come insiemi di individui o come sostanze (ad esempio il riso, contabile a chicchi o a bicchieri, come si vedrà).
Abbiamo anche scoperto che, oltre alle sostanze, ci sono altre cose “difficili da contare” perché, pur essendo “in teoria” individui, non hanno delle caratteristiche di stabilità o di “separabilità” sufficienti per noi, per i mezzi percettivi che abbiamo a disposizione: cose che si muovono troppo velocemente, che scappano, che sono troppo piccole o troppo grandi o troppo lontane o tendono a stare tutte attaccate una all’altra…Insomma, la faccenda è più complessa di quello che potrebbe sembrare.

In nostro aiuto possono intervenire, in alcuni casi, gli **individui-segni**, nella forma di segni grafici ad esempio, o di oggetti-marcatori: possono esserci utili per supplire alle necessarie caratteristiche di stabilità o di “manipolabilità”, carenti nelle cose che dobbiamo contare, e che i segni vanno a rappresentare, a sostituire: grazie ai segni possiamo lavorare con una cosa “comoda” anziché con una “scomoda”, con una cosa che rimane al posto di una che ci sfugge… E ovviamente i segni hanno anche il ruolo fondamentale di rendere stabile la memoria, di aiutarci a non perdere il conto...

Un ulteriore aspetto che va incluso nella definizione del contare è il riconoscimento della doppia funzione dei numeri come marcatori di **stati** e **trasformazioni**:

«il numero può specificare infatti <quanti ce ne sono…>, oppure <quanti ce ne sto mettendo/levando…>; <quanto sono più avanti di…> oppure <di quanto mi sto muovendo, avanti o indietro…>, e così via»[35].

Se non si supponesse la possibilità di "aver a che fare" con delle trasformazioni non ci sarebbe nemmeno la necessità di marcare gli stati, almeno nella maggior parte delle situazioni. Nel nostro percorso l'esplorazione della struttura del contare è strettamente legata, non a caso, alla **struttura additiva** (col doppio segno), e alla **struttura moltiplicativa.**

Lavorando anche sulle "trasformazioni" (operazioni), fra l'altro, si capisce molto meglio il significato e il funzionamento dello **zero** e dell'**uno**:

«l'essenza stessa delle strutture additiva e moltiplicativa corrisponde alla cruciale possibilità di "lavorare" sui numeri riferendoli ad uno "zero" sostanzialmente arbitrario e quindi mobile (invarianza per traslazione, o principio di induzione che dir si voglia), e/o ad un "uno" altrettanto arbitrario e quindi aggiustabile (invarianza di scala)» [36].

Il rapporto tra struttura delle **operazioni** e struttura del contare emergerà meglio dalla descrizione delle attività svolte. Inoltre le strutture e i significati delle quattro operazioni ai quali ci siamo riferiti durante il lavoro saranno schematizzati nell'appendice. Un punto particolarmente importante da segnalare in questa sede è il collegamento tra struttura moltiplicativa e struttura del contare, evidenziato in 6.1., accomunate dal concetto di "**volte**" che caratterizza la moltiplicazione (a differenza dell'addizione) come "operazione ritmica".

---

35 [G1] paragrafo 3.2
36 [G1] paragrafo 3.2

CAPITOLO 2

CONTESTO E METODI DELLA RICERCA

2.1.

Il progetto di ricerca-intervento descritto nel presente lavoro si è svolto in due prime elementari durante l'anno scolastico 2003\2004, da novembre a maggio, integrando una serie di attività da me proposte in quanto "studentessa-ricercatrice" esterna nel lavoro quotidiano della classe. I miei interventi a scuola si sono articolati in una serie di sette, otto incontri per ognuna delle due classi prime, della durata di due o tre ore ciascuno (il "lavoro" vero e proprio difficilmente poteva durare più di un'ora e mezzo o due, essendo molto intenso; spesso però mi sono fermata più a lungo, durante il pranzo o la ricreazione: questi momenti sono stati, oltre che piacevoli, utili per instaurare una relazione più solida con i bambini e le insegnanti, per inserirmi nel contesto della classe e comprenderlo meglio). Tali interventi sono stati progettati per aprire alcune strade che poi sono state ulteriormente esplorate da insegnanti e alunni in mia assenza e collegate con gli altri percorsi portati avanti in ciascuna classe.

2.2. **Il contesto**

Le classi coinvolte nel progetto si trovano nella Scuola Elementare Statale "Madonna Assunta", a Bagnoli, 73° C.D. di Napoli. Da trent'anni questa scuola è aperta alla sperimentazione in più campi, tra i quali anche quello della didattica della matematica, e pratica il tempo pieno (rarissimo a Napoli): tale “tradizione” è stata avviata in particolare grazie ad un gruppo di insegnanti (tra i quali una delle partecipanti al nostro progetto, Olga Mautone) legati al Movimento di Cooperazione Educativa, alla fine degli anni ’70, quando ancora “Madonna Assunta” era fondamentalmente la scuola dai figli degli operai dell’Italsider. Oggi l’Italsider è chiusa e Bagnoli è cambiata. A “Madonna Assunta” c’è anche un buon numero di bambini che provengono da altri quartieri, attratti dal tempo pieno e dalla fama di “scuola all’avanguardia” che si è ormai conquistata. I contesti sociali e culturali da cui provengono i bambini sono quindi molto vari: non si tratta di una delle cosiddette “scuole di frontiera”, ma nemmeno di un ambiente “d’élite”. Sottolineo quest’aspetto perché non si possa incorrere nell’errore di giudicare la nostra esperienza possibile solo con bambini “particolari” o in una situazione “protetta”: malgrado tutto, Madonna Assunta non è esente dalle difficoltà che si possono mediamente incontrare in qualsiasi scuola pubblica italiana.

Per quanto riguarda in particolare la didattica della matematica, nell’anno scolastico 2003/2004 si è tenuto al 73° Circolo un corso di aggiornamento rivolto alle insegnanti della scuola e condotto dal Prof. Paolo Guidoni (promotore del nostro progetto di ricerca), affiancato da una serie di “incontri di autoaggiornamento” promossi dalle maestre. Durante questi incontri, ai quali ho preso parte in diverse occasioni, si è fra l’altro messa in comune, specialmente tra tutte le insegnanti delle prime, l'esperienza che si stava svolgendo nelle due classi coinvolte nella nostra ricerca, aprendo possibilità di confronto e discussione che hanno anche influito sulla progettazione delle nostre attività successive e sull'interpretazione del significato di ciò che andavamo facendo. Una delle particolarità dell'esperienza qui analizzata consiste nella novità costituita, per le insegnanti e per me, dal tipo di percorso che abbiamo proposto ai bambini: in questo senso l'oggetto dell'intervento è stato, esplicitamente, sia la formazione dei bambini che quella degli adulti. Anche per questo è stato per noi necessario confrontarci continuamente, discutere di ciò che noi e i bambini andavamo scoprendo e accordarci sulle "mosse successive".

2.3. I metodi

Il nostro intervento ha costituito la prima tappa di un progetto di sperimentazione quinquennale previsto per le due classi coinvolte. Attualmente sono più diffuse ricerche di durata molto più limitata, svolte in genere su un campione più ampio. La ragione che ci ha spinto ad orientarci verso un tipo di ricerca diverso è l'esigenza di vedere dove portano determinati percorsi e modi di affrontare i problemi: se si gettano certe teste di ponte, cosa si riesce poi a costruirci sopra, quali strade si aprono, cosa "rimane" nella testa delle persone? Ovviamente per capire meglio sarebbe utile "vedere cosa succede" ai bambini coinvolti anche dopo le elementari, ma questo può essere un po' più complicato; già tra la prima e la quinta, comunque, è possibile farsi un'idea abbastanza articolata a proposito della significatività di un percorso, delle dinamiche che si innescano nel gruppo e in ciascuno, come si è detto anche in 1.3 in riferimento all'esperienza di Lebohec.

L'intento di questo lavoro non è dunque quello di fornire dati "oggettivi": è piuttosto quello di raccontare una storia, che in genere è, per rifarsi alle parole di Feyerabend, la cosa più sincera che si possa fare[37]. Oltre al vantaggio della "sincerità" , la forma narrativa offre il vantaggio di lasciar emergere un numero molto maggiore di variabili significative per il percorso svolto, che sono poi tutti gli elementi soggettivi, particolari e contingenti che influenzano e determinano "il comportamento degli esseri umani nell'apprendimento"[38]. Questi elementi rendono ogni esperienza irripetibile: le stesse proposte possono aprire strade diverse in diversi contesti, come è evidente in questo caso già confrontando gli avvenimenti nelle due classi, che pure erano una accanto all'altra. E' importante anzi lasciare che queste strade si aprano, modificando anche, se necessario, le proposte fin dall'inizio per adattarle alla storia precedente di ciascuna classe, alle esigenze emerse.

Per quanto sia irripetibile, l'esperienza altrui a cui abbiamo accesso tramite il racconto può suggerire, aprire altre possibilità di vita che altrimenti non riusciremmo a vedere. Da ogni racconto ognuno può prendere liberamente ciò che

---

[37] [FE] pag.128-130. L'autore si riferisce qui, in particolare al contesto della ricerca in fisica e in medicina. Se una simile considerazione funziona in quei campi, a maggior ragione si attaglia alla ricerca nel campo dell'educazione dove le componenti soggettive sono ben più evidenti.

[38] «Il titolo che Paul dà ai suoi seminari, *Il comportamento dell'essere umano nell'apprendimento,* mi era sembrato un titolo freddo, quasi accademico, per una esperienza così calda. Mi ero lasciato colpire dai termini e non avevo colto la globalità della frase che sottolinea le relazioni, prendendo la distanza da un approccio psicologico che studi l'essere umano "in sé" e da

gli può servire per capire meglio o per modificare la propria "storia". Ci sono poi storie che riescono a portare alla luce alcuni nodi problematici fondamentali, "comuni a tutti"(o almeno, comuni all'interno di una determinata cultura). Tramite la narrazione possiamo arrivare a vedere meglio come si presentano tali nodi, scoprire che qualcuno li ha affrontati (invece di cercare di aggirarli), che sono quindi affrontabili; chi racconta può suggerire una strada, indicare i punti dove si può sprofondare, mostrare alcune mosse che possono servire per uscirne bene…

Questo lavoro è mosso dalla speranza di poter dare un piccolo contributo in questa direzione.

Il modo che ho scelto per raccontare questa "storia" cerca però di avvicinarsi, più che al modo dei narratori, a quello degli storici: ho cercato di riferirmi il più possibile alle "fonti", citandole ampiamente e indicando come sono state reperite, mettendo i documenti a disposizione di chi è interessato. L'idea è quella di permettere al lettore di farsi un'idea dell'esperienza narrata anche diversa da quella che ne ha il narratore: la descrizione vuole dunque essere abbastanza precisa e dettagliata da offrirsi come strumento a chi legge per analizzare criticamente l'esperienza che viene presentata, per valutare se le nostre deduzioni o le nostre scelte sono convincenti oppure no, per trarre eventualmente conclusioni diverse o poter confrontare il contesto descritto con quello in cui il lettore si trova ad operare.

---

un approccio cognitivista che studi l'apprendimento "in sé". Il contesto, il luogo dove i processi si dispiegano è l'esperienza viva.» Marcello Sala in [LE], pag. VII-VIII

2.4. La raccolta dei dati

La principale fonte a cui ho fatto riferimento nella stesura del lavoro sono le registrazioni audio degli incontri svolti con i bambini, integrate da appunti presi direttamente durante il lavoro o subito dopo. In particolare mi sono stati utili alcuni schizzi molto schematici che sono serviti a ricostruire meglio situazioni per le quali era essenziale alla comprensione anche il contributo della memoria visiva: la maggior parte di questi schemi sono stati riportati nel testo (ved. "figure"). Ho riportato anche alcuni elaborati dei bambini svolti individualmente (Capitolo 5) e la riproduzione dei lavori di documentazione prodotti dalla classe alla fine dell'anno (Capitolo 6).

Il metodo di lavoro utilizzato ha fatto sì che fosse comunque preponderante il ruolo della discussione, per i motivi esposti in 1.4. Ho cercato per quanto possibile di riportare per intero parti di dialogo almeno in corrispondenza dei momenti più critici. D'altra parte le cassette non sono state sbobinate per intero: mi sono riferita soprattutto agli appunti che ho preso riascoltando le cassette nei giorni immediatamente successivi a ciascun incontro, quando ancora erano vivi nella mia memoria i particolari del lavoro svolto. Negli appunti ho da una parte eliminato molto materiale, scegliendo di riportare ciò che mi sembrava più importante per i fini individuati, e dall'altra ho integrato la pura registrazione delle parole con osservazioni, spiegazioni, impressioni ricevute durante il lavoro sul campo. Il criterio con cui ho preso gli appunti dalle cassette ha poi subito un'evoluzione nel corso del progetto, man mano che mi rendevo conto della necessità di riportare alcuni aspetti con maggiore precisione (ad esempio, all'inizio non sempre specificavo il nome di chi parlava prima di riportare l'intervento…). Anche la stessa registrazione delle cassette è stata svolta con un particolare criterio, dei cui limiti mi sono resa conto verso la fine dell'esperienza: durante i primi incontri infatti tendevo ad accendere il registratore soprattutto quando parlavano i bambini, tralasciando a volte gli interventi delle insegnanti o miei, soprattutto per quanto riguarda i momenti in cui presentavamo il lavoro che si sarebbe svolto durante ciascuna giornata. In realtà ho potuto verificare col tempo che sarebbe stato utile ricordare in maniera più dettagliata anche le parole usate dagli adulti in quei contesti per comprendere meglio il senso delle risposte dei bambini.

È necessario infine chiarire il criterio generale che ha guidato l'osservazione: ho centrato l'attenzione soprattutto sul percorso del gruppo. Secondo tale criterio i percorsi individuali emergono solo in parte, anche se ovviamente durante il lavoro si è cercato di seguire tutti i bambini anche individualmente, soprattutto nei momenti di maggiore difficoltà. La comprensione di come ciascuno ha vissuto l'esperienza richiederebbe una diversa impostazione della ricerca, e probabilmente tempi ancora più distesi per raggiungere una adeguata conoscenza di ciascun bambino.

2.5. Mappa delle attività dell'anno

Riporto di seguito la mappa delle attività svolte nelle due classi durante l'intero anno per quanto riguarda l'ambito logico – matematico, al fine di chiarire meglio il contesto in cui si sono inseriti i quattro "giochi lunghi" da me proposti. L'esigenza di tracciare una mappa, seppur molto schematica, dello sfondo nel quale si collocano le attività che sono più specificamente oggetto della ricerca, nasce come diretta conseguenza dell'idea del "fare scuola " che sta alla base del nostro intervento: l'apprendimento si costruisce attraverso processi a lungo termine, determinati dalle interazioni complesse che si stabiliscono tra i molteplici percorsi ed esperienze vissuti da ciascuno. Non è dunque possibile considerare le attività che si propongono a scuola separatamente l'una dall'altra, come se ciascuna fosse una specie di "pacchetto tutto compreso"; e non è nemmeno possibile (o meglio, spesso lo si fa, ma con conseguenze piuttosto nefaste) proporre concretamente le attività secondo questa logica, cioè una di seguito all'altra, chiudendole ogni volta per poi passare alla successiva e non pensarci più. È vero che, anche noi, nella mappa che segue, abbiamo diviso il percorso dell'anno in otto "fasi" indicate in ordine cronologico; ciò si è fatto per comodità espositiva, ma anche perché in effetti esiste un ordine secondo il quale sono state proposte le attività, e questo ordine non è casuale, ma ha delle specifiche motivazioni, dal momento che si è proceduto per percorsi e non per "moduli sfilabili e ricomponibili" (come sembrano invece suggerire i vari progetti di riforma della scuola susseguitisi in questi anni). D'altra parte, però, è importante tener presente che nessuna delle "fasi" e delle attività proposte si è chiusa in modo definitivo: ci sono stati continui intrecci, collegamenti e ritorni, rielaborazioni di attività precedenti alla luce delle successive esperienze...né il filo si è interrotto con la fine dell'anno scolastico: il lavoro in seconda, ora in corso, sta procedendo, per così dire, sulla trama intessuta l'anno passato (cfr. Cap.8, intervista alle insegnanti).

Ovviamente i collegamenti, le reciproche influenze esistono sempre anche con altre esperienze, scolastiche e non, oltre che tra quelle più strettamente riconducibili alla programmazione dell'ambito logico matematico. La scelta di includere nella mappa solo queste ultime è dovuta in parte alla necessità pratica di porre un limite al campo osservato, ma trova una ulteriore giustificazione nel fatto che tali attività sono state esplicitamente progettate e realizzate con l'intenzione di creare un percorso d'apprendimento organico e coerente.

N.B. Le attività che sono state svolte anche con me sono scritte in grassetto.

MAPPA DELLE ATTIVITA' DELL'ANNO

Prima fase

Avviare una serie di conversazioni su

- Dove stanno i numeri, dove li incontriamo
- A che servono
- A cosa pensiamo quando pensiamo ai numeri

Seconda fase
Giochi in palestra
- Le andature, camminare come … e percorrere uno spazio
- **Regina Reginella**
- Un due tre stella
- Andare veloce, medio, piano, pianissimo

Terza fase
Che delizia con il discreto ed il continuo:
- Caramelle (una per volta, due per volta…; quante ne rimangono nella scatola… ne abbiamo abbastanza per distribuirle a tutti?…)
- Tavolette di cioccolato (dividere in parti uguali, distribuire; si può immaginare di dividere all'infinito?)
- Nastri di liquirizia (conservazione della quantità: confronto fra lunghezza dei pezzi e numerosità; conservazione della quantità malgrado il cambiamento di forma – arrotolato, srotolato…)

Quarta fase
I racconti e le storie con i rapporti (piccolo, medio, grande; ciò che è grande per la formica è piccolo per il leone…)
- Riccioli d'oro e i tre orsi
- Il leone, il topo e la formica
- La formica e l'ape

Quinta fase
Raccolta di materiali per
- Costruire le suppellettili della casa degli orsi
- Raccogliere e classificare
- Fare "pacchetti" ed appenderli alla fune dei numeri (quante cose in un pacchetto; ordinare i pacchetti per numerosità crescente degli elementi contenuti; confronto fra spazio occupato e numerosità)
- Ricoprire superfici con tasselli di dimensioni e forme diverse (es.:ricopro il banco prima con i chicchi di riso, poi con i quadernoni…)

Sesta fase
La Ballata degli Elefanti
- **I passi avanti e i passi indietro**
- **I marcatori dei passi**
- **È come se…**
- **Addizione e sottrazione**
- **Moltiplicazione (ho fatto tante volte 1… 2…ecc.)**

Settima fase
Il gioco dell'oca
- A contare passi avanti e dietro

Le cucchiaiate di riso
- **Incontro con il continuo**

Il Gioco dell'Attesa
- **Le cose che si contano facilmente e quelle difficili da contare**

Il Gioco dell'Attesa 2
- Aspettando il campo scuola: contare ed operare addizioni e confronti entro il 30

Le tende matematiche
- **L'uso del simbolo per contare per 1, per 2, per 3….**

Ottava fase

- Una storia matematica

Nell'ultima parte dell'anno, "rivisitando" le esperienze passate, i personaggi incontrati, le storie lette, le conquiste fatte, sia in ambito linguistico sia in quello matematico, si inventa una storia…

- Le case, le barche, i viaggi.

Tre grandezze: grande, medio, piccolo; tre case da costruire; tre barche che trasportano mattoni e sacchi di cemento, tanti i viaggi da fare e tanti i soldi da pagare….

Ad ogni fase segue una conversazione su quanto fatto e scoperto. A fine percorso il lavoro, anche per tappe, così come è stato programmato, viene sistemato su cartelloni e "raccontato" dai bambini.

Nell'aula sono presenti "spazi" che sollecitano ulteriori scoperte:

- Tabella delle presenze. (settimanale)
- Calendario mensile
- Orologio
- Cerchi del tempo (i mesi, le stagioni, il tempo della giornata scolastica..)

In palestra si propongono

- regina Reginella ….
- percorsi
- corse
- laboratorio di topologia

Un altro spazio è dedicato alla raccolta di materiali vari, materiale con cui i bambini giocano e che si divertiranno a "mettere in ordine" secondo diversi criteri:

Raccolta di <u>prototipi</u>
di <u>famiglie</u>

1.

Partire dalla raccolta di <u>prototipi</u>.

Il discreto
Oggetti interi grandi, patate, sassi, caramelle….
Oggetti interi piccoli, noci, nocciole,… fagioli…lenticchie….riso?

Il continuo
Sabbia, acqua, zucchero, farina, olio….

Divisibili
Biscotti, pizze, metro di liquirizia…

Scoprire cosa vuol dire contare

Sempre con gli oggetti alla scoperta di peso, volume, lunghezza, superficie.

2.
Le operazioni
Le equivalenze

{somma - sottrazione; moltiplicazione - divisione}

Vengono proposte inoltre

Filastrocche e canzoni

CAPITOLO 3

LA BALLATA DEGLI ELEFANTI

3.1

"È la Ballata degli Elefanti/ tre passi indietro, due passi avanti" : il conduttore del gioco (bambino o adulto) canta questa filastrocca per indicare ai partecipanti le azioni da compiere, sostituendo di volta in volta al due e al tre dell'esempio i numeri che vuole - scelti con un intento preciso, oppure a caso, magari estratti a sorte, ma sempre piccoli all'inizio. Si gioca e si osserva cosa succede, "dove si va a finire". Questa è la struttura di base, a cui si aggiungono a seconda delle necessità altre regole, segni per ricordare da dove si è partiti o dove si è arrivati, il percorso fatto…(nel nostro caso il pavimento dell'aula si è progressivamente popolato di linee e numeri scritti col gesso, scotch colorato, gettoni, ghiande…oltre ai vari schemi alla lavagna e promemoria su foglietti e quaderni).

Il gioco può aprire la strada ad una molteplicità di esperienze e riflessioni adatte a vari livelli di competenza: Lakoff e Núñez individuano nell'immagine del "movimento lungo una traiettoria" una delle metafore basilari su cui è costruita l'aritmetica; la *Ballata* può essere considerata una "drammatizzazione" di questa metafora, e in quanto tale offre la possibilità di scontrarsi direttamente, anche attraverso il corpo proprio e altrui, con molti nodi fondamentali.

Secondo Lakoff e Núñez, la nostra costruzione dei concetti e delle leggi dell'aritmetica elementare si realizza tramite quattro "metafore di base" (grounding metaphors), che «permettono di proiettarsi dalle esperienze quotidiane (come mettere delle cose in un mucchio) verso i concetti astratti (come l'addizione)»[39]. Tali metafore vengono correlate con le nostre capacità innate di

[39] [LN], pag. 52

percezione e riconoscimento delle quantità e le estendono notevolmente, fino appunto a permetterci di comprendere e utilizzare i concetti dell'aritmetica (il passaggio a concetti matematici più complessi avviene, secondo gli autori, attraverso altre metafore più articolate, dette "di collegamento", che non è però qui il caso di citare). Le "metafore di base" individuate da Lakoff e Núñez sono quattro: "l'aritmetica come collezione di oggetti"; "l'aritmetica come costruzione di oggetti"; "la metafora del bastoncino per misurare"; "l'aritmetica come movimento lungo una traiettoria". Riporto una parte della descrizione di quest'ultima metafora, data la sua relazione con il gioco della Ballata, oltre che con il concetto di "linea dei numeri" comunemente usato nella scuola elementare.

«Quando ci muoviamo lungo una linea retta da un posto ad un altro, la traiettoria del nostro movimento forma un segmento fisico – una linea immaginaria che traccia il nostro percorso. C'è una semplice relazione tra la traiettoria di un movimento ed un segmento fisico. L'origine del movimento corrisponde a un estremo del segmento fisico; il punto in cui termina il movimento corrisponde all'altro estremo del segmento fisico; la traiettoria corrisponde al resto del segmento fisico. […] Ecco come si sviluppa questa metafora:

ARITMETICA COME MOVIMENTO LUNGO UNA TRAIETTORIA

Dominio di partenza MOVIMENTO LUNGO UNA TRAIETTORIA		Dominio di arrivo ARITMETICA
Azione motoria lungo una traiettoria	→	Operazioni aritmetiche
Un punto della traiettoria	→	Il risultato di un'operazione aritmetica
L'origine, l'inizio della traiettoria	→	Zero
Punti su una traiettoria	→	Numeri
Un punto	→	Uno
Più lontano dall'origine di	→	Maggiore di
Più vicino all'origine di	→	Minore di
Partendo da un punto A, allontanarsi dall'origine di un tratto pari alla distanza che sussiste tra l'origine e un punto B	→	Somma di B ed A
Partendo da A, avvicinarsi all'origine di un tratto pari alla distanza che sussiste tra l'origine e B	→	Differenza tra A e B

[…] Quando i numeri sono punti su una linea, l'origine è già, per sua natura, un punto su una linea. Quando poniamo lo zero come origine, questo è già un punto.
Inoltre, questa metafora sfocia in una naturale estensione verso i numeri negativi – l'origine si trova da qualche parte su una traiettoria che si estende indefinitamente in entrambe le direzioni. I numeri negativi saranno i punti che si trovano dall'altra parte dello zero rispetto ai numeri positivi posti sulla stessa linea.
Questa estensione fu esplicitata da Rafael Bombelli nella seconda metà del sedicesimo secolo. […]

La concettualizzazione di tutti numeri (reali) come punti sulla stessa linea fu cruciale per una comprensione uniforme dei numeri. Oggi è difficile immaginare che ci sia stata un'epoca in cui una simile metafora non era comunemente accettata dai matematici!»[40]

Lakoff e Núñez interpretano anche le strutture della moltiplicazione e della divisione come estensioni della metafora del "movimento lungo una traiettoria", utilizzando il concetto di "iterazione" di un movimento di estensione sempre uguale lungo la linea, in direzione dell'origine o nella direzione contraria. Tale interpretazione è forse, però, un po' troppo semplicistica, e soprattutto non mi sembra che possa sostenere adeguatamente la comprensione di tali strutture (per proposte diverse e ulteriori riflessioni in merito all'approccio alla struttura moltiplicativa, cfr. 1.5, 6.1.e 6.5).

Nel proporre il gioco della Ballata all'inizio di un percorso verso la costruzione del concetto di numero abbiamo inteso affrontare per prima cosa il nodo dell'**arbitrarietà del riferimento spaziale (linea di partenza) e dell'unità di misura (lunghezza del passo).** La questione ha un aspetto in qualche modo paradossale che, se non esplicitato, spesso mette le persone in difficoltà: le cose più importanti, proprio quelle che servono per iniziare, sono arbitrarie, si possono anche scegliere a caso, tra infinite possibilità (anche se ci sono scelte più o meno comode, ma questo è già il passo successivo). Questa consapevolezza mette in luce il ruolo fondamentale dell'accordo intersoggettivo preliminare alla costruzione di qualsiasi modello matematico (nell'affrontare questo genere di questioni si evidenzia in modo particolare l'efficacia, se non addirittura la necessità, di una didattica basata sull'interazione sociale: cfr.1.4). Come accennato sopra, il passo successivo è l'individuazione di **criteri condivisi e utili che guidino le scelte**. La riflessione sul punto migliore in cui collocare la linea di partenza stimola i bambini a fare anticipazioni su "dove porterà il gioco"; in

40 [LN] pag. 70-73

genere è chiaro a tutti dall'inizio che prima o poi ci si dovrà muovere anche "dietro la linea " (in linguaggio *tecnico* "sotto lo zero"): è così che, ancora prima di iniziare a giocare, e tanto più nel corso dell'attività, la *Ballata* degli Elefanti permette ai "matematici principianti" un incontro non traumatico con i **numeri relativi**. Non si tratta di un innaturale tentativo di anticipazione, ma della necessità di una visione d'insieme più flessibile e produttiva rispetto al tradizionale insegnamento "per rivoluzioni successive".

«Si impara per esempio alla scuola elementare che "non si può sottrarre un numero grande da uno piccolo: 5-9 non esiste". Ricordo con quale soddisfazione, scoprendo nei miei compiti una sottrazione di tale tipo, scrivevo con la penna verde le lettere magiche "impossibile", che, grazie a questa semplice osservazione preliminare, mi dispensavano dall'intraprendere il calcolo. Dopo qualche anno, in prima media, questa operazione riceve un risultato: 5-9= -4. L'alunno infatti viene iniziato alla categoria dei numeri negativi, che fino a quel momento non conosceva. […] La massima imparata alle elementari, l'apriti sesamo del sollievo, non ha più diritto di cittadinanza. Questo insegnamento per rivoluzioni successive mi sembra tipico della matematica. Si immaginerebbe che l'apprendimento di una nuova parola privi gli alunni dell'uso di un altro termine in vigore per loro fino a quel momento?» [41]

La scelta di proporre ai bambini la Ballata è stata inoltre motivata dalle occasioni che questo gioco offre quasi spontaneamente per lavorare sul passaggio, cruciale, **dall'azione al suo simbolo** (e viceversa, come vedremo): durante l'attività i bambini avvertono naturalmente la necessità di utilizzare segni o oggetti-simbolo per ricordare, per "trasformare" (attraverso un processo di trasduzione) i passi in oggetti manipolabili, stabili nel tempo, numerabili, confrontabili.

Il noto gioco popolare "Regina Reginella", che già apparteneva al patrimonio esperienziale dei bambini, è stato ripreso e utilizzato come punto di riferimento per le riflessioni sulla Ballata, in modo particolare quando è stato necessario concentrare l'attenzione sulle varie misure possibili dei passi (in Regina Reginella la linea di partenza è già stabilita e unica per tutti, ma ci sono passi da formica, da leone, da rana, da gigante…oltre che da elefante naturalmente).

3.2. La Ballata degli Elefanti : 1° incontro – classe I E (6 novembre)

L'incontro si svolge nella "Stanza del Sole", un'aula vuota, piuttosto grande, con il pavimento di piastrelle, usata a turno da tutte le classi per le attività che richiedono un po' più di spazio.

Per cominciare lasciamo che il gioco sia il più possibile aperto, cerchiamo di non dare nulla per scontato, in modo che le regole vengano ideate nel corso dell'attività come tentativo di soluzione ai problemi via via incontrati. La consegna da parte dell'insegnante è «giochiamo tutti insieme» e «seguite ciò che dice la canzone». I bambini spontaneamente si dispongono in linea accanto all'insegnante che canta. Durante il primo turno sembra che abbiano interpretato il gioco proprio come una lezione di danza: si guardano molto l'un l'altro cercando di restare vicini e di andare a tempo, più che di fare il numero di passi indicato (ad esempio, ascoltando la filastrocca cantata[42], in corrispondenza delle parole «tr**é** passi indi**é**tro» sono chiaramente percepibili due accenti forti: i bambini non a caso fanno solo due passi, oppure ne fanno uno e poi lo chiudono unendo i piedi – comunque due azioni). Proviamo allora a dare una consegna "parlata" e dividiamo

---

[41] [SI] pag. 158

[42] Abbiamo cantato la Ballata sulla melodia della celeberrima canzone di Vinicius De Moraes e Sergio Endrigo "La Casa". Le parole della nostra filastrocca: «E' la Ballata degli

inoltre la classe in due gruppi, giocatori e osservatori, che successivamente si scambiano i ruoli. Dopo ogni turno chiediamo ai bambini di spiegare che cosa hanno fatto e che cosa hanno notato. Molti tendono a rilevare gli "errori" dei compagni, ma senza che questo implichi una valutazione negativa della persona o un'atmosfera competitiva.

3.2.1 *Particolarmente rilevante appare il commento di Lara a proposito delle difficoltà di un compagno nell'eseguire "tre passi indietro, due passi avanti": " Mario si è imbrogliato perché aveva fatto tre passi indietro e* ***non capiva come li doveva fare avanti****". Sembra che Lara percepisca chiaramente come il blocco fisico, l'imbrogliarsi dei piedi, dello sguardo che non sa dove posarsi, siano la manifestazione di una difficoltà a livello cognitivo. La sua osservazione può servire da spunto per cogliere l'importanza del coinvolgimento del* ***corpo*** *nell'approccio alla matematica: quando si richiede ai bambini (ma anche agli adulti) di limitare la propria espressione allo spazio del banco e del foglio i blocchi, probabilmente, non hanno modo di manifestarsi (di "incarnarsi" verrebbe da dire) agli occhi dell'insegnante, e forse anche dell'alunno stesso; ciò non significa che non esistano…*

*Ma dove stava dunque il problema di Mario? Dal punto di vista di un adulto non c'è niente da capire nell'eseguire un comando del genere- la "****metafora dell'aritmetica come movimento lungo una traiettoria****" è ormai interiorizzata*

Elefanti/ tre passi indietro, due passi avanti» corrispondono ai primi versi della canzone: «C'era una casa molto carina/ senza soffitto, senza cucina».

tanto da non riuscire più a vederla come tale: ci sembra evidente che per fare "tre passi indietro, due passi avanti" ci dobbiamo mantenere su una linea immaginaria (retta salvo altre indicazioni, e comunque sempre la stessa), che il punto di arrivo dei passi indietro diventa il punto di partenza per andare in avanti, che nel farlo dobbiamo "ritornare sui nostri passi", i quali, dunque, devono essere più o meno uguali tra loro (come d'altra parte sono naturalmente i nostri passi quando camminiamo, salvo ostacoli o altre indicazioni). Per Mario, e per molti altri bambini (come si vedrà oltre), qualcuno di questi passaggi non è scontato né naturale. Si tratta di capire quale e, possibilmente, perché.

*

Tra i commenti dei bambini al primo turno di gioco va segnalato anche quello di Giovanni "Gino se ha fatto 3 indietro e 1 avanti ne ha fatti 2 indietro"(ved. anche il prossimo paragrafo). In questo modo Giovanni comincia già ad utilizzare la struttura della Ballata per compiere delle operazioni, introducendo quella che chiameremo la "**questione del *come se***" e che la classe sarà pronta a recepire solo al termine del terzo incontro. Dopo l'intervento di Giovanni molti compagni chiedono la parola, spesso anche per ripetere cose già dette, ma nessuno si ricollega alla sua osservazione, quasi come se non l'avessero sentita (ma non è questo il caso perché G. ha una bella voce forte e in più l'insegnante ha amplificato il suo commento riformulando la frase). Per il momento l'insegnante ed io decidiamo di lasciare da parte la questione perché in questo primo giro di interventi ne è emersa un'altra che, per logica, ci sembra vada risolta prima: la determinazione del riferimento spaziale. Rivolgiamo dunque alcune domande alla classe in modo da sviluppare una discussione sul problema della “linea di partenza”. La necessità di segnare la **linea di partenza** (con lo scotch rosso) emerge durante questo primo dibattito come soluzione possibile per due ordini di problemi:

- se non ci ricordiamo da dove siamo partiti non possiamo sapere se siamo arrivati dove dovevamo arrivare, non si può “tornare indietro” per controllare ciò che abbiamo fatto. Da questo filone di riflessioni nasce anche, pochi minuti dopo, l’idea di mettere un **segno per ogni passo** (gettoni rossi per i passi avanti, blu per i passi indietro).
- « se uno parte più indietro, poi deve fare molti più passi per trovarsi insieme agli altri». Ma per trovarsi insieme bisogna anche che i passi siano uguali…è l’insegnante in seguito a proporre di usare le mattonelle come misura del passo.

Già da questo momento alcuni bambini cominciano a chiamare la linea di partenza “zero” e, più raramente, nominano come “l’uno”, “il due” o “il tre” i luoghi in cui i loro passi li portano.

*

Facciamo diverse ipotesi, e anche alcune prove pratiche, sul luogo più opportuno in cui posizionare la partenza. Dopo essersi scontrati alcune volte con diverse pareti della stanza, tutti concordano con l’idea di mettere la linea al centro per lasciare spazio sia ai passi indietro che a quelli avanti.

Mentre tutti discutono su come **trovare il centro**, Diana si mette all'opera e lo trova. Vale la pena di descrivere il suo sorprendente modo di procedere. Camminando carponi comincia a calcolare la lunghezza della stanza contando ad alta voce le mattonelle. Arriva a 20 (oltre questa cifra non sa contare bene). Utilizza come segno Titti, la compagna più a portata di mano al momento ("mettiti qui!" le dice, piazzandola sulla ventesima mattonella) e ricomincia il suo conto: tra Titti e il fondo della stanza scopre che ci sono altre 12 mattonelle (in effetti la stanza è lunga 32 mattonelle). Una volta arrivata in fondo corre di nuovo dalla parete opposta e ricomincia a contare, fino a 12. Per non perdere la dodicesima mattonella ci mette sopra Silvia. A questo punto si alza e considera per qualche secondo lo spazio tra Silvia e Titti, camminandoci dentro avanti e indietro. Nel frattempo l'attenzione di tutti si è spostata sulle sue manovre. Così Diana spiega alla maestra che, tra S. e T., «ci sono 3 mattonelle da una parte, 3 dall'altra e 2 in mezzo»; quindi ci sono «due centri», dice, mettendo i piedi sulle due mattonelle in questione, «e la linea di partenza passa qui in mezzo», conclude, indicando la fuga tra l'una e l'altra, con un gesto che si allunga a tracciare una immaginaria linea attraverso tutto il pavimento nel senso della larghezza.

FIGURA 1

3.2.2 Tra le molte riflessioni che un episodio come questo potrebbe stimolare, forse qui è opportuno soffermarsi sul ruolo determinante di un contesto che lasci *ai bambini il tempo, lo spazio e la libertà di muoversi ed organizzarsi anche autonomamente tra loro, oltre che presentare situazioni motivanti, offrendo così l'occasione per far emergere le potenzialità di ognuno e stimolare percorsi di pensiero divergente.*

*

La prima consegna data dopo la determinazione della l. p. e l'adozione dei gettoni segna - passo è «tre passi indietro, un passo avanti». 4 giocatori su 9 fanno tre passi indietro "normali" e poi un lunghissimo passo in avanti che li riporta alla l. p. (anche loro «non capivano come fare i passi avanti». Questo modo di agire si ripresenterà più volte anche negli incontri successivi). E' per sbloccare questa situazione che l'insegnante propone di usare le **mattonelle come misura** del passo. Il problema in questo metodo è che i bambini, per contare le mattonelle, smettono di fare i passi. Dopo alcuni turni, ora eseguiti da due bambini per volta, discutiamo sull'opportunità di mantenere o abbandonare il riferimento alle mattonelle per tornare a dei "veri passi da elefante". Per Laura «se facciamo che i passi sono le mattonelle siamo **più giusti**», ma se per ipotesi ci trovassimo sulla spiaggia di fronte alla scuola, o in palestra, senza piastrelle, potremmo tranquillamente accontentarci del sistema dei gettoni. Se anche qualcuno fa passi da formica e qualcuno passi da leone, «va bene lo stesso». Nella visione di Laura la cosa più importante è la coerenza interna del percorso di ciascuno, che va controllata tramite i gettoni; un'unità di misura comune a tutti rende il gioco «**più preciso**»(come dirà successivamente un altro bambino), ma in fondo si tratta di una raffinatezza non essenziale; le riflessioni di L. inizialmente non ci erano molto chiare; a ben guardare però esse interpretavano bene il contesto creatosi in quel momento: nella fase finale dell'incontro, in particolare, non c'erano interazioni tra i percorsi dei diversi bambini, non c'erano obbiettivi comuni né competizione, mentre si intensificavano le riflessioni sulla configurazione di ogni percorso; inoltre gli interventi dell'insegnante e miei erano spesso rivolti a favorire l'autonomia di pensiero del singolo giocatore, in modo che i bambini più incerti non si lasciassero passivamente trascinare dai compagni. Perché l'esigenza di un riferimento comune sia sentita, è necessario creare una situazione in cui tale riferimento sia essenziale per raggiungere uno scopo, come accade per esempio nel Gioco del Riso (ved. Capitolo 4).

*

Un problema analogo a quello presentatosi con le mattonelle si evidenzia anche con l'uso dei gettoni segna - passo: per la maggioranza dei bambini è difficile coordinare le due azioni di fare il passo e segnarlo (molti si bloccano, o tendono a disporre semplicemente i gettoni a terra senza fare i passi corrispondenti). Una difficoltà di questo tipo potrebbe essere alla base della difficoltà nel contare sperimentata da molti bambini: all'origine del contare infatti c'è sempre la **coordinazione** tra due azioni – ad esempio spostare degli oggetti sopra un tavolo e toccarsi la punta delle dita… Per bambini più piccoli già il fatto di toccare un oggetto e contemporaneamente pronunciare il numero può costituire un'impresa complicata (per analoghe difficoltà di coordinazione in un contesto diverso cfr. Capitolo 6).

Per superare le difficoltà di coordinazione nel gioco della Ballata una possibilità, sperimentata da un'insegnante in una classe parallela, è quella di assegnare ai bambini ruoli diversi, come in un gioco di squadra: uno fa i passi, un altro lo segue mettendo i gettoni a terra, un terzo registra sul quaderno…Chiaramente ognuno deve sperimentare i diversi ruoli. Si dovrebbe verificare se, dopo aver lavorato per un po' in questo modo, i bambini riescono ad arrivare più facilmente a mettere insieme passi e simboli (poiché questo resta comunque un obbiettivo fondamentale). Probabilmente la cosa potrebbe funzionare bene perché, in genere, risulta sempre più semplice coordinare azioni diverse dopo aver preso confidenza con ognuna di esse separatamente, magari fino a renderne automatica, o quasi, almeno una.

*

Al termine dell'incontro (eseguendo stavolta la consegna «6 av, 1 ind») **Simone** solleva nuovamente la questione del **"come se"**, pur senza averne l'intenzione; egli dà infatti per scontata la struttura della **"linea dei numeri"** su cui lavoreremo a partire dal secondo incontro, ne ha già un'immagine mentale molto chiara: senza fare i passi, posiziona i 6 gettoni rossi sulle mattonelle (su richiesta dell'insegnante, alla fine del lavoro utilizza i gettoni come riferimento per compiere dei "veri" passi; durante il successivo incontro (ved. 3.3) dimostra di non avere difficoltà a fare anche insieme passi e segni), poi colloca il gettone blu del passo indietro proprio sopra al quinto rosso (fino ad ora tutti li mettevano a lato), dicendo: «lo metto sul cinque». Il suo commento viene amplificato e riportato alla lavagna dall'insegnante tra le questioni aperte da risolvere la prossima volta.

3.2.3. *Come è accaduto nel caso di Giovanni, la classe non sarà pronta tanto presto per accogliere i suggerimenti "all'avanguardia" di Simone. E' possibile tuttavia che la rappresentazione da lui proposta abbia agito "sotto la superficie" per poi riemergere al momento opportuno offrendo un esempio e un supporto per l'immaginazione agli altri bambini, nel momento in cui hanno cominciato a farsi domande sulla questione. Sarebbe interessante trovare dei modi per mettere alla prova un'ipotesi di questo genere, per capire meglio il ruolo svolto nel gruppo dai* ***"precursori (apparentemente?) inascoltati"****.*

3.3. La Ballata degli Elefanti: 2° incontro – classe I E (19 novembre)

Tra il 1°e il 2° incontro, in classe si è giocato più volte a Regina Reginella. Apriamo la seconda "puntata" della Ballata con una discussione su questo gioco – accompagnata da qualche veloce prova pratica, tanto per avere sotto gli occhi i problemi di cui stiamo trattando- con l'obbiettivo di approfondire la questione della dimensione dei passi, rimasta in sospeso dopo le riflessioni di Laura al termine del primo incontro.

Dal punto di vista concettuale è interessante rilevare come per molti alunni ci sia una certa sovrapposizione tra passi piccoli e lentezza, tra passi grandi e velocità.

Lina fa 5 passi da lumaca (piccoli), Diana fa 5 passi da cavallo (grandi).

Insegnante: - Hanno fatto tutt'e due 5 passi. Perché non si trovano nello stesso punto?

Bambini: - Perché la lumaca è lenta e il cavallo è più veloce.

- Perché la lumaca fa i passi piccoli e il cavallo li fa grandi.

*3.3.1.Una corrispondenza tra le due variabili **dimensione dei passi e velocità** spesso (ma non sempre) si verifica nel mondo reale; la mediazione adulta dovrebbe aiutare a distinguere tra corrispondenza e identità delle variabili; spesso probabilmente accade il contrario, forse perché a livello irriflesso anche gli adulti tendono ad operare questa sovrapposizione: certamente, ad esempio, il confronto da noi proposto tra una lumaca ed un cavallo in questo contesto non è utile a fare chiarezza (la lumaca è lenta per antonomasia. Ma fa i passi?).*

*

Dopo Regina Reginella torniamo alla Ballata utilizzando le mattonelle come unità di misura del passo.

3.3.2. *Ci imbattiamo però nuovamente in un garbuglio concettuale e comunicativo, come spesso accade quando ci si confronta con **l'ambiguità semantica della parola "uguale"**[43]. Nel corso del progetto qui descritto, sembra*

---

[43] Come molte altre parole semanticamente "potenti" la parola "uguale" è anche di per sé ambigua. Non si può/deve mai dire che due fatti sono uguali se sono percepiti o valutati come distinguibili; d'altra parte si può/deve dire che sono uguali se ci risultano indistinguibili entro un certo modo di guardare – quello che caratterizza il contesto e l'intenzione. Il problema è cognitivamente molto complesso, anche limitandosi alla sola aritmetica elementare (in cui però si ritrovano le ambiguità già presenti nell'uso comune). Da un lato, un "uguale" numerico può avere diverse semantiche, che ne vincolano il significato operativo e concettuale: per esempio "equilibrio", "conservazione", "equivalenza" delle situazioni confrontate. Oltre a ciò, si deve tenere conto che la struttura dei numeri è vincolata ad una tripla semantica: quella di "stato"

sia stata proprio la nostra consapevolezza di questa ambiguità, e l'esperienza delle difficoltà che essa crea ai bambini quando non esplicitata, a portarci in qualche modo fuori strada. Credo sia interessante riportare un frammento della discussione in oggetto perché, durante il suo svolgimento, abbiamo avuto la sensazione di trovarci di fronte ad una difficoltà concettuale dei bambini, mentre, rileggendo la trascrizione delle registrazioni, sono giunta alla conclusione che si sia trattato in gran parte di un difetto della comunicazione, tra gli adulti e tra adulti e bambini.

Questo il contesto: i bambini fanno un passo per ogni mattonella segnandolo a terra con un gettone. L'insegnante Daria chiede loro perché li abbiano fatti proprio in quel modo e non "per esempio così"- dando una dimostrazione pratica di passi irregolari, fatti senza tenere conto delle mattonelle.

Ins. D.: perché li avete messi a distanze tutte *uguali*? *Come avete fatto*? Avete contato i passi e nello stesso tempo…?

(definizione di una situazione, di un "trovarsi" tre passi avanti rispetto allo zero convenzionale); quella di "trasformazione" (definizione della relazione strutturale più semplice che unisce due stati convertendoli l'uno nell'altro: per andare dallo stato "uno indietro" allo stato "due avanti" devo avanzare di tre passi); quella di "molteplicità di trasformazioni" (se vado cinque passi avanti e due indietro faccio comunque cinque passi in tutto, ma è *come se* ne avessi fatti tre avanti, se considero il punto in cui arrivo). Passando alla struttura moltiplicativa la semantica dell'uguale si complica ulteriormente: "6:3=2" significa suddividere 6 cose in 3 gruppi uguali, trovandosi così ad avere 2 cose per gruppo: quando la cosa non viene adeguatamente esplicitata, capita che i bambini si chiedano, giustamente: «come "uguale a 2"? e le altre 4 cose dove sono scomparse?!»

Naturalmente dal punto di vista puramente "sintattico" è cruciale imparare ad "ingoiare" e a gestire un "uguale" che si adatti a tutte queste diverse situazioni: ma questo, dal punto di vista di un bambino che ha bisogno di capire per prima cosa "a che gioco si gioca", deve costituire un punto di arrivo ben interiorizzato, non un gratuito vincolo di partenza.

Ins. B: la maestra D. non li ha fatti tutti *ugual*i. Ne ha fatto uno grande, uno piccolo, tutti *disordinati*, mentre i vostri…

Bambini: - sono in ordine.

- sono tutti piccoli.

Ins.D: -a parte questo, guardate quelli di Gino, sono…

Ins. B.: - *perfetti*

Ins.D.: - gli altri Elefanti hanno fatto il primo passo più grande, e poi gli altri…

Bambini: - piccoli.

Ins. D. e B.: - piccoli ma...come sono tra loro?

Bambini: - grandi.

- stretti.

D. dà una nuova dimostrazione di passi "*divers*i tra loro" e chiede di confrontarli con quelli di Gino.

Bambini:- i tuoi sono più lunghi, disordinati, i suoi sono più piccoli, perfetti.

Giovanni: - uguali.

Ins. D. e MP: - Ah, finalmente è uscito!

Sembra che la nostra "consapevolezza" delle possibili difficoltà si sia trasformata in una "profezia che si autoavvera".

La discussione si è spostata inavvertitamente dal ruolo delle mattonelle come strumento per fare i passi uguali («Come avete fatto?») al nostro tentativo di "far uscire" dai bambini la parola "uguale". Tentativo che difficilmente poteva riuscire, perché la maestra Daria aveva appena utilizzato il termine dandolo per *scontato, come per altro aveva già fatto un paio di volte parlando di Regina Reginella: come sempre, i bambini non rispondono a richieste troppo scontate, pensando probabilmente che la domanda sia in realtà un'altra.*[44]

Sarebbe interessante inoltre riflettere sulle relazioni presenti nella nostra cultura tra le idee di uguaglianza, ordine, perfezione, oltre che giustezza- o "giustizia"- (nel precedente incontro i passi uguali erano per Laura ***"giusti".*** *Questo termine è spesso usato dai bambini – il loro eterno «Non è giusto!», ma anche «Maestra, ho fatto giusto?». Nel nostro caso, i diversi significati della parola sembrano sovrapporsi: i passi giusti sono conformi ad un modello, al compito assegnato ("perfetti"?); sono adatti, "aggiustati" alla situazione, poiché ci permettono di realizzare degli obbiettivi; inoltre permettono di risolvere la questione di equità sollevata all'inizio dai bambini: se i passi sono uguali, nessuno è avvantaggiato o svantaggiato, nessuno deve «fare molti più passi per trovarsi insieme agli altri»). Probabilmente non è il caso di addentrarsi in questa sede in complicate questioni "etiche ed estetiche" (la bellezza e il bene come rispondenza ad un modello ideale, l'irregolarità e la deviazione dalla norma come difetto, imperfezione, inquietante disordine, o ingiustizia…). Le presenti riflessioni sui termini usati*

[44] Un problema analogo viene spesso individuato negli esperimenti piagetiani. A questo proposito riporto un commento di Dehaene ai noti esperimenti di Piaget sulla conservazione della numerosità : «Che cosa può pensare un bambino di queste due domande successive? Supponiamo che gli sembri evidente l'uguaglianza numerica delle due file; gli deve allora sembrar strano che un adulto gli ponga due volte la stessa domanda. Di fatto fare una domanda la cui risposta è già nota ai due protagonisti costituisce una violazione delle regole della conversazione. Di fronte a questo conflitto interno il bambino immagina che forse, sebbene superficialmente identica alla prima, la seconda domanda sia invece diversa. […] Se il lettore ritiene che un ragionamento di questo tipo sia fuori dalla portata di un bambino di tre o quattro anni è bene che si ricreda. In realtà questo tipo di riflessione, totalmente incosciente, sta alla base di ogni interpretazione delle frasi, ivi comprese quelle che può fare o capire un bambino molto piccolo». [DE] pag.50

hanno il solo scopo di evidenziare la ricchezza di significati, l'estrema "pesantezza" delle parole di uso quotidiano, che in qualche modo "scarichiamo addosso" ai bambini di 6 anni. Non credo si debba tendere a cancellare questa ricchezza (ammettendo che ciò sia possibile, si otterrebbe solo il risultato di lasciare i bambini senza difese di fronte alle ambiguità del linguaggio con le quali prima o poi si dovranno confrontare), ma mi sembra necessario rendersi conto di come essa metta in difficoltà gli adulti prima ancora dei bambini. La "consapevolezza" di cui si è parlato sopra non dovrebbe far nascere tabù o eccessive insistenze, che possono disorientare i bambini: in fondo si tratta di parole "normali" e come tali vanno trattate. Può essere invece utile per spingere gli insegnanti ad esplicitare adeguatamente i diversi significati nei vari contesti, laddove necessario, e a tenere desta l'attenzione in modo da individuare eventuali difficoltà manifestate dagli alunni.

*

Tornando alla Ballata degli Elefanti, presento di seguito uno schema dei percorsi svolti dai giocatori durante il primo turno. Le palline rappresentano i gettoni segna - passo (nero per i passi avanti, bianco per i passi indietro), la quadrettatura riproduce le piastrelle del pavimento. La consegna era «4 p. avanti, 3 p. indietro».

FIGURA 2

I percorsi di Antonio e di Gino (a parte il primo passo più lungo di A.) ci sembrano coerenti e rispettano le regole del gioco. Il percorso di Ester è “sbagliato”, eppure, ad un primo sguardo, sembra rappresentare meglio degli altri un comune schema mentale dell’operazione 4-3 = 1, alla quale di fatto si può ridurre il significato del percorso svolto (se faccio 4 passi av. e 3 passi ind. è come se ne avessi fatto solo 1 av.).

3.3.3. *Il problema è probabilmente riconducibile a quella che potremmo chiamare **la “questione estremo/intervallo**”. Nella nostra cultura esistono due modelli molto diffusi e potenti come il piano cartesiano e le “coordinate” usate nella cartografia (non mi riferisco ai gradi di latitudine e longitudine ma ai riferimenti del tipo “via dei Fori Imperiali sta in G 7”) o nel gioco della “battaglia navale”. Nel primo caso si “chiama” con un numero un punto –quindi per designare un intervallo si devono utilizzare due numeri ($1\leq x \leq 2$); nel secondo, il numero, o la lettera, si riferisce a tutto ciò che è compreso fra due estremi. È naturale dunque che la compresenza di questi due modelli nel nostro immaginario generi qualche confusione (credo sia riconducibile in qualche modo a questo problema anche la difficoltà, presente in moltissime persone di ogni età, nel contare i giorni: chi non ha mai avuto un momento di imbarazzo di fronte ad una ricetta che prescrive una medicina “ogni 5 giorni” o nel calcolare se gli 8 giorni di vacanza vanno da un lunedì all’altro oppure comprendono il martedì successivo…? I giorni possono essere considerati come dei numeri sul calendario, degli oggetti “puntuali”, oppure come intervalli tra un’alba e un tramonto, o una mezzanotte e la* *successiva – e allora si deve vedere, se parti la sera del 7 e ritorni la mattina presto del 14, oppure…). Nel nostro caso il gettone segna-passo corrisponde in realtà all'estremo "d'arrivo" del passo; il passo non è dunque un gettone ma l'intervallo fra due gettoni, e in qualche modo li comprende entrambi. Per questo motivo a volte i bambini tendono a mettere un gettone anche sul punto di partenza (come fa in questo caso Ester quando si gira per tornare indietro, o Alessandro in Ballata I F 12 novembre). Se per simboleggiare il passo utilizzassimo un segno che tenesse conto della sua estensione, come ad esempio una freccia, otterremmo un disegno di questo tipo, molto più simile a quello creato da Ester sul pavimento*:

FIGURA 3

*

Il secondo turno del gioco evidenzia invece un problema di diversa natura. Questi i percorsi dei tre giocatori nell'eseguire la consegna «2 av. e 3 ind.»:

FIGURA 4

Simone esplicita la sua decisione di non preoccuparsi delle mattonelle per fare invece dei "veri passi da elefante", (l'insegnante aveva precedentemente prospettato questa possibilità per chi trovava difficoltà a coordinare le azioni di fare il passo e segnarlo); questi risultano approssimativamente uguali tra loro, eseguiti e segnati a terra secondo un percorso coerente. Titti posiziona i gettoni senza fare i passi corrispondenti, Imma fa dei passi-mattonella, senza problemi finché si tratta di andare avanti; per lei, come per Titti, sembra che il problema sia il collegamento tra passi avanti e passi indietro: è come se le due bambine si chiedessero «**dietro cosa**» devono fare i passi. Il problema è speculare a quello emerso nell'incontro precedente, laddove i bambini, dopo aver fatto i passi indietro, «non capivano come fare i passi avanti» (ved. 3.1). A questo punto l'insegnante prova a portare il discorso sul **problema del "come se"** (2 passi avanti e 3 indietro è come 1 indietro), che era stato toccato spontaneamente durante il primo incontro da Giovanni e Simone. Ora invece nessuno sembra pronto a recepire il discorso, forse anche perché, essendo tornati a dei passi diversi dalle mattonelle, è più difficile vedere questo tipo di corrispondenze a colpo d'occhio (eppure l'osservazione di **Giovanni** nel primo incontro era nata senza il supporto delle mattonelle, e anzi senza quasi alcun supporto "visivo", data la confusione di quel momento: sembra quasi che Giovanni abbia fatto un **"calcolo a mente"**, una considerazione sul "come le cose dovrebbe essere" più che su quello che aveva davanti agli occhi).

Per sbloccare la situazione cominciamo a costruire, a partire dagli ultimi percorsi eseguiti dagli alunni, la linea dei numeri sul pavimento (riportandola contemporaneamente alla lavagna).

3.3.4 *In questo momento gli interventi adulti si fanno spontaneamente più frequenti, anche se in genere molto brevi, probabilmente perché ci sembra giunto il momento di trasmettere un contenuto preciso, basilare e "difficile". La rinuncia ad un intervento un po' più "direttivo" in un caso del genere avrebbe comportato probabilmente un percorso molto più lento, forse più naturale ma forse anche più faticoso e noioso, demotivante per i bambini; la questione, comunque, non può essere elusa: se si riconosce l'utilità del trasmettere determinati strumenti culturalmente codificati e condivisi, è necessario che esista un momento in cui gli adulti conducono i bambini su una strada predefinita. Il problema è sempre la qualità della "conduzione", ovvero l'efficacia della mediazione didattica. Un esempio di mediazione "non verbale" utilizzato dall'insegnante in questo caso è la scelta di riaccompagnare fisicamente Ilaria sul suo percorso, tenendola per mano e rifacendo insieme i passi. Un simile stimolo a porre attenzione a ciò che fa il corpo mi sembra possa avere dei buoni risultati: il bambino può meglio rendersi conto di ciò che sta succedendo, arrivare a* ***"vedere" la struttura*** *entro la quale opera, o meglio, la struttura che egli stesso sta creando con le proprie azioni; per poter vedere la struttura è necessario compiere azioni "strutturate", ovvero dotate di coerenza interna, di un filo che non si interrompe (a questo proposito si veda anche Ballata I F 12 XI:* ***"stare al gioco"*** *e* ***"una ghianda sul punto di partenza")****. Una volta realizzato questo passaggio si può introdurre la simbolizzazione e ragionare su di essa*

Mentre l'insegnante ripercorre con Imma il suo primo tracciato lo commenta introducendo una sorta **di "metafora ferroviaria**", ancora una volta un prototipo che serve a concretizzare la struttura del "movimento lungo una traiettoria": «quando dovevi tornare indietro sei ripartita di nuovo da zero, da Napoli, ma adesso non stai a zero, stai a Roma…». Questa metafora viene ripresa più volte durante la costruzione della "linea dei numeri", dimostrandosi piuttosto utile; probabilmente potrebbe risultare molto produttiva se ci si lavorasse per un tempo sufficientemente lungo, integrando anche in modo reale (magari con qualche "viaggio di istruzione" in metropolitana, ad esempio…) o "virtuale" le esperienze di alcuni bambini che non hanno molta dimestichezza con i treni.

Riassumo qui una parte del dialogo svoltasi intorno al percorso «2 av. e 3 ind.» di Simone e al nuovo percorso di Imma (molto simile). Riporto inoltre lo schema tracciato alla lavagna durante il corso della discussione: il nostro primo tentativo di "linea dei numeri" .

FIGURA 5

MP: – perché ci sono questi gettoni sulla linea di partenza?

Bambini- perché per fare i passi indietro hanno dovuto mettere un gettone sopra al punto di partenza.

Ins. D: – andava a Roma e poi per tornare indietro ripassava da Napoli?

Bambini: –Si!

Ins. D: - la linea di partenza è Napoli, oppure si può chiamare…?

Un bambino: - Nunzia!

D.: – quando sono sulla l. p. quanti passi ho fatto?

Coro di bambini: - Zero!

D.: - quindi è come se fosse…

Coro: - Zero.

Un bambino: - Uno.

MP: - possiamo dare dei nomi a tutte le cose? Per ora la l.p. la chiamiamo?

Bambini: - Partenza

(Scrivo "P" alla lavagna, poi mi posiziono sulla linea di partenza e faccio un passo avanti: d'ora in avanti ogni volta che battezziamo un punto vado a riportare il nome sullo schema tracciato alla lavagna, poi torno sul percorso al punto in questione per fare il passo successivo)

MP: - ora che ho fatto?

Bambini: - un passo

D. : - Come chiamiamo questo punto? (il punto d'arrivo del passo, dove c'è il primo gettone)

Bambini: - A

- Primo
- Autostrada
- Due
- Uno (in coro)

MP: – ero a uno e poi ho fatto così (faccio un altro passo av.).Dove sono?

Bambini: - a due.

MP: - ora faccio un passo indietro. Dove sto?

Bambini: – a uno!

MP: - faccio un altro passo indietro. Sto a…?

Bambini: - a zero

- P

- Partenza

- due

MP: – ora faccio il mio *terzo* passo indietro. Dove sto?

Bambini: - Uno

- tre

- quattro

Daria rifà il percorso verbalizzandolo.

Ins. V.- ma questo “uno” (indicando il gettone dietro la l.p.) è uguale a quello (indica il primo gettone davanti a l. p.)?

Coro- No!

Laura: - è indietro.

D.: - perché avete detto “tre”, prima?

Bambini: - perché ha fatto tre passi indietro.

Alessandro (guardando lo schema alla lavagna): - c’è zero in mezzo!

Abbiamo richiesto ai bambini anche in questo caso uno sforzo non trascurabile: quello di **far procedere contemporaneamente due diverse numerazioni** –

«faccio il terzo passo indietro e sto a “uno indietro”…». Lo stesso meccanismo viene messo in atto sempre quando si svolge un’operazione, a mente o contando sulle dita. Il nostro intento qui è stato come al solito quello di rendere esplicita la difficoltà in modo da poterla sbloccare attraverso “l’allenamento” e la riflessione su ciò che viene fatto.

3.4. La Ballata degli Elefanti: 3° incontro – classe I E (16 dicembre)

Questa volta giochiamo in palestra, per vedere cosa succede nel momento in cui non possiamo più contare sulle mattonelle. Fra l’altro il pavimento in gomma è ottimo per scrivere con il gesso e, come ulteriore vantaggio della nostra nuova collocazione, abbiamo a disposizione più spazio. Decidiamo subito di sfruttarlo per giocare tutti insieme, posizionandoci su un’unica linea di partenza collocata dai bambini approssimativamente al centro della stanza. Affidiamo alla sorte la scelta del numero di passi da fare: dado blu per i passi avanti, rosso per i passi indietro. Prima di iniziare c’è sempre qualche discussione su come porre i piedi rispetto alla linea di partenza: dietro, sopra, subito dopo…alla fine scegliamo di metterci sopra alla linea, in modo che questa “tagli” i nostri piedi a metà. Più tardi, quando dovremo segnare le linee delle diverse postazioni raggiunte lungo il percorso, porteremo l’attenzione sul fatto che è necessario mantenere anche per esse il medesimo criterio.

Per cominciare giochiamo per alcuni minuti senza interromperci e senza marcatori, compiendo le seguenti operazioni: 6 av; 6 ind ; 2av ; 1 ind; 5 av.

Alcuni bambini cercano di “aggiustarsi” quando si accorgono di essere arrivati in un punto diverso rispetto ai compagni. Ciò nonostante, osservando la situazione dopo i primi cinque turni ci rendiamo conto di non trovarci più in riga ma “a serpentone”, più o meno così:

FIGURA 6

L’insegnante avvia la discussione chiedendo «perché ci troviamo a serpentone» e «come mai abbiamo fatto l’ultima volta 5 passi av. e ci siamo trovati più avanti di quando ne avevamo fatti 6?»

Gaia : - perché abbiamo fatto più grandi i passi.

Massimo: - abbiamo superato il 7

Ins. D. : - ma i dadi non danno il 7, hanno solo 6 facce…forse abbiamo capito cosa vuoi dire, ma spiega bene.

Luca: - prima abbiamo fatto passi di diversi animali, poi tutti da gigante

Giovanni: - quando ne abbiamo fatti 5 è perché stavamo molto vicini a quel punto

Ins.D. : - perché stavamo già vicini? Cos’era successo prima?

Bambino: - perché avevamo fatto dei passi, pochi, indietro, quindi siamo rimasti un po’ più vicino là.

MP: - perché non eravamo di nuovo alla linea di partenza.

Segniamo su un foglio tutti i tiri effettuati, poi Daria ripercorre la sequenza. Dapprima attira di nuovo l’attenzione sulla dimensione dei passi, eseguendo 6av, 6ind con passi di misure varie. Alcuni bambini si accorgono subito che qualcosa non torna perché Daria non si ritrova alla partenza. La soluzione proposta dall'insegnante è quella di utilizzare **passi della dimensione del proprio piede** (mettendo il piede davanti subito dopo il piede dietro, senza lasciare spazio in mezzo, un po' come sull'asse d'equilibrio). Così le cose funzionano (a meno che la maestra, con i suoi piedoni, non si metta a giocare insieme ai bambini…Per il momento allora Daria, dopo aver evidenziato il problema, lascia loro il campo in modo che si possa procedere ad affrontare altre questioni: sull'unità di misura si ritornerà in altre occasioni) Proseguendo nella sequenza, ci accorgiamo di non poter fare confronti tra le posizioni raggiunte nei diversi momenti se non mettiamo dei segni a terra. Cominciamo col contrassegnare le varie posizioni per mezzo di semplici linee, in seguito procediamo anche a "battezzarle" con i numeri tramite il procedimento dell'altra volta, continuando intanto il gioco con nuove sequenze. Su «come chiamare i punti» si scatenano di nuovo e più volte grandi discussioni: alcuni bambini si trovano in sintonia con il percorso implicitamente proposto dalle insegnanti, ovvero l'idea di tracciare un **sistema di riferimento che sia fisso in modo da poter collegare tra loro le varie tappe** della sequenza e calcolare "dove ci siamo trovati alla fine", o i vari "**come se**" (diversi percorsi possibili che portano ad uno stesso risultato); altri alunni, ad esempio Diana e Giorgio, preferiscono invece considerare ogni lancio di dadi come "una storia a sé", per cui se in questo turno il dado ci dice "6av" dovremo chiamare "6" il luogo in cui approdiamo, senza curarci del fatto che le nostre peregrinazioni ci avevano portato a iniziare questi ultimi 6 passi partendo da "2 passi dietro lo zero". Così facendo però «non consideriamo più la linea di partenza» che ci eravamo dati all'inizio, nota Davide. Diana da parte sua è molto convinta questa volta di voler chiamare "6 av" il suo punto d'arrivo, anche se non riesce a spiegarne il perché; forse le sembra una cosa troppo ovvia per poterla spiegare: «ho fatto sei passi e dunque sto a sei, qual è il problema», mi sembra di leggerle in faccia. In questo momento trovo giusto che lei possa applicare la sua idea e vedere dove porta. Intervengo proponendole un percorso che porti alla luce quelle che dal mio punto di vista sono le contraddizioni del suo modo di vedere, sperando di riuscire così a intenderci meglio.

MP :- Tu lo vuoi chiamare 6 av perché l'ultima cosa che hai fatto è stata fare 6 passi avanti a partire da là. Proviamo. Scrivi a terra 6av dove sei arrivata. Ora torna alla linea di partenza zero e fai 6 passi avanti. Hai fatto 6 passi avanti e allora lo dobbiamo chiamare 6 av. Però tu hai chiamato 6 av anche quello di prima. È la stessa cosa?

Diana: - Prima sono partita da più in giù.

MP: - e sei arrivata più giù

Diana: - poi sono partita da qua.

MP:- sei partita da più su e sei arrivata più su, giustamente. Il mio problema è: possiamo dare lo stesso nome a due cose diverse?

Diana non è ancora convinta, la questione continua a sollevare dibattito tra i bambini. Proviamo a portare avanti fino all'ultimo l'esperimento: costruiamo a terra una "numerazione di Diana" a fianco di quella precedente, chiamando zero il punto che nella prima numerazione corrisponde a 2 ind. Poi facciamo partire un altro bambino da 4 ind, e a partire da quel punto costruiamo una ulteriore “**linea dei numeri**” accanto alle altre. Daria fa notare che «possiamo chiamare i punti come vogliamo a seconda di dove vogliamo piazzare lo zero».

FIGURA 7

Andando su e giù per le tre linee operiamo confronti e stabiliamo corrispondenze tra i punti di una e dell’altra, finché ci stanchiamo e decidiamo che per uscire da questo caos è necessario scegliere una (qualsiasi) delle tre linee e cancellare le altre: «diamo i nomi a tutto in base a questo zero. Lasciamo solo i punti che appartengono a questa linea qua e cancelliamo gli altri», concludiamo. Cominciare già da ora a parlare di “punti che appartengono ad una linea” potrebbe essere un vantaggio non da poco per l’acquisizione dei modelli matematici più complessi negli anni successivi, tanto più che l’introduzione di questo concetto non è altro che la conseguenza naturale dell’attività svolta; i bambini infatti, dopo aver percorso “in lungo e in largo”, è il caso di dire, le varie linee, le conoscono per bene e non hanno certo dubbi su cosa cancellare e cosa lasciare, pur non avendo ancora ricevuto lezioni teoriche su punti, linee e appartenenze.

*

Al termine dell'attività Daria introduce il confronto fra passi avanti e indietro e **debiti e crediti** tra collezionisti di figurine. Per ragioni di tempo lo spunto non è stato approfondito durante l'anno, ma potrebbe essere utilmente ripreso anche più avanti, nell'ottica della "molteplicità semiotica" di cui si è detto nell'introduzione.

*

Dedichiamo l'ultima parte dell'incontro al **lavoro individuale** con i bambini che meno hanno partecipato al percorso del gruppo: l'attività si è mantenuta infatti a ritmo serrato per troppo tempo, e per alcuni è sopravvenuta la stanchezza o la difficoltà di concentrazione. In particolare per qualcuno gli incontri precedenti non erano stati sufficienti a consolidare la base della struttura della Ballata quel che basta per potersi divertire a giocare e a discutere quanto gli altri. Non è strano dunque che si siano arresi molto presto di fronte alle nuove difficoltà preferendo per lo più "farsi i fatti propri". Così mentre chi più ha "corso" col pensiero e con i passi durante la precedente ora e mezza si riposa in chiacchiere e passeggiate per la palestra, le insegnanti provano a ripescare chi è naufragato. Seguiti da vicino i bambini cominciano a imparare a muoversi nella struttura. Il problema principale sembra essere ancora quello della coordinazione tra due azioni. Particolare è il caso di Davide, che sembra ad un primo sguardo tra quelli che più si sono astratti durante il lavoro, tanto più che già quasi all'inizio si lamentava per la stanchezza, ottenendo poi anche il nostro "permesso" di mettersi da una parte a riposare. Ora anche lui ha difficoltà a coordinare i passi con il posizionamento dei gettoni. Eppure durante il corso del lavoro, quasi da dietro le quinte e quasi fra sé ha fatto quell’intervento fondamentale riportato sopra (amplificato da Daria in modo che potessero beneficiarne tutti).

3.5. Basta con questa Ballata!

La Ballata degli Elefanti si presta come si è detto a molte possibili scoperte ed attività. Si potrebbe continuare a giocarci per tutto l’anno e anche oltre. Tuttavia per i bambini, anche per quelli che più si sono appassionati fin ora al gioco, la questione comincia a farsi prevedibile e rischia di diventare noiosa. D’altra parte si sa che “è bello un gioco quando dura poco”. Per di più mi sembra che i bambini comincino a cristallizzarmi nel ruolo di “quella degli Elefanti”, il che non è bello, perché una che si occupa “a tempo pieno” di Elefanti appare più come una stravagante un po’ fissata, che come una persona da cui si può ricevere qualcosa di utile. Prendere altre strade può invece servire sia a ravvivare l’interesse che a chiarire che gli Elefanti non sono un obbiettivo (astruso come molte delle cose che i grandi pretendono dai bambini, specialmente a scuola), ma un mezzo come un altro per capire delle cose “più importanti”. Queste considerazioni non vogliono escludere l’opportunità di riprendere la stessa attività a distanza di tempo o in un contesto diverso: nel nostro caso ad esempio le insegnanti hanno riproposto più volte durante l’anno il gioco per consolidare i vari punti che ne sono emersi, riprendendolo tramite interventi più brevi e più “leggeri” inseriti nella normale attività quotidiana. Così i bambini hanno potuto «imparare a memoria il gioco e divertirsi un sacco», come ha scritto uno di loro nel cartellone di riepilogo a fine anno.

3.6. La Ballata in IF

In I F abbiamo dedicato un solo incontro, quello del 12 novembre, alla Ballata degli Elefanti, per diverse ragioni. Innanzitutto l'insegnante aveva già organizzato una prima "partita" nei giorni precedenti, utilizzando già le mattonelle e dei marcatori fatti con dei pezzettini di carta. Inoltre abbiamo provato questa volta a lasciare il gioco meno aperto, facendo emergere le questioni chiave, o meglio quelle che erano emerse come tali nell'altra classe, in tempi molto più brevi. Nell'insieme ci è sembrato che l'attività creasse meno problemi ai bambini della sezione F. In particolare abbiamo riscontrato una maggiore facilità di coordinazione, certamente dovuta in parte all'allenamento effettuato con l'insegnante, di cui si è detto sopra, ma forse anche ad altri fattori: alla fine dell'anno infatti ho potuto notare la stessa differenza tra le due classi durante il Gioco della Tenda (ved. Capitolo 6). Ci è rimasto però anche il dubbio di non essere riusciti a far emergere a sufficienza eventuali problemi presenti, magari diversi rispetto a quelli dell'altra prima. La difficoltà reale in questo primo incontro in prima F è stata infatti quella di "rompere il ghiaccio" con i bambini (con le ragazze in particolare) che, a parte qualche eccezione, non erano molto propensi a esprimersi, probabilmente anche per la minore abitudine, rispetto ai compagni della E, ad un lavoro centrato sulla discussione in classe. In seguito a queste considerazioni ci è sembrato opportuno provare a passare ad un altro gioco già dal secondo incontro. La Ballata è stata comunque ripresa alcune volte dall'insegnante anche in questa sezione come si è detto nel paragrafo precedente.

3.7. La Ballata degli Elefanti :1° incontro - classe IF (12 novembre)

Per preparare il terreno al gioco della Ballata siamo partiti questa volta da una variante di **Regina Reginella**: i bambini si allineano lungo la parete e ognuno riceve dalla maestra la consegna : «fai 4 passi da…(elefante, formica, ranocchia, leone e così via, un animale diverso per ogni bambino) e poi fermati». Spontaneamente tutti tendono a guardare il punto in cui si sono fermati i compagni e aggiustare la dimensione o il numero dei proprio passi in modo da arrivare ad allinearsi di nuovo con loro. La situazione cambia in seguito all'intervento dell'insegnante in aiuto di Alessandro. Questi dovendo imitare l'elefante fa due passi molto lunghi, poi si ferma guardandosi intorno perplesso poiché si accorge di essere già arrivato accanto alle compagne che avevano giocato i turni precedenti, così fa per tornare indietro. La maestra lo incoraggia invece a continuare perché stava «facendo bene», così Alessandro trova il suo punto d'arrivo, situato decisamente più avanti rispetto a quello delle compagne. Da quel momento anche gli altri cominciano a fare davvero passi di dimensioni diverse, a seconda dell'animale che è capitato ad ognuno, e ovviamente alla fine ognuno si trova ad una distanza diversa dalla linea di partenza.

*3.7.1. Riemerge qui (ved. anche Ballata 19 novembre I E :"vedere la struttura") la necessità di convincere i bambini a "***stare al gioco***", fidandosi della struttura che viene proposta e accettando di lasciarsi in qualche modo trasportare sui suoi binari, con la curiosità di andare a vedere dove porta anche se magari il percorso non è quello abituale. Perché ciò sia possibile la prima condizione necessaria è che si instauri un rapporto di fiducia fra i bambini e gli adulti, in modo che la curiosità non sia bloccata dall'ansia (se ho chiesto un passaggio ad uno sconosciuto, appena vedo che questi si allontana dalle strade note la prima cosa che faccio è cercare di scendere. La questione cambia se sto con un amico che mi propone di mostrarmi una scorciatoia o un posto nuovo). La fiducia non dipende solo dalla qualità della relazione, ma anche dall'esperienza che i bambini fanno giorno per giorno che quell'adulto è una persona che in genere sa dove vuole andare a parare, e per di più è in grado di offrire ai bambini degli strumenti che aumentano la loro capacità di gestire la realtà. È necessario tuttavia fare anche una considerazione di segno in qualche modo opposto: può essere molto utile prestare attenzione ai tentativi dei bambini di "***imbrogliare***", di "aggiustare" la situazione in cui il gioco li mette (un altro esempio molto chiaro è "l'imbroglio" di Mirko in Riso I F 18 novembre); essi manifestano infatti in questo modo di essersi accorti da soli del problema su cui si sta lavorando, anche se a volte non sono ancora in grado di esplicitarlo; sembra che il loro tentativo sia quello di ristabilire un' "armonia" che sentono compromessa, aggirando i problemi se non sono ancora in grado di risolverli. I giochi da noi proposti invece tendono spesso* *ad esasperare le disarmonie in modo che i problemi, e le loro origini, siano il più possibile evidenti: in questo modo il giocatore, non potendo aggirarli con piccoli aggiustamenti (quando qualcuno cerca di farlo gli "aggiustamenti" vengono fuori talmente macroscopici che non possono certo passare inosservati agli occhi del gruppo), è costretto ad affrontarli faccia a faccia.*

*

Al termine del gioco, approfittando del loro desiderio di «**trovarsi tutti insieme**», manifestato all'inizio del gioco, chiedo ai bambini cosa si deve fare per raggiungere questo obbiettivo.

Arriviamo alla conclusione che «dobbiamo fare tutti **lo stesso passo** lungo», secondo l'espressione di Rita.

Cominciamo dunque a giocare alla Ballata introducendo l'uso delle mattonelle.

*

La necessità di trovare un'unica **linea di partenza** emerge in un secondo momento perché alcuni bambini partono da punti diversi, e così Fausto si accorge che, malgrado i nostri sforzi per seguire le mattonelle, continuiamo a non trovarci insieme: «per fare un gioco *preciso* dobbiamo partire dallo stesso punto!» . Come **marcatori** utilizziamo le ghiande per i passi avanti e i gettoni per i passi indietro: nel presentarli ci ricolleghiamo alle difficoltà incontrate la volta precedente con i marcatori di carta, che se ne volavano via, e all'esperienza dei bambini della drammatizzazione della fiaba di Pollicino, durante la quale hanno imparato a «lasciare **tracce che non si perdano**». L'azione di posizionare i marcatori mentre si fanno dei "veri passi" misurati dalle mattonelle non costituisce un grosso problema. Le difficoltà cominciano a sorgere quando chiediamo ai bambini di dire **quanti passi ha fatto ciascuno in tutto**, contando i marcatori: sembrano rassegnarsi ad includere in un unico conteggio gettoni e ghiande solo dopo molte insistenze e rassicurazioni da parte dell'insegnante.

3.7.2 *La perplessità dei bambini è facilmente comprensibile: prima abbiamo diviso in maniera molto netta i passi avanti dai passi indietro, tanto da utilizzare per simboleggiarli due oggetti di natura completamente diversa. Ora pretendiamo che li mettano insieme. Questa situazione può portare a riflettere sull'abitudine consolidata nella scuola elementare (riproposta persino in qualche misura in pubblicazioni "all'avanguardia" come quelle del MCE* [45]*) di insegnare le somme e le sottrazioni operando esclusivamente, o quasi, con oggetti uguali tra loro, e rafforzando il tutto con massime del tipo «non si possono sommare le mele con le pere!», certamente valide in alcuni contesti, ma certamente fuorvianti in altri. Mi sembra importante invece che gli studenti si abituino a confrontarsi tranquillamente con situazioni in cui sono presenti* ***quantità di oggetti non omogenei*** *(quasi omogenei, completamente diversi, simili per un aspetto e diversi per un altro…), imparando a decidere a seconda dei casi come mettere in relazione le diverse quantità: ad esempio in alcune occasioni può essere*

---

[45] cfr. [MC2]

opportuno trovare un criterio di omogeneità che accomuni tutti gli oggetti in questione (una classe più ampia che li includa tutti) in modo da poterli sommare, in altre può essere preferibile marcare la diversità e procedere ad un confronto. Nel nostro caso potremmo scegliere di fare entrambe le cose in momenti diversi, chiarendo di volta in volta cosa si sta facendo e perché.

*

Un ulteriore problema con i marcatori viene sollevato di nuovo grazie ad Alessandro: nell'eseguire "3 passi avanti e due indietro" Alessandro mette anche una ghianda sul punto di partenza. Una volta terminata la sequenza i compagni, osservando le "tracce" lasciate da Alessandro sul pavimento, si accorgono che c'è una ghianda in più, ma non sanno decidere quale delle quattro va eliminata. Risulta illuminante per i bambini l'intervento dell'insegnante che, in silenzio, ripercorre il tracciato di Alessandro facendo corrispondere un passo ad ogni marcatore (operazione simmetrica a quella svolta fino a quel momento dai bambini: loro hanno "scritto", la maestra "legge": la ghianda sulla linea di partenza risulta "illeggibile" in questo caso).

3.7.3 L'insegnante così facendo, oltre a rendere visibile ai bambini la soluzione di uno specifico problema, comincia a innescare, seppure ad un livello di base, il processo di ***"andata e ritorno"dall'azione al simbolo,*** *dal concreto all'astratto, che Anne Siety paragona al rassicurante "gioco del rocchetto", o del "fort – da",* *reso celebre dal nipotino di Sigmund Freud: praticato in genere dai bambini intorno all'anno e mezzo con i più svariati oggetti, nascosti e ripresi in continuazione per simulare, secondo l'interpretazione psicanalitica, l'allontanamento delle persone amate e rassicurarsi sul loro ritorno, questo gioco può rappresentare il processo dell'astrazione matematica; o meglio, rappresenta il modo in cui questo processo potrebbe efficacemente funzionare se non fosse bloccato e censurato, come spesso accade nelle scuole di ogni ordine e grado, generando nel migliore dei casi difficoltà di comprensione, ma spesso anche reazioni di angoscia e rifiuto verso la matematica. (Non è qui il caso di approfondire le ragioni di questa tendenza a censurare "la via del ritorno". Siety propone alcune ipotesi nel capitolo II,1 "prendere corpo" (op.cit.). Lebohec richiama invece l'attenzione sulla funzione di selezione svolta dall'abitudine degli insegnanti a bruciare le tappe verso l'astrazione senza tenere conto delle differenze individuali[46]).*

«Il passaggio da "cinque dita" verso la nozione di "cinque", da "questo disegno di un triangolo rettangolo" verso la categoria del "triangolo rettangolo", da un dato numero verso la lettera che lo sostituisce nel calcolo letterale, può avvenire soltanto *in un gioco di andata e ritorno* incessante. Anche se non ci si guarda sistematicamente la mano per contare, vi si può lanciare un'occhiata ogni tanto…Si sa che è lì, o per lo meno che è stata lì. […]Così, l'operazione di astrazione non si riduce a far sparire il supporto puramente e semplicemente. Si tratta di allontanarsene senza negarlo, di spiccare il volo senza perdere il ricordo del trespolo, e conservando la possibilità, se necessario, di ritornare per un attimo a posarvisi per ritrovare le proprie impronte».[47]

46 [LE] pag. 104
47 [SI] pag. 150-151

CAPITOLO 4

IL MOSTRO DEL RISO in I F

4.1

Verso la metà di novembre la maestra Daria della I E comincia a far giocare i bambini con il riso: dando e prendendo cucchiaiate ci si accorge che un cucchiaio può essere riempito in modi diversi (tanto, «cioè che il riso cade», poco, pochissimo, «intero»…), e che in genere il cucchiaio non è molto pieno quando si dà e invece è pienissimo e traboccante quando si prende per sé. Allora forse bisogna inventarsi degli altri oggetti per misurare, prendere accordi…

Mentre nella E continuiamo a confrontarci con questioni analoghe attraverso la Ballata degli Elefanti, decidiamo di "esportare" il riso in IF, con l'intenzione di stimolare anche lì riflessioni simili a quelle che cominciavano a emergere dagli alunni di Daria, osservare direttamente il loro sorgere e metterne alla prova i possibili sviluppi. Era comunque nelle nostre intenzioni introdurre al più presto questo materiale perché le sue caratteristiche lo rendono molto utile per un percorso intorno al "**discreto e continuo**": il riso nell'uso comune viene trattato come una sostanza continua in genere, si misura a cucchiai a pugni a piatti, o a chili, eppure i suoi chicchi sono chiaramente degli individui, abbastanza facili da vedere e manipolare come tali volendo (specialmente da crudi! Vedremo nel

Gioco dell'Attesa come la questione del crudo e del cotto non sia di secondaria importanza), anche se "un po' troppo piccoli" e troppi di numero per essere "facili da contare" ad uno ad uno. Queste caratteristiche lo rendono anche stimolante per avviare un discorso sull'atomismo, che però sarà introdotto un po' più avanti , con il riso ed altri materiali simili, nel corso del Gioco dell'Attesa. Per il momento avviamo invece un confronto tra *contare gli oggetti* e *contare i gesti* (o le "volte"), che proseguirà in modo più esplicito con i due giochi successivi, l'Attesa e la Tenda. Per dare un senso al gioco del dare e riprendere il riso, oltre che per divertirci di più, inventiamo la storia del mostro, che comincia così: ci sono quattro villaggi (ognuno costituito da 4 o 5 bambini), ciascuno dei quali vive sotto la minaccia costante di un mostro, al quale gli abitanti, coltivatori di riso, sono costretti a cedere una parte consistente del raccolto (ognuno deve dare quattro cucchiai di riso). Fortunatamente i mostri in questione non sono molto furbi e non hanno un buon servizio di sicurezza, così che la notte, mentre dormono, tutti gli abitanti dei villaggi possono intrufolarsi nelle loro tane e riprendere ciò che avevano ceduto durante il giorno…La scelta di ambientare la fiaba in una situazione comunitaria non è casuale, ma è volta a creare la necessità del confronto, dell'accordo, della costruzione di convenzioni valide per tutti (necessità che in parte è mancata nel gioco della Ballata: ved. 3.2). Come è facile immaginare già dal primo turno di gioco emerge il problema dei contadini che riprendono più di quanto hanno dato (cucchiai di riso più colmi), lasciando così in povertà i compagni. All'inizio i contadini impoveriti non riescono a capire bene la causa della propria disgrazia, né gli arricchiti hanno ben chiare le proprie responsabilità. Dopo molte riflessioni e prove i meccanismi cominciano a rivelarsi, e allora si può cominciare a escogitare soluzioni…E' centrale chiaramente, ancor prima della questione dell'**unità di misura**, la **conservazione della quantità**: quest'idea, come risulta evidente dalle loro reazioni, è già presente nei bambini, almeno come "area di sviluppo prossimo", e si va esplicitando e rafforzando nel corso del gioco. Si lavora inoltre intorno allo **zero**, inteso come insieme (contenitore) vuoto, oltre che come punto di partenza (e di ritorno, quando tutto fila liscio) delle operazioni. Ma vediamo meglio come i diversi nodi sono emersi durante il lavoro.

4.2. Il Mostro del Riso: 1° incontro (18 novembre)

Si gioca in classe, sui banchi disposti in modo da favorire il lavoro di gruppo. I presenti sono 17, divisi in 4 "villaggi". Ogni villaggio si riunisce intorno ad un'isola di banchi, al cui centro è posta una vaschetta trasparente con dentro una figurina "mostruosa" (prese in prestito da Alessandro che ne ha una gran quantità, e che si è lamentato per l'assenza di un "vero mostro" nelle nostre "tane" trasparenti: certo anche così non si può dire che sia "vero", ma è già meglio che niente). Ogni bambino è inoltre dotato di un bicchiere di plastica trasparente e di un cucchiaio da minestra, sempre di plastica, tutti uguali. I bicchieri sono pieni di una quantità di riso identica per tutti (situazione iniziale). Le tane dei quattro mostri sono vuote. La prima consegna è che ognuno dia 4 cucchiai di riso al mostro. C’è chi versa nella tana dei cucchiai colmi e chi riempie appena appena la punta del cucchiaio. Al termine dell’operazione chiediamo ai bambini di confrontare tra loro i bicchieri. Ovviamente ora ognuno si ritrova con una quantità visibilmente diversa.

Riporto il commento di Salvatore: - ma il mio è troppo poco!

Ins. Elena: - ma ne hai dato di più?

Salvatore: - no!!

Chiediamo allora ad ognuno di dire quanti cucchiai ha dato e di far vedere a tutti “come erano” le cucchiaiate.

Marta:- se gli do solo un chicco, un chicco e un chicco il riso sembra tanto.

Nella seconda fase del gioco il mostro va a dormire e ognuno riprende «i 4 cucchiai che ha dato prima».

Questa volta al termine del turno chiediamo ad ognuno di confrontare la situazione attuale del proprio bicchiere con la situazione iniziale. Molti affermano di “non trovarsi” (l’espressione “non mi trovo” è usatissima a Napoli, nelle situazioni più disparate, per dire che “i conti non tornano”, in senso letterale o metaforico). Salvatore è convinto di aver «pigliato più poco». Altri non riescono ad operare il confronto perché non ricordano la situazione iniziale. Propongo dunque di trovare un sistema per ricordare.

Mauro:- mettiamo dei bigliettini con dei numeri sopra con quanto ce ne abbiamo di riso

Ins.: - quindi dobbiamo contare tutti i chicchi di riso?

Mauro: sì!

Molti bambini sono d'accordo con la proposta. Qualcuno però si preoccupa perché «sono tanti». Fausto propone allora un'altra soluzione: - Facciamo un segno sul bicchiere con un pennarello all'inizio quando prendiamo il riso. Poi se sta di nuovo a quest'altezza vuol dire che è *uguale* a prima. Se sta più in alto o più in giù è *diverso.*

Prima di sperimentare l'idea di Fausto mi pare però necessario attirare l'attenzione anche su ciò che è avvenuto nella tana del mostro:

- all'inizio non c'era riso nella tana, ora sì. Perché? Visto che ne avete dati 4 e ripresi 4…

Risponde solo Marta, come al solito sintetica e lapidaria:

- i cucchiai non sono tutti quanti lo stesso.

Evidentemente ha già chiara la situazione: è vero che se ognuno dà una quantità e se la riprende è *come se* nessuno avesse dato niente, però nella nostra situazione questo non è avvenuto perché i cucchiai contengono quantità diverse; insomma per far tornare i conti non basta contare il numero dei cucchiai. Durante quest'incontro e il successivo Marta propone a più riprese di contare i chicchi, stabilendo quanti deve contenerne ciascun cucchiaio. La sua idea però non viene messa alla prova per lo sgomento di molti bambini – e anche degli adulti - di fronte all'idea di un'operazione così lunga e minuziosa. Tanto più che avevamo da mettere a punto l'idea di Fausto, che prometteva una soluzione molto più rapida ed efficace, ed apriva soprattutto la strada verso la misurazione delle sostanze continue (non ha caso è stato di nuovo Fausto, che pure si era in gran parte dimenticato gli esiti del gioco del mostro, a fornire uno stimolo per un misurino da farina, alla fine di marzo) . Marta è rimasta convinta di aver subito un'ingiustizia. Probabilmente la soluzione migliore sarebbe stata quella di portare avanti contemporaneamente i due esperimenti e poi confrontarli, dividendo la classe in due gruppi di lavoro o affidando alla stessa Marta il compito di realizzare la propria idea. In questo modo anche la successiva introduzione di sostanze formate da «chicchi troppo fini» per essere contati avrebbe assunto un significato più forte.

Per concludere questa fase del gioco ripetiamo l'operazione segnando il livello del riso secondo l'idea di Fausto all'andata e al ritorno, in modo che tutti abbiano modo di vedere che "c'è qualcosa che non va". *Per quanto riguarda la conservazione della quantità, forse è opportuno sottolineare che nessuno ha ipotizzato che il riso potesse diventare di più o di meno una volta che andava a mischiarsi tutto insieme nella vaschetta, dove per di più si disponeva in larghezza invece che in altezza come nei bicchieri: era chiaro a tutti che, se al ritorno la quantità di riso nel bicchiere cambiava, era per via di qualche problema nelle operazioni di "carico e scarico".*

Nella seconda fase del gioco proviamo a invertire la situazione: i bambini hanno i bicchieri vuoti e le quattro tane sono piene. Il giorno di Natale i mostri sono presi da un improvviso attacco di generosità e permettono agli abitanti di entrare nella tana per prendere 5 cucchiai di riso ciascuno. Ogni bambino prende 5 cucchiai dalla tana e li mette nel proprio bicchiere. Segniamo il livello raggiunto dal riso tramite un tratto di pennarello su tutti i bicchieri. Passata la festa i mostri sono ritornati cattivi come al solito e pretendono di riavere ciò che hanno regalato. Ogni bambino rimette 5 cucchiai nella tana. Quasi tutti danno al mostro delle cucchiaiate molto più piccole di quelle che hanno preso, così che nei bicchieri rimane un po' di riso. Mirko, Dario e Franco, accorgendosi che è loro rimasto del riso dopo la restituzione dei 5 cucchiai, svuotano il bicchiere nella tana. Qualcuno comincia a strillare che Mirko ha imbrogliato, ma si è fatto tardi e dobbiamo rimandare la discussione alla prossima volta.

4.3. Il Mostro del Riso: 2° incontro (26 novembre)

Apriamo stavolta l'attività con una discussione "teorica": se prendiamo 5 cucchiai e ne diamo 5 cosa *dovrebbe* rimanere nel nostro bicchiere? All'inizio i bambini sembrano non capire bene la domanda; qualcuno è messo fuori strada anche dalla parola «cosa»: in questo caso avremmo dovuto chiedere proprio «quanto riso» rimane. Inoltre probabilmente il ricordo del riso "concreto" che quasi a tutti era avanzato nel bicchiere la volta scorsa interferisce con la capacità di fare ipotesi astratte su ciò che *sarebbe dovuto* succedere. La questione si chiarisce quando l'insegnante formula un'ipotesi identica sostituendo però al riso 5 caramelle. A questo punto è ovvio per tutti che alla fine ci si trova senza niente. Una volta affermata questa premessa possiamo tornare ai nostri esperimenti.

Per ricondurre la discussione sui problemi emersi nell'ultima parte dello scorso incontro le due insegnanti di base ed io esortiamo gli alunni ad osservarci attentamente mentre simuliamo, senza parole, le tre situazioni finali che si erano presentate in quell'occasione:

Situazione 1 (MP): prendo 5 cucchiai di riso, ne do 5 e mi trovo con il bicchiere vuoto

Situazione2 (Ins. Elena): prende 5, restituisce 5, si accorge che c'è ancora riso nel bicchiere e lo svuota rovesciandolo nella tana.

Situazione 3 (Ins. Anna): prende 5 cucchiai colmi, ne restituisce 5 rasi, si trova ancora riso nel bicchiere e lo tiene per sé.

Al termine della simulazione chiediamo ai bambini di descrivere ciò che hanno visto ed esprimere le proprie opinioni.

Susi nota i "cucchiai piccoli" restituiti da Anna: è la prima che prova a precisare in cosa consista la "diversità" dei cucchiai. La maestra Elena coglie l'occasione per rievocare le attività svolte all'inizio dell'anno sui concetti di "piccolo, medio e grande" a partire dalla favola di Riccioli d'oro. D'ora in poi tutti cominciano ad usare (appropriatamente) questi aggettivi per riferirsi alle cucchiaiate di riso.

In un successivo intervento Elena chiede se i bambini hanno capito perché ha rovesciato il bicchiere. Riporto una parte della discussione che ne è seguita.

Coro: - perché non ti trovavi.

Alessandro: - ti sei imbrogliata.

Rita: - hai preso 5, ne dovevi dare 5, però il 5 si è formato il 6 perché hai fatto così (fa il gesto di rovesciare un immaginario bicchiere)

MP: - cioè Elena ha fatto 6 gesti: 5 cucchiaiate e uno svuotamento.

Elena: - Invece di fare lo svuotamento, me lo potevo tenere il riso?

Alessandro: - sì.

Saverio: - no.

Franco invece è convintissimo che Elena abbia preso per sbaglio 6 cucchiaiate invece di 5, e che il suo svuotamento sia servito a rimediare all'errore riportandola "come stava prima".

Per quanto riguarda la situazione 3, tutti concordano sul fatto che Anna «non si trova», ma protestano energicamente quando lei sostiene di aver imbrogliato. Molti sostengono, al contrario, che ad imbrogliare sia stata Elena, come hanno fatto con Mirko nel precedente incontro. *Una simile opinione può apparire curiosa, perché se ci immedesimiamo nella finzione del gioco il comportamento inscenato da Roberta è quello dell' "evasore fiscale" che sarebbe presumibilmente punito dal mostro, mentre il comportamento di Mirko è quello di un cittadino di specchiata onestà.*

Il fatto è spiegabile, però, tenendo conto che tutti sono molto più concentrati, in questa situazione, sull'aspetto "matematico" del gioco che non sulla finzione costruita dal racconto: questa è chiaramente un pretesto, e alcuni bambini *tengono a sottolineare di esserne ben consci, dal momento che sono ormai "grandi". L'obbiettivo reale non è quindi quello di salvarsi dal mostro, ma è la comprensione del problema di queste cucchiaiate che continuano a "non tornare". In questo senso Mirko ha cambiato le carte in tavola, agli occhi di alcuni compagni, mentre Roberta è "stata al gioco", nel senso indicato in 3.7. La sua onestà consiste nel lasciar vedere a tutti il risultato che ha raggiunto, anche se è sbagliato, in modo che il suo errore possa diventare un dato utile alla ricerca che si sta conducendo insieme.*

Alla fine dell'attività proviamo di nuovo a cercare una soluzione per far sì che tutti si trovino «giusti» alla fine («cioè con nessun riso», come dice Alessandro). Per il momento nessuno si fa venire un'idea e la questione resta aperta. Alessandro è il più perplesso perché si accorge che il riso rimasto nel suo bicchiere non ci dovrebbe essere, eppure si sente sicuro di aver preso e dato cucchiai uguali, e insomma non sa spiegarsi dove sta il problema.

Riprendendo l'ipotesi iniziale delle caramelle Elena sostituisce, questa volta concretamente, i cucchiai di riso con 5 pezzi uguali presi da una scatola di regoli. Ovviamente con i cubetti di plastica l'operazione di prendere 5- dare 5- trovarsi a mani vuote fila liscia. Non è come con il riso!

Interrogati su quale sia la differenza tra pezzi e cucchiaiate, quasi tutti rispondono che il riso è più difficile da prendere perché è più piccolo. Questo certamente è vero, ma non è il centro del problema, che va chiarito meglio: non è solo una questione di dimensioni, ma di "modi di guardare". A questo punto del percorso ci sembra necessario avviare un confronto diretto e più approfondito tra materiali diversi e tra diversi modi di guardare lo stesso materiale. Accettiamo dunque di lasciare aperta la conclusione del problema dei coltivatori di riso, per dedicarci ad affrontare le stesse questioni con un nuovo gioco. A distanza di qualche mese i bambini scopriranno che la soluzione trovata per la farina del Gioco dell'Attesa funzionerebbe anche per il riso da dare al mostro, ed è collegata ai bicchieri col segno introdotti da Fausto.

CAPITOLO 5

IL GIOCO DELL'ATTESA

5.1.

La periodicità "variabile" delle mie visite a scuola ha offerto l'occasione per il terzo gioco: tra un incontro e l'altro ogni bambino aveva il compito di mettere tutte le mattine un particolare oggetto in un sacchettino trasparente, che doveva poi riappendere, accanto a quelli di tutti gli altri compagni, ad un filo da bucato teso da un capo all'altro dell'aula. La volta successiva si contavano gli oggetti nei sacchetti per calcolare quanti giorni erano passati dalla visita precedente. Durante un mio breve passaggio a scuola all'inizio di febbraio abbiamo indicato a ciascuno che cosa doveva mettere nel proprio sacchetto: qualcuno doveva mettere un tappo al giorno, qualcun altro una foglia, una conchiglia, una lenticchia, un chicco di riso e così via; ad altri abbiamo assegnato invece il compito di contare tramite una cucchiaiata quotidiana di una **sostanza continua**: per qualcuno la farina, per altri il sale, altri ancora dovevano mettere riso o lenticchie, però a cucchiai e non a chicchi, in modo da poter confrontare collettivamente, alla fine, **due diversi modi di guardare lo stesso materiale**. Sicuramente sarebbe stato utile lavorare anche con sostanze liquide, ma abbiamo deciso un po' a malincuore di lasciar perdere per questioni di "ordine pubblico". Ciò non toglie che, dedicandovi un momento specifico e con una buona organizzazione (ad esempio panni di ricambio!) sia possibile anche mettersi a trafficare con le cucchiaiate d'acqua[48]. Per il momento ci siamo invece limitati a far di necessità virtù approfittando del "problema – acqua" per condurre i bambini dal piano della sperimentazione concreta a quello della rievocazione dell'esperienza personale e della formulazione di **ipotesi**. Ci pare che anche questa soluzione abbia avuto sviluppi interessanti, che saranno illustrati nei seguenti paragrafi. Per quanto riguarda invece l'esperienza con i materiali appesi nei sacchetti, gli alunni hanno potuto verificare come, utilizzando gli oggetti discreti come segno, non sia difficile tenere il conto dei giorni. I problemi cominciano a sorgere, al contrario, quando si guarda il proprio sacchetto pieno di farina e ci si accorge che non è più possibile *vedere* quanti cucchiai sono, perché «si è mischiata tutta». Allora si prova a contarla rifacendo le cucchiaiate ma, come abbiamo già avuto modo di sperimentare durante i giochi col riso, i cucchiai non sono affidabili: ricontando più volte la stessa farina risulta un numero diverso di cucchiai ogni volta…In questo modo arriviamo ad esplicitare il **significato del contare**: per prima cosa il conto deve "tornare", proprio nel senso che ricontando la stessa quantità più e più volte, e chiunque sia a contare, deve ripresentarsi (tornare) sempre lo stesso risultato. Poi, verso la fine del gioco, dopo aver sperimentato e riflettuto a lungo su cosa può significare che una classe di oggetti è "facile" o "difficile" da contare, qualcuno arriva a dire che «contare è fare un'azione». Cerchiamo allora di definire le caratteristiche di questa particolare azione, o meglio, sequenza di azioni. Chiuderemo il cerchio con il

---

48 L'anno successivo a quello in cui si è svolto il progetto le stesse insegnanti hanno allestito per i bambini addirittura una "stanza dell'acqua" nell'ambito del progetto "Laboratorio

gioco successivo, quello della Tenda Matematica, attraverso il quale lavoreremo nuovamente sul rapporto tra azione e segno, altro elemento fondamentale per la comprensione del concetto di numero. Un'ulteriore questione che il Gioco dell'Attesa ci ha consentito di aprire, attraverso l'osservazione e la manipolazione di sostanze formate da "chicchi" di dimensioni via via più piccole, è quella dell'**atomismo**. Per cogliere meglio l'importanza di questo schema mentale nella costruzione delle basi dell'aritmetica possono risultare illuminanti gli studi di Piaget su "atomismo e conservazione" [49]. Oltre agli esperimenti sul parallelo sviluppo dello schema atomistico e della conservazione della quantità nei bambini è utile ricordare la relazione evidenziata dall'autore (riprendendo Hannequin) tra atomismo e numero:

«quando l'atomismo infantile è completo (quando cioè riguarda simultaneamente la conservazione della sostanza , del peso e del volume delle particelle), precisamente allora il soggetto si rivela capace […] di dissociare un continuo lineare o di due o tre dimensioni in punti di numero illimitato. L'atomo viene così concepito come una specie di punto fisico […], così come il punto è un atomo spaziale»[50].

Dalle ipotesi di Piaget si potrebbe trarre lo spunto per svolgere a scuola attività dirette ad esplorare, all'inizio concretamente, lo schema atomistico, collegandolo alla costruzione della linea dei numeri (anche per un approccio ai numeri razionali), oltre che ai successivi sviluppi della geometria (punti, rette, superfici…) e alle basi della geometria analitica in particolare (piani cartesiani…).

---

degli Elementi".

49 [PI] Capitolo 4

Nel corso del progetto abbiamo avuto modo di avviare appena un percorso di questo genere, che per altro ha appassionato i bambini portandoli anche a porsi domande e ipotizzare risposte di notevole interesse.
Gli sviluppi suggeriti sopra potrebbero essere più adatti per anni successivi al primo, senza la necessità tuttavia di rimandarli fino alla scuola media.

N.B.: nel raccontare lo svolgimento degli incontri ho spesso distinto i materiali usati utilizzando le due categorie di "oggetti discreti" e "sostanze continue". Queste definizioni non sono però state utilizzate in classe: gli alunni hanno gradualmente introdotto, come si vedrà oltre, altri termini man mano che hanno sentito la necessità di distinguere le cose che riuscivano a contare tranquillamente da quelle che invece creavano problemi; ciò è stato loro possibile nel momento in cui hanno iniziato ad individuare delle caratteristiche comuni tra i diversi materiali appartenenti a ciascuna delle due categorie. In I F abbiamo dedicato un momento specifico alla ricerca dei termini più adatti per indicare le due classi di oggetti.

5.2. Il Gioco dell'Attesa: 1° incontro – classe IE (25 febbraio)

---

50 [PI] pag. 153

Al mio arrivo in classe chiedo ai bambini se mi possono dire quanti giorni sono passati dall'ultimo incontro, giacché io non ho tenuto il conto. Chi aveva in consegna gli oggetti discreti comincia subito a contarli estraendoli ad uno ad uno dal sacchetto. Chi invece l'ha riempito di cucchiai di zucchero, farina, riso eccetera si blocca, non sa che fare. Mentre i compagni annunciano alla classe il risultato del conteggio (11 quasi per tutti) che viene poi scritto alla lavagna, i proprietari delle sostanze continue riescono al massimo a dire che i giorni passati sono «tanti», oppure «non so» o «non posso» (Diana). Simone adotta invece una curiosa strategia: spiana per bene la farina all'interno del sacchetto, senza aprirlo, ma passandoci sopra le mani in modo da appiattirlo sul tavolo; poi con un cucchiaio sfiora più volte il sacchetto imitando il gesto di prendere delle cucchiaiate, facendo in modo da non ritornare mai con il cucchiaio nella zona da cui ha già "tolto" la farina. Una volta passata in rassegna in questo modo tutta la superficie occupata dalla farina, sempre contando ad alta voce i propri gesti, annuncia il risultato di "11". Riprova poi per controllare ed arriva questa volta a 12. Si convince a questo punto che ci dev'essere qualche pecca nel suo sistema.

Senza con questo voler incasellare il comportamento di Simone in uno stereotipo, penso di poter riportare la mia impressione che egli abbia in genere una chiara immagine mentale delle strutture sottostanti alle situazioni ma una scarsa propensione a metterle alla prova concretamente – cfr. 3.2. In genere in Simone il primo aspetto compensa il secondo, ma a volte la sperimentazione è più efficace della speculazione nell'ispirare nuove strade per la soluzione dei problemi, oppure può essere fondamentale per rendersi conto degli errori. In questo senso il confronto con i pari può essere molto utile a Simone suggerendogli nuovi modi di affrontare le cose, almeno quanto le sue intuizioni "all'avanguardia" contribuiscono ad ampliare "l'area di sviluppo prossimo" del gruppo.

Il tentativo di Simone è comunque d'aiuto per sbloccare la situazione, perché ispira Diana a formulare un piano d'azione: «quelli che hanno riso, farina, sale, lo devono mettere in un barattolo con un cucchiaio e contare».

Cominciamo a mettere in atto il piano e aggiungiamo i risultati raggiunti allo schema alla lavagna, che riporto di seguito:

Primo schema

Gino- foglie: **5** Ester – lenticchie: **tanti!** Claudia – riso : **tanti!**
Donato – tappi: **10** Lello –bottoni:**11**
Lina – farina: **?; (poi) 35 cucch. piccoli; (poi) 11 cucch. grandi**
Marco – chicchi riso: **5** Diana – sale: **non posso**; **(poi) 12 cucch.**
Laura – bottoni : **11** Agostino – foglie: **9** Silvia – chicchi riso: **12**
Giovanni – tappi**: 11** Mario – pietre:**11** Giulia – conchiglie: **6**
Antonio – lenticchie singole: **11** Lara - noci: **11** Imma – noci: **7**
Simone – sale: **11; (poi) 12** Roberto –sale: **11** Titti – farina: **25**

All'invito a commentare lo schema alla lavagna risponde Lorenza: «ognuno ha un diverso numero. Forse è perché qualcuno è mancato, è andato in viaggio…»

Silvia nota però che «ci sono anche un pochettino di 11, non è che i numeri sono tutti diversi».

Propongo allora di «contare quanti ce n'è di ogni numero». Poiché in questo modo ci avviamo su un sentiero difficile imposto direttamente io stessa un nuovo schema alla lavagna, a fianco del vecchio (per fortuna la lavagna è grande!), avvertendo i bambini di fare attenzione a non confondersi, perché i numeri delle due colonne significano due cose diverse. Prima di riempire con l'aiuto della classe il secondo schema sottolineo nel primo tutti i risultati, usando lo stesso colore per i numeri uguali.

Secondo schema

Quanti bambini hanno giocato un certo numero di volte	**Numero di volte che un bambino ha giocato (giorni)**
2	**5**
1	10
9	**11**
3	12
1	**9**
1	7
1	**6**
1	25
1	**35**

Dopo aver nuovamente sottolineato che stiamo facendo una cosa un po' particolare e difficile, cioè stiamo "contando i numeri", avviamo la discussione: ci chiediamo il significato della frequenza dei diversi risultati, e proviamo a ipotizzare quale risponda più probabilmente alla realtà. Quasi tutti ritengono che siano passati 11 giorni (perché ci sono molti 11), qualcuno si orienta verso il 12 (perché è normale che molti bambini siano stati assenti un giorno, ma non è possibile che qualcuno sia venuto un giorno in più). Marco propone la possibilità che siano passati 8 giorni, ma non ci spiega perché (forse ha cercato di fare una media approssimativa fra i diversi risultati?).

Tutti sono d'accordo che quei numeri così alti come 25 e 35 non sono plausibili, ma devono dipendere da qualche problema con i cucchiai. Proviamo allora a ricontare più volte la farina di Lina e Titti, ma continuano a uscire risultati diversi. Secondo Silvia per risolvere il problema «bisogna decidere prima di iniziare il gioco quanta farina ci dev'essere nel cucchiaio, per esempio così» – mostra un cucchiaio raso di farina- «Così quando finisce il gioco lo puoi rifare». Insiste poi per provare a contare la farina di Titti a cucchiaiate rase. I bambini si dispongono in cerchio intorno a Silvia e contano ad alta voce le sue cucchiaiate. Insistiamo che tutti pronuncino il numero nello stesso momento, alla fine di ogni ciclo di azione (potremmo anche dire alla fine di ogni "volta"), cioè dopo che Silvia ha versato ciascuna cucchiaiata: ciò per evitare la confusione, che porterebbe a perdere il conto, oltre che per stimolare i bambini a controllare l'effettiva corrispondenza dei numeri pronunciati con i gesti, invece di cantilenarli "a vuoto" come una filastrocca. Arriviamo così a 28! Solo a questo punto Silvia si rende conto fino in fondo delle implicazioni della propria stessa idea, perché è perfettamente in grado di giustificare il risultato evidentemente sbagliato: «non abbiamo deciso *prima* quanta metterne». Cioè: poiché l'unità di misura non è stata fissata all'inizio del gioco, due settimane fa, anche se la fissiamo ora non possiamo risolvere il problema, a meno di non ricominciare il gioco da capo (come in effetti decideremo di fare alla fine dell'incontro).

I commenti di Simone e Giovanni al conteggio della farina ci portano invece verso una **definizione di sostanza continua**:

«certe cose non si contano bene perché sono **molli, si mettono tutte insieme**»;

«con queste cose **cambia il numero** se fai i cucchiai grandi o piccoli» (insomma i conti non tornano mai, come si è detto in 4.1. a proposito del **significato del contare**).

La maestra Daria approfitta dell'occasione offerta dall'intervento di Giovanni per avviare una riflessione sulla **compensazione** tra numero delle unità di misura e loro dimensione: - se prendo proprio i cucchiaini da caffè invece che quelli da minestra, il numero è più grande o più piccolo?

Coro: - più grande!

Marco: - più piccolo.

Ins.D. : - no, più grande, perché dobbiamo fare più cucchiaiate.

Laura: - più grande, perché ne metti poco e quindi ne conti tanti.

Sembra che le basi della compensazione siano già chiare. Il successivo intervento di Daria riporta la discussione sulla differenza tra discreto e continuo: «perché con tappi, noci , bottoni non è successo come con la farina?». Secondo alcuni, il problema con la farina è che i chicchi sono troppo piccoli, non si vedono bene, e insomma non si riescono a separare, a prendere uno alla volta per contarli, come si fa con i tappi e cose simili. Marco però ci mostra come, volendo, si potrebbero contare anche i chicchi di farina, purché li si sparga bene a terra in modo da poterli separare. Silvia ritorna invece sulla sua idea precedente proponendo di «riempire il cucchiaio con i cucchiaini da caffè, così contiamo sempre quanti cucchiai piccoli vanno sul cucchiaio grande». *Una proposta del genere può apparire in un primo momento poco utile (si riproporrebbero gli stessi problemi con i cucchiai piccoli, e poi non è chiara la funzione di quelli grandi in questo modo…), ma nasconde l'intuizione importante che, utilizzando unità di misura sempre più piccole per lo stesso oggetto, il margine d'errore diventa via via più* *trascurabile. Per sviluppare quest'intuizione potrebbe essere interessante impostare delle attività confrontando i risultati di misurazioni della stessa quantità di sostanza con unità di misura grandi e piccole, verificando in quale delle situazioni considerate i conti tornano di più…Il discorso potrebbe collegarsi spontaneamente alla questione dell'atomismo ipotizzando di dividere le unità di misura in unità sempre più piccole, fino ad un limite (e quale allora?) oppure all'infinito*[51].

Nel nostro caso abbiamo preferito aprire la riflessione sull'atomismo a partire dai chicchi, che costituivano al momento il problema più sentito da tutti, per poi spostarla, come si è detto all'inizio del capitolo, sul problema - acqua. Riporto l'ultima parte della discussione.

Silvia: - anche la farina ci ha i chicchi, li senti pure, solo che sono molto piccoli.

Ins. Daria: - si devono dividere.

M.P. - ma tutte le cose hanno i chicchi?

Silvia: - sì.

M.P. - e l'acqua?

Silvia: - no!

Coro: - le gocce! I bicchieri!

Diana: - o con i cucchiai o con i bicchieri.

M.P.: - ma le gocce si possono dividere una dall'altra?

Coro: - no!

---

[51] Per un esempio di trattazione della "divisione all'infinito" rivolta a lettori bambini cfr. [EN] pag. 13- 16

Francesca: - le medicine!

M.P. - allora si possono dividere, ma cosa ci vuole?

Diana: - quel coso piccolo che si butta negli occhi.

M.P. - come si chiama?

Ins.Daria: - quella specie di pompetta, come si chiama? A che serve? Permette di…

Marco: - dividere le gocce.

M.P: - le dividiamo perché?

Marco: - per contarle.

M.P. - e allora si chiama?

Coro: - contagocce!!!

Antonio: - maestra, se piove e hai l'ombrello cadono le gocce e puoi contarle.

Gioia: - e se cade una goccia sopra l'altra come le conti?

*Gli interventi riportati evidenziano il modo in cui i bambini hanno fatto propria la necessità di centrare l'attenzione, per poter contare, su degli "individui" (dividere: imposizione di un discreto formante), identificando il momento in cui le cose "si mischiano", o stanno "una sopra l'altra" come una condizione che rende impossibile l'azione di contare (è emerso nel corso dell'attività che, nel loro schema mentale del "contare", alcuni privilegiano il momento dell'***azione*** *di prendere e mettere da una parte, altri sentono soprattutto l'esigenza* di una ***visione*** *chiara e, soprattutto, "distinta" degli oggetti. Gli stessi temi saranno approfonditi in I F tramite le schede "facile/difficile").*

L'ultima fase dell'incontro è dedicata alla raccolta di proposte per "trovarsi con i conti" delle sostanze continue la prossima volta. Siamo infatti giunti alla conclusione che dobbiamo stabilire prima una buona "organizzazione" e solo in seguito ricominciare il gioco daccapo. La classe si divide in tre gruppi di discussione, ad ognuno dei quali partecipa un'insegnante. La proposta più "convinta" viene da Giulia, che suggerisce inizialmente di usare «uno di quei bicchieri con i numeri, e poi decidere fino a che numero»; poiché però a scuola non ci sono misurini Giulia ritiene che possiamo usare i bicchieri della mensa che sono a righine e «decidere la riga», oppure qualsiasi bicchiere purché si segni il livello con un pennarello. Nei giorni successivi la classe costruirà un misurino usando quest'ultimo metodo e ricomincerà a contare i giorni, fino all'incontro successivo.

5.3. Il Gioco dell'Attesa: 2° incontro – classe I E (10 marzo)

Il Gioco dell'Attesa si conclude in I E con il secondo incontro, durante il quale verifichiamo di aver raggiunto gli obbiettivi che ci eravamo posti: il nostro misurino infatti ha funzionato! Riutilizzandolo per contare farina, lenticchie eccetera, troviamo che il numero di misurini corrisponde al numero di giorni trascorsi, che questa volta la classe ha annotato su di un foglio, oltre a contarli come la volta precedente tramite gli oggetti discreti. Certo qualche errore c'è ancora, ma è dell'ordine di mezzo misurino al massimo e decidiamo di accontentarci. D'altra parte anche con gli oggetti discreti ci possono essere degli

errori dovuti per esempio a dimenticanze. Alcuni notano però come sia comunque più difficile utilizzare le sostanze continue: riempire in modo preciso un misurino è un'operazione laboriosa e non sempre riesce del tutto.
Una volta ultimate queste considerazioni proviamo ad utilizzare i materiali con cui abbiamo giocato in un modo diverso: la maestra rovescia su un banco un misurino di farina, poi la appiattisce con la mano e la spande in modo da formare un cerchio; ripete l'operazione con un misurino di lenticchie ed uno di riso.

Come nota Silvia, «più i chicchi sono piccoli più il cerchio è grande». Secondo Marco questo curioso fenomeno si può spiegare tenendo conto che il riso, ad esempio, «è anche *chiatto*, va anche in altezza, non si spiaccica tutto sul banco», a differenza della farina. Provo a chiedere a questo punto perché i tre materiali quando stanno nel misurino occupano tutti lo stesso spazio (cioè lo spazio di un misurino), mentre una volta sparsi sul banco occupano tre spazi di grandezze diverse. I bambini fanno facce perplesse. La domanda resta aperta, ma forse in qualche modo aveva già risposto Marco. Aggiungiamo nuovi elementi a questa spiegazione portando il nostro esperimento fino ai casi più estremi, che rendono più chiara la situazione: proviamo a riempire anche un misurino di tappi, uno di conchiglie, uno di noci (ci va una noce sola!): in questo caso trattiamo gli oggetti discreti come se fossero dei chicchi enormi di una sostanza continua (questo succede anche nella vita quotidiana: ad esempio le noci o le cozze si mangiano una per volta ma si vendono a chili, si trasportano a secchi o a sacchi. L'effetto "straniante" nel nostro caso è dato dal fatto che il misurino è straordinariamente piccolo per la dimensione di questi nuovi "chicchi"). Per quanto tentiamo di incastrare gli oggetti in vari modi, ci accorgiamo che restano sempre molti spazi vuoti. Allora forse una cosa del genere succede anche con il riso e le lenticchie, solo che ce ne accorgiamo di meno perché gli spazi vuoti sono più piccoli. Con la farina invece non ci sono proprio, sembra…

Una volta rovesciati sul banco, questi misurini formati da sei o sette tappi da birra, quattro conchiglie, una noce, formano dei cerchi molto più piccoli rispetto a quelli costituiti dalle tre sostanze fatte di chicchi fini. Sembra che la "funzione" individuata da Silvia continui a dimostrarsi valida. Anche quest'attività sembra offrire spunti interessanti, ma decidiamo di lasciarli da parte per ora perché abbiamo altre priorità: come spiegato all'inizio del capitolo, abbiamo un "cerchio da chiudere" – per quanto ogni chiusura debba considerarsi sempre provvisoria, soprattutto ad un livello di base come questo ovviamente (ma non solo).

5.4. Il Gioco dell'Attesa: 1° incontro – classe I F (25 febbraio)

Vedendomi arrivare i bambini escono dall'aula per venirmi incontro: «abbiamo fatto quello che hai detto, ma certe cose siamo riusciti a contarle e certe no». Appena entrati in classe ci mettiamo dunque al lavoro per verificare cos'è successo. I materiali usati sono gli stessi che abbiamo scelto per l'altra classe. Chi doveva contare i giorni con gli oggetti discreti si ritrova 6 cose nel sacchetto: non ci sono differenze tra i sacchetti di ognuno perché la maestra si è preoccupata che nessuno si dimenticasse di svolgere il compito e che qualcuno tenesse aggiornate anche le bustine degli assenti. Insomma siamo sicuri che sono passati 6 giorni di scuola dall'inizio del conteggio. Cominciamo ora a contare le sostanze continue partendo dallo zucchero di Dario. Dopo tutti i nostri traffici con il riso è naturale per gli alunni della I F prendere il cucchiaio e **rifare l'operazione di conteggio "all'indietro"**. Accingendosi a ricontare il suo zucchero Dario riempie i cucchiai con quantità diverse perché, ci spiega, si ricorda che il primo giorno aveva messo nel sacchetto un cucchiaio pieno, il secondo uno più piccolo…

Arriva a contare 6 cucchiai ma c'è ancora una buona quantità di zucchero nel sacchetto: sicuramente continuando a contare uscirebbero ben più di 6 cucchiai. Dario ipotizza che il problema sia dovuto alle difficoltà pratiche nel raccogliere lo zucchero col cucchiaio quando si arriva verso il fondo del contenitore. Propongo allora, tanto per sgombrare il campo dall'interferenza di problemi secondari, di versare lo zucchero su una tovaglietta di carta e riprovare. 42 cucchiai! Avviando un giro di interventi emerge che non si riesce a contare bene perché lo zucchero è «piccolo», o, per qualcun altro, «è sciolto», oppure è Dario che ha fatto cucchiai troppo piccoli.

Le proposte per «fare un conto preciso dei giorni con zucchero e farina» sono: fare cucchiai grandi; inclinare il contenitore per raccogliere meglio; contare a manciate invece che a cucchiai.

Ci mettiamo all'opera per sperimentare le varie idee. Ovviamente tutti quanti vogliono provare a contare e ricontare la farina a manciate: non tanto per un fervore matematico ma perché è «troppo bella la farina! (lo zucchero è già stato tolto di mezzo visto che la quantità stava cominciando a diminuire per *misteriose* ragioni). Però anche questa storia che all'andata esce un numero e al ritorno ne esce un altro completamente diverso è bella e appassiona tutti quanti, un po' sembra una magia, un po' uno scherzo: c'è chi se ne va scuotendo la testa, chi si fa grandi risate… Alessandro ha deciso che deve far tornare i conti ad ogni costo: sapendo che i giorni passati sono 6 si inventa certi virtuosismi manipolatori per riuscire a prendere la farina giusto con 6 manciate: comincia con dei pugnetti mezzi vuoti, poi, valutando che di questo passo non gli basteranno certo 6 prese, aumenta la quantità riempiendosi le mani a più non posso, con la farina che gli cade da tutte le parti. Alla fine può annunciare con orgoglio di aver raggiunto il risultato esatto risolvendo definitivamente la questione. Sollevo qualche obiezione: così "non vale", se Alessandro non avesse già saputo il risultato non sarebbe riuscito a raggiungerlo. Poiché lui protesta e difende la validità del suo metodo gli propongo di metterlo alla prova con una sfida: mentre una compagna prende un certo numero di manciate di farina Ale deve allontanarsi e chiudere gli occhi. Al suo ritorno dovrà indovinare quante manciate sono state prese. Malgrado la sicurezza con cui ha raccolto la sfida Alessandro una volta tornato conta 14 manciate, mentre siamo tutti testimoni che Sonia ne aveva prese soltanto 4. Insomma, ci tocca continuare a lavorare se vogliamo arrivare in fondo alla questione. Fausto fa 6 prese di farina utilizzando due cucchiai insieme, come si usa con l'insalata. Al ritorno diventano addirittura 32. Stiamo cominciando a sentirci un po' troppo frustrati a questo punto. Decidiamo dunque di mettere per il momento da parte gli esperimenti e ritemprarci con un po' di lavoro teorico.

Cominciamo con lo scrivere alla lavagna da una parte le cose che abbiamo contato senza problemi, dall'altra quelle che ci hanno dato del filo da torcere. Le lenticchie secondo alcuni rientrano nella prima categoria, per altri invece nella seconda, infatti, come nell'altra classe, c'è chi ha segnato i giorni con le lenticchie singole e chi metteva una cucchiaiata ogni volta. Scriviamo poi le diverse proposte per dare un nome a «tutte quelle cose che non riusciamo a contare»:

TUTTE ATTACCATICCE/ ATTACCATE / DIFFICILI DA CONTARE .

Alla richiesta di battezzare anche "quelle altre" le risposte sono: FACILI DA CONTARE / NON C'E' MALE. Dovendo scartare "Non c'è male", adottiamo per gli oggetti discreti la definizione "facili da contare", e di conseguenza la accoppiamo con "Difficili da contare" in riferimento alle sostanze continue (nel corso dell'attività scopriremo però come molte cose rientrino nella categoria "difficili da contare" per motivi diversi dalla "continuità", come si vedrà oltre).

Proseguiamo la nostra lista di cose facili/ cose difficili da contare aggiungendo a quelle utilizzate per il Gioco dell'Attesa tutte quelle che vengono in mente ai bambini. Ognuno ha molte idee da esprimere e presto buona parte della classe si comincia a spazientire: ci sono troppe cose da dire per poter aspettare ogni volta il proprio turno. È un sollievo per tutti ricevere un foglio bianco su cui poter scrivere tutti gli esempi che vogliono. L’indicazione è di dividere il foglio in due colonne , una per elencare le “cose facili da contare”, una per quelle “difficili”. Molti hanno ancora qualche difficoltà nella scrittura, anche con lo stampatello maiuscolo (alcune parole risultano quasi illeggibili e dobbiamo farcele decodificare dagli autori), ciò nonostante si dedicano con impegno alla nuova attività durante l’ultimo quarto d’ora a nostra disposizione. Ognuno scrive almeno una decina di esempi, ma diversi bambini ne mettono insieme anche più di quaranta. (L’unico ad avere difficoltà serie è Mirko, giunto in Italia da pochi mesi. Questa volta prova a scrivere da solo ma con scarso successo, perdendo anche la concentrazione probabilmente per la stanchezza dopo tante ore di scuola in lingua straniera. Nell’incontro successivo, tutto dedicato ad un lavoro scritto, l’insegnante ed io lo assisteremo da vicino per aiutarlo ad esprimersi, come per altro faremo, per un tempo più ridotto, anche con gli altri bambini). Trascrivo a titolo di esempio una parte dei termini elencati dagli alunni sui fogli bianchi (in grassetto le parole che ricorrono in entrambe le colonne).

FACILI DA CONTARE: pietre - foglie - noci – ghiande - **lenticchie** – **riso** - **pasta -** bastoncini di pesce – seppie – **formiche** – topi – bigliettini delle presenze – stelle filanti – **coriandoli**– portapastelli – tappi – pennarelli – pennelli - lettere – scritte – libri - denti –mani – bambini – macchine - giocattoli - mobili

DIFFICILI DA CONTARE: farina – **lenticchie -** zucchero - caffè – sale fino - **riso** – **pasta -** yogurt - miele - olio – vino – acqua - mare — cielo - luce - stelle –

neve – pioggia - fango - terreno - api – **formiche** – **coriandoli** – inchiostro – pittura

5.5. Il Gioco dell'Attesa: 2° incontro– classe IF (10 marzo)

Visto il "successo di pubblico" del lavoro di scrittura e la ricchezza delle proposte emerse ho provato a raccoglierne un campione significativo in una scheda che abbiamo distribuito in fotocopia ai bambini durante il secondo incontro. La scheda è strutturata come una tabella a doppia entrata: nelle righe sono elencati una serie di oggetti scelti, come detto sopra, tra quelli scritti dai bambini il 25 febbraio, privilegiando i termini che davano la possibilità di sollevare le questioni più interessanti rispetto al significato del contare, oltre che i materiali con cui avevamo lavorato di più come la farina e il riso. All'elenco ho aggiunto "i passi" che nessuno aveva citato la volta precedente. Le colonne richiedono di indicare con una crocetta se ciascun oggetto si può considerare facile, difficile oppure "a volte facile e a volte difficile" da contare. L'ultima colonna lascia lo spazio per giustificare ogni risposta. Gli alunni non hanno mai compilato tabelle a doppia entrata (in genere questo strumento non viene proposto in prima) ma, dopo una spiegazione dettagliata e con un po' di assistenza individuale in caso di dubbio, non trovano grandi difficoltà. Ciò che necessita invece spesso di una discussione approfondita (condotta stavolta come un dialogo "in privato" tra un bambino e un adulto) è la giustificazione delle risposte, in alcuni casi perché i bambini non hanno in mente una spiegazione, in altri, al contrario, perché hanno idee troppo complesse e particolareggiate per le loro ancora scarse abilità nella scrittura. Nel primo caso tentiamo un lavoro maieutico, cercando di ricostruire attraverso una serie di domande come il bambino si immagina di contare o di avere a che fare in genere con l'oggetto in questione. Nelle situazioni del secondo tipo il ruolo degli adulti è quello di aiutare a trovare una sintesi in modo che la quantità di parole da scrivere e le difficoltà sintattiche risultino alla portata dell'alunno, oppure, se questo non basta, scriviamo alcune risposte sotto la dettatura del bambino. In alcuni casi le stesse dinamiche si attuano tra pari: i primi a finire il lavoro accorrono in aiuto dei compagni in difficoltà. Cerco di suggerire agli aiutanti il modo di dare una mano senza imporre le proprie idee. Per due ore tutti scrivono con fervore, riducendo l'intervallo delle 11 ai secondi necessari per trangugiare la merendina, pur di non togliere tempo all'attività: decisamente, non ci aspettavamo tanto, e non è neanche del tutto chiaro perché un argomento del genere abbia suscitato una tale passione. Trascrivo qui di seguito la scheda compilata da Marta per illustrare meglio in cosa è consistito il lavoro (la riga del riso lasciata in bianco ha forse a che fare con il conflitto apertosi con Marta sulla questione dei chicchi durante il Gioco del Mostro ?) .

	Facile da contare	Difficile da contare	A volte facile e a volte difficile da contare	Perché?
L’acqua		X		L’acqua è sciolta
I bastoncini di pesce	X			Perché è lungo
La farina		X		È microscopica
Le formiche			X	Qualche volta sono lente e qualche volta sono veloci
Le lenticchie			X	Se hai pazienza ci riesci a contare
Le macchine	X			Sono grandi
Le mattonelle	X			Sono staccate
La neve		X		È un po’ sciolta
Le noci	X			Sono così e così
I passi	X			Fai un passo e poi conti
La pasta				Non lo so
I pesci	X			Perché basta che dici 1, 2 e 3
Il riso				Non lo so
Le stelle		X		Sono infinite
Il terreno		X		Ci sta dappertutto

Le schede compilate sono 15. Le risposte sono interessantissime e potrebbero essere analizzate dettagliatamente da più punti di vista, sia raggruppandole per temi sia considerando ciascuna scheda nel suo complesso in modo da individuarne la coerenza interna, evidenziando così i processi cognitivi messi in atto da ciascun bambino. Una simile analisi richiederebbe però uno spazio eccessivo rispetto agli scopi del presente lavoro. Cercherò dunque di sintetizzare le opinioni emerse dalla classe in merito in particolare ai materiali con cui abbiamo lavorato di più (farina, riso, lenticchie e passi) in modo da utilizzare le schede anche come verifica per le attività svolte fino a questo momento. Riporterò inoltre i contributi che mi sembrano più interessanti a proposito degli altri oggetti dell’elenco, provando ad individuare i temi ricorrenti e i diversi punti di vista dei bambini.

Nel seguente schema “farina riso lenticchie passi” le cifre tra parentesi si riferiscono al numero di alunni che hanno dato la risposta indicata (o una molto simile). Si tenga conto che non sempre le caselle "perché" sono state riempite da tutti.

FARINA
Facile (2)…………….perché: si può prendere a cucchiaiate (2)
Difficile (13)………………….piccola, microscopica (8); sciolta (2); liscia (2); troppo attaccata (1)
A volte f/d (0) ……………………………………………………………

RISO
Facile (6)………… perché: duro (1); un chicco alla volta (3); si può prendere con le mani (1)
Difficile (4)…………………sciolto (1); piccolo (2)
A volte f/d (3)……………piccolo (1); facile a chicchi ma difficile a cucchiai (1)
Non so (2)……………………………………………………………………

LENTICCHIE
Facile (6)…………..perché: se hai pazienza (1); sono grandi (2); staccate (2); una alla volta (1)

Difficile (1)………………..piccole (1)
A volte f/d (8)……………..da crude sono dure e le puoi contare, da cotte sono molli e non le puoi contare (1); col cucchiaio difficili, una per volta con le dita facili (2); tante (1); piccole ma sono da contare; a mano (1)

PASSI
Facile (11)…………..perché: sono staccati (1); sono grandi (1); fai un passo e poi conti (5); fai un passo e metti una pietra e dici uno, eccetera (1)
Difficile (2)…………………quando cammini non puoi toccare il passo con le mani (1)
A volte f/d (1)……………… a volte ci dimentichiamo (1)
Non so (1) ……………………………………………………………………

Emerge già dalle risposte raccolte sopra come i bambini abbiano introdotto nuovi termini, oltre a quelli proposti nell'incontro precedente, equiparabili alle categorie di **discreto e continuo**: "sciolta", "attaccata", "staccati", "liscia"…. Alcuni riempiono l'intera scheda, o quasi, utilizzando soltanto una coppia di termini contrapposti per classificare gli oggetti in due categorie: ad esempio il binomio "sciolto (o anche "attaccato") / staccati" (staccato è proprio un sinonimo di discreto nel suo significato etimologico di diviso, distinto; per indicare gli individui sufficientemente voluminosi, come le auto o i bastoncini, qualcuno usa il termine "interi"); per Sonia è prevalente la coppia "crudo/cotto" (le cose cotte spesso si appiccicano, non si riescono a prendere bene…), altri considerano soprattutto la dimensione degli oggetti o dei "chicchi" che compongono la sostanza (grande/ piccolo); l'acqua , che non ha chicchi (in I F non abbiamo affrontato il discorso delle gocce), è una questione a parte: è considerata all'unanimità "difficile" perché "liquida", "sciolta" o "liscia"; fra l'altro non si può prendere perché "cade dalle mani", e per di più "si asciuga". Giacché l'acqua è "sciolta", la neve è, giustamente, "un po' sciolta", come scrive Marta: a terra con un po' di impegno si potrebbe contare a chicchi o a palle di neve, ma se diventa ghiaccio "si unisce tutta" e non si può più contare; le stelle invece hanno due problemi: "stanno in cielo" (come certe volte la neve, che pure finché non cade non si può contare), e per di più sono "infinite", o più semplicemente "tante" (come a volte le lenticchie o le macchine); ciò nonostante alcuni affermano di poterle contare (purché non si chieda di contarle "tutte"). Un altro motivo per cui certe cose si sottraggono ai nostri approcci aritmetici è che si muovono troppo velocemente, scappano, si nascondono (sott'acqua, sotto terra): per questo ad esempio gli animali si contano meglio "da morti".

Da questa rapida rassegna delle opinioni dei bambini traspare la loro interiorizzazione dell'idea di conteggio come ripetizione (per un certo numero di *volte*) di una sequenza di azioni, per poter compiere la quale è necessario soprattutto poter "**prendere**" gli oggetti, o almeno toccarli. Solo in casi estremi qualcuno riesce a farsi bastare una **visione** chiara e distinta. Non a caso la percezione della differenza tra discreto e continuo sembra passare spesso attraverso impressioni legate al tatto ("liscia", "molle", "duro", "attaccaticce"…). Emerge inoltre l'elemento ***tempo*** come condizione per portare a termine la nostra **centratura di attenzione** su ogni oggetto dell'insieme considerato. Per qualcuno è parte fondamentale della sequenza la **parola o il segno** (le "pietre" per marcare, come in Pollicino, o il momento in cui si pronuncia il numero).

NOTA: le schede "facile/difficile" sono state compilate in seguito anche dagli alunni della I E. I dati emersi non sono molto dissimili da quelli della F, e le differenze sembrano in gran parte riconducibili alle discussioni di approfondimento guidate dall'insegnante in mia assenza. Preferisco non riportare i risultati delle schede della sezione E perché, non avendo informazioni abbastanza precise sulle attività che li hanno influenzati, non sono in grado di valutarne adeguatamente il significato. D'altronde il metodo scelto per questo lavoro è quello di limitare l'analisi alle attività direttamente osservate.

5.6. Il Gioco dell'Attesa: 3° incontro – classe I F (25 marzo)

Apriamo l'ultimo incontro del Gioco dell'Attesa con una discussione sui risultati delle schede. Il dibattito si sposta però ben presto sulla questione spinosa delle cucchiaiate di farina, lasciata in sospeso dal 25 febbraio: evidentemente è giunto il momento di portarla ad una conclusione!

Appena arrivata in classe annuncio di aver letto con attenzione le schede e di aver trovato delle opinioni discordanti soprattutto su alcuni oggetti, ad esempio le stelle e le lenticchie. C'è chi si affretta ad intervenire in difesa del proprio punto di vista: secondo Luigi le stelle si possono contare perché sono staccate; Marta e Alessandro non gliela lasciano passare: le stelle sono infinite e inoltre «non si vedono tutte». Portando il discorso sulle lenticchie, alcuni si fanno avanti per sostenere che, anche loro, sono facili in quanto staccate; altri precisano che si contano bene una per una ma a cucchiaiate danno molti problemi. Approfitto dell'occasione per mettere in evidenza le opinioni divergenti emerse dalle schede a proposito della questione - cucchiaiate:

«alcuni di voi però hanno scritto che la farina è facile da contare se la prendo a cucchiaiate, basta che faccio una cucchiaiata e la conto…»

La maestra Elena prova ad interpretare il punto di vista di chi ha fornito questo tipo di risposte: «cioè conto i gesti, le volte che faccio un certo gesto».

Marta però si ricorda che in questo modo qualcosa non funzionava: «Non riesco a fare le stesse cucchiaiate all'andata e al ritorno. Prima ne vengono 5 per esempio, poi 7, 8…»

Chiedo alla classe perché questo accade.

Rita: - Non ci riusciamo a regolare di quanto è pieno il cucchiaio.

Dario: - La farina non si può contare un chicco alla volta.

Salvatore: - La farina è sciolta.

C'è anche chi, al contrario, non ricorda bene tutti i nostri traffici del mese scorso con la farina e i conti che non tornavano. Tra costoro c'è, inaspettatamente, Fausto. Arruoliamo dunque i più dubbiosi per ripercorrere velocemente le attività del 25 febbraio: ci rimettiamo a contare prima i cucchiai e poi le manate di farina. Di nuovo, ovviamente, i conti non tornano.

Per consolidare questo punto procediamo ad un confronto diretto tra cucchiaiate e oggetti discreti:

per ogni cucchiaio di farina estratto da Fausto dal sacchetto Sonia prende una cannuccia da bibita dalla confezione. L'operazione viene ripetuta 4 volte. Procediamo poi con l'operazione inversa: per ogni cucchiaio che Fausto rimette nel sacchetto Sonia ripone una cannuccia nella confezione. Dopo la quarta volta Sonia ovviamente si ritrova con il banco vuoto, essendosi disfatta di tutte le cannucce; Fausto al contrario ha ancora un bel po' di farina nel piatto. Dopo aver osservato la situazione la commentiamo riprendendo i temi del "trovarsi", della differenza tra **discreto e continuo** (Fausto si è convinto che con le cannucce il conto torna meglio perché sono «**tutte dritte**», «**intere**» e, al contrario della farina, «**non si muovono**»), per poi arrivare a chiederci nuovamente che cosa significa "facile da contare". Ci rendiamo conto a questo punto che, per rispondere ad una simile domanda, dobbiamo prima esplicitare che cosa significa per noi contare. O meglio: **cosa si deve fare per contare**? Propongo ai bambini di far finta di spiegarlo ad un marziano (impersonato da me), immaginando che sul suo pianeta nessuno si sia mai preso la briga di contare le cose. La prima conclusione a cui arriviamo è che non basta «dire tutti i numeri». Chiedo cosa dobbiamo fare, allora, «se abbiamo un mucchio di cose e dobbiamo capire quante sono». Risponde Alessandro: «Contare è fare un'azione». Il marziano però vorrebbe sapere di che azione si tratta, e non si accontenta di una descrizione sommaria: bisogna dirgli tutti i particolari se no non capisce. Dopo alcuni tentativi l'extraterrestre riesce ad eseguire un conteggio come si deve seguendo le indicazioni di Paola: «prendi una cannuccia e dici uno, poi ne prendi un'altra e dici due…» fino all'ultima cannuccia: «la metti qua e dici sei ed è finito. Sono 6». Rimane solo un problema: anche con la farina, come alcuni bambini avevano scritto sulle schede, prendi un cucchiaio e dici uno, ne prendi un altro e dici due…e allora cosa c'è di difficile?

Per il momento non si riesce a risolvere verbalmente questa contraddizione. La necessità di uscirne porta però Fausto a cercare una soluzione pratica: "trasformare" la farina in cannucce, visto che abbiamo verificato più volte che queste si possono contare meglio. Questa la sua proposta: poiché le cannucce sono vuote possiamo prenderne tante e riempirle di farina, per poi prenderle una ad una e contarle, come ha appena fatto il marziano. Alla fine potremmo anche svuotarle formando così tanti piccoli mucchi di farina ordinati sul tavolo e contare anche quelli “per controllare”. Proviamo a mettere in pratica l’idea ma, ovviamente, è più la farina che cade di quella che riusciamo a infilare nelle cannucce: sono troppo strette! Cerchiamo allora un contenitore più grande. Qualcuno si ricorda dei **bicchieri col segno** usati per il gioco del riso. Fausto allora prende tre bicchieri della mensa e decide il livello da segnare, li riempie di farina fino al tratto di pennarello, poi li conta spostandoli uno alla volta dall’altro lato del banco. Alla fine li rovescia, curando di mantenere i 3 mucchi separati: «così ci troviamo», afferma, poiché abbiamo preso tre bicchieri e poi abbiamo versato tre bicchieri e siamo rimasti senza niente.

Interviene a questo punto l’insegnante, proponendo alla classe di ricontare la stessa farina utilizzando un solo bicchiere. Vista la perplessità di alcuni bambini dà prima una dimostrazione: riempie il bicchiere e lo svuota per tre volte, formando tre mucchietti separati. In seguito procede ad una nuova dimostrazione lasciando che la farina versata dal bicchiere «si mischi tutta». Compie anche l’operazione di ritorno, rimettendola nel bicchiere e versandola nel contenitore di partenza: anche mischiando la farina (così che il numero non sia più visibile), e anche **contando i gesti invece degli oggetti** ci possiamo “trovare”, purché prendiamo accordi sull’unità di misura.

Il fatto che una sostanza come la farina possa partire dal “caos”, da una situazione iniziale indistinta, per poi venire ordinata ed acquistare un numero, perderlo ritornando al caos e riacquistarlo come se niente fosse successo, sembra probabilmente a molti bambini un avvenimento quasi magico, a giudicare dalla loro meraviglia. La scoperta viene meglio interiorizzata (o forse si potrebbe dire: accettata come parte dell'ordine naturale delle cose) successivamente attraverso la sperimentazione diretta, svolta da qualcuno subito e dagli altri in successive sessioni di lavoro proposte dall'insegnante.

Al termine dell'attività rievochiamo le situazioni affrontate insieme nelle quali abbiamo dovuto stabilire un'**unità di misura** per poterci "trovare": la Ballata, il Gioco del Mostro, oltre al Gioco dell'Attesa.

Concludiamo l'incontro con una breve discussione volta a collegare la questione dell'unità di misura alla vita quotidiana. La discussione si trasforma in una breve drammatizzazione, che abbiamo poi chiamato "scenetta della salumeria". Riporto gli ultimi passaggi.

M.P. : - Quando vado in salumeria a comprare la farina come faccio?

Coro: - le buste!

Salvatore: -le buste sono in un pezzo.

(Si potrebbe tradurre: le buste sono "individui").

Proviamo a rappresentare la situazione: la maestra Elena e Sergio sono i clienti, io faccio la salumiera. Le buste di farina vengono improvvisate piegando dei fogli bianchi "A4". Il pacco di farina per Elena è un foglio piegato in quattro, quello che vendo a Sergio è fatto piegando il foglio in otto. Entrambi costano 1 euro. Si solleva a questo punto un coro di protesta da tutta la classe: i due pacchi non possono avere lo stesso prezzo!

Usciamo dalla finzione per dedicarci a studiare un vero pacco di farina: che c'è scritto sopra? Che significa "1000 grammi"? Che cos'è il peso? Per qualcuno significa «che ci sono tante cose dentro».

L'insegnante riprende nuovamente il discorso sulle unità di misura, sulla necessità di mettersi d'accordo, anche riguardo al significato delle parole. La conclusione di Rita è che «dobbiamo stabilire le regole».

CAPITOLO 6

LA TENDA MATEMATICA

6.1

La Tenda Matematica assomiglia ad una di quelle tende che si mettono all'entrata delle salumerie per tenere lontane le mosche. La differenza è che i fili, invece che di plastica, sono fatti di maccheroni infilati su uno spago. E poi, invece che a scacciare le mosche, la Tenda Matematica serve a "non perdere il conto": ogni maccherone infilato, infatti, rappresenta un oggetto o un gruppo di oggetti che abbiamo contato; al termine di ogni filo si mette un cartellino – legenda, dove è indicato il valore dei maccheroni che lo costituiscono ("1 maccherone vale 1 pennarello", oppure "1 maccherone vale 5 conchiglie", e così via….). La classe si divide in piccoli gruppi, ciascuno dei quali ha un gran mucchio di oggetti da contare aiutandosi tramite la costruzione di un filo. In questo modo torniamo a lavorare, a livello manipolatorio, sulla coordinazione tra l'azione del "prendere e mettere da parte" (sostituibile più avanti con la semplice "centratura di attenzione") e il segno che la rappresenta e la registra, cioè le due componenti di base della struttura del contare. In questo caso i segni sono ancora degli oggetti tangibili, tramite i quali costruiamo un codice ad un livello di astrazione intermedio, per aprire la strada all'astrazione completa del codice grafico e dei numeri arabi. Quando tutti i fili sono stati completati (e quindi ogni mucchio è stato contato e registrato) si appendono uno a fianco all'altro su una corda da bucato, e la tenda è pronta. Osservandola si può procedere a diversi confronti (per poter svolgere i quali è importante che i maccheroni siano tutti uguali per forma e dimensioni!): ad esempio, una certa quantità di oggetti dà luogo ad un filo lunghissimo contando per uno, mentre il filo che rappresenta la medesima quantità contata per 4 è molto più corto (e ci si potrebbe chiedere allora: «quanto più corto?»…); un altro lavoro possibile è l'osservazione dei "resti", rappresentati da una pallina di legno per ogni oggetto che avanza dopo aver formato il maggior numero possibile di gruppi del valore prescelto. Come si vede la tenda non serve solo per "tenere i conti", ma soprattutto costituisce un ponte tra la struttura del contare e la struttura moltiplicativa, evidenziando la continuità tra le due. Il collegamento è chiaro soprattutto se, già contando "per 1", si centra l'attenzione più sulla ripetizione ritmica dei gesti che non sugli oggetti: se contare significa (anche) contare i gesti (come è emerso più chiaramente, durante le nostre attività, soprattutto dalle ultime esperienze con la farina: cfr. 5), allora è facile immaginare che ognuno di questi gesti, "volte", "viaggi", possa contenere più oggetti invece che uno: il contare "per 1" si presenta così come un caso particolare della moltiplicazione. Un'altra possibilità offerta dal gioco della tenda, come si vedrà, è quella di riflettere sulle strategie più convenienti da usare a seconda dei casi: contare per1 può essere una buona strategia soprattutto con delle piccole quantità, ma se il mucchio è grande può essere più conveniente raggruppare gli oggetti. Si può scegliere la numerosità dei gruppi valutando a occhio la dimensione del mucchio, oppure procedendo per tentativi, considerando magari in che modo si riesce ad evitare i resti, oppure quale numero di oggetti per gruppo è abbastanza piccolo da risultare "facile da contare" e contemporaneamente abbastanza grande da "far uscire" pochi gruppi…Procedendo in questo modo la struttura moltiplicativa presenta simultaneamente i suoi due aspetti di moltiplicazione e divisione, operazioni reciprocamente inverse: "prendendo 8 gruppi da 3 oggetti sono arrivato a contare un mucchio di 24 oggetti", ma anche: "vediamo in questo mucchio quanti gruppi da 3 ci stanno; e quanti da 4, o da 10?". In questo contesto quella che comincia ad emergere è la divisione di contenenza. La ripartizione e i rapporti vanno presentati attraverso prototipi diversi e specifici.

Colgo l'occasione, anche se l'argomento non è stato approfondito in questo lavoro, per sottolineare l'importanza di introdurre le strutture della divisione prendendosi tutto il tempo necessario, senza fretta: il problema è infatti che dietro allo stesso formalismo "si nascondono" significati anche molto diversi (contenenza, ripartizione, rapporti, proporzioni), ciascuno dei quali va esplorato adeguatamente, se non si vuole rischiare di generare confusione e incomprensioni.

6.2. La Tenda Matematica: 1° incontro – classe IE (25 marzo)

Prima di cominciare il gioco della tenda diamo agli alunni il compito di contarsi per poi decidere da quanti bambini conviene siano composti i gruppi di lavoro. Già la prima operazione, però, non riesce facile: si perde il conto, si ricontano più volte gli stessi compagni, ognuno trova un risultato diverso…Dopo alcuni tentativi arriviamo a proporre un metodo sicuro: ognuno dice il proprio nome e ad ogni nome sentito Titti mette un cubetto sul tavolo. Finalmente giungiamo alla conclusione che i presenti sono 20. A questo punto possiamo occuparci della suddivisione in gruppi: a turno tre bambini si avvicinano al tavolo di Titti e sperimentano diverse suddivisioni disponendo i 20 cubetti a schieramento. Constatiamo che i gruppi di 4 e le coppie possono andare bene, mentre con le squadre di tre non si riescono a fare gruppi tutti uguali. Giochiamo un po' con gli schieramenti per vedere come passare da una suddivisione all'altra nel modo più semplice possibile: Diana per passare dalle coppie ai gruppi di 4 le ha semplicemente unite a due a due. Per passare dai 4 ai 3 Gino ha rimescolato tutto e rifatto, ma forse si poteva procedere in un altro modo…

Decidiamo alla fine di giocare in coppie, anche perché in un gruppo troppo grande non tutti riuscirebbero a partecipare attivamente. Ogni squadra ha in dotazione un mucchio di oggetti da contare, un metro circa di spago, una scodella di maccheroni (crudi!), carta e penna per scrivere il totale e spiegare a cosa corrisponde un maccherone. Cominciamo contando per 1. L'operazione è piuttosto lunga e laboriosa, perché gli oggetti sono tanti (tra i 40 e gli 80 circa) e perché all'inizio molti faticano a far corrispondere un gesto a un gesto: conta e metti da parte un sasso / infila un maccherone. Interessante è l'uso alternativo trovato da qualcuno per carta e penna: c'è chi semplicemente dispone sul foglio le cose già contate, e chi, dopo averlo fatto, traccia anche il contorno di ogni oggetto con la penna, oppure ne registra la posizione con un tratto verticale.

Due squadre si scoraggiano per la quantità esagerata di oggetti da contare. L'insegnante suggerisce loro di contare «per gruppi di 10» in questo modo: «conti 10 tappi e infili 10 maccheroni, poi di nuovo e di nuovo», senza preoccuparsi troppo del totale: l'importante è riuscire a mantenere la corrispondenza tra tappi e maccheroni. Con Luca e Imma separiamo i gruppi di dieci maccheroni mediante fiocchetti rossi legati al filo. Alla fine costruiamo la nostra tenda da salumeria appendendo tutti i fili su una corda tesa tra due pareti. Ogni filo ha il suo cartellino appeso in fondo: “Silvia e Lina – 81 conchiglie”; “Giovanni e Laura – 37 - Un maccherone vale 1 tappo”, e così via. C’è uno strano filo senza cartellino ma con dei fiocchetti rossi, che per ora rimane avvolto nel mistero (tranne che per Luca e Imma).

6.3. La Tenda Matematica: 2° incontro – classe I E (22 aprile)

Iniziamo svelando il significato dei fiocchi rossi, per poi orientare la discussione sulla possibilità di utilizzare un solo segno per ogni gruppo di dieci oggetti, ad esempio soltanto il fiocco senza i maccheroni, oppure un maccherone per ogni gruppo (abolendo in questo caso i fiocchi). Sembra che tutti siano d’accordo e abbiano capito il meccanismo, così proviamo a metterlo in pratica: consegniamo un nuovo mucchio di cose a ciascuna coppia, che deve decidere “per quanto” contare: vengono scelti diversi numeri, tutti compresi fra 2 e 10. Come si è detto in 5.1., i resti vengono registrati sul filo tramite una pallina di legno per ogni unità.

Dopo alcune prove ci rendiamo conto che riesce più facile agli alunni dividere prima tutto il mucchio in gruppi della numerosità prescelta e poi infilare un maccherone per ogni gruppo. Chiedo allora di sistemare gli oggetti sul banco secondo una «forma» tale che a colpo d’occhio si capisca «quanti gruppi di quanti» sono stati costituiti. Le forme sono varie e fantasiose, ma nessuno utilizza un vero e proprio schieramento. Verso la fine della lezione, nel cercare la procedura più chiara possibile per superare le difficoltà emerse, suggeriamo ai bambini di racchiudere ogni gruppo di oggetti entro un contorno tracciato a matita, ed in seguito infilare un maccherone per ogni forma disegnata. Al termine dell'incontro tutti riescono ad eseguire il conteggio, ma all'inizio l'operazione ha dato più problemi di quanto potessimo immaginare a giudicare dalla discussione in apertura, durante la quale sembrava, come si è detto, che fosse tutto chiaro. Ma, come al solito, una cosa è la percezione intuitiva di una possibilità, evocata da immagini e parole, e un'altra è la traduzione in azione pratica di uno schema padroneggiato: durante i primi tentativi molti sembravano quasi "irresistibilmente portati" a infilare un maccherone per ogni oggetto come la volta precedente. Dopo una nuova discussione collettiva, la consulenza dell'insegnante e mia ad ogni coppia nel corso del lavoro e l'introduzione degli accorgimenti descritti sopra, la situazione si sblocca e si riesce a terminare il lavoro. Un contributo fondamentale è dato anche da alcuni alunni che hanno più chiaro il meccanismo e, una volta contato il proprio mucchio, vanno in aiuto dei compagni in difficoltà mostrando loro il metodo che hanno usato. Costruiamo così un'altra tenda, accanto a quella realizzata il mese scorso, con i nuovi fili, che ovviamente sono molto più corti dei vecchi. I cartellini appesi a ciascun filo indicano il valore di un maccherone (8 conchiglie, 2 tappi, 10 pennarelli, 3 sassi…), quello delle eventuali palline di legno, il numero di gruppi e, in alcuni casi, anche il totale degli oggetti contati.

6.4. La Tenda Matematica:1° incontro – classe I F (5 aprile)

Nella sezione F la nostra ultima attività era stata preannunciata alla fine di marzo come “un gioco per non perdere il conto”, ed era attesa con curiosità. Anche qui il primo incontro è dedicato al conteggio per uno, che si svolge secondo una procedura analoga a quella attuata nell’altra classe. Anche qui, all’inizio, c’è chi ha difficoltà a mantenere la corrispondenza tra i due gesti. Mostriamo dunque alcune volte il procedimento alla classe, lo avviamo insieme a ciascuna coppia, dopodiché i bambini sono in grado di procedere autonomamente. Nell’insieme il lavoro risulta un po’ più semplice qui, ed è molto apprezzato. Per Alessandro è addirittura l’attività più bella svolta nei nostri incontri dall’inizio dell’anno. Forse è la soddisfazione per un compito le cui difficoltà si riescono a superare abbastanza in fretta, senza troppe discussioni e senza lasciare troppe questioni aperte?

La maggior parte degli interventi degli adulti durante il lavoro è volta a suggerire un’organizzazione che permetta di lavorare insieme: in molte coppie infatti i bambini non riescono a dividersi autonomamente i compiti, ma uno dei due tende ad impadronirsi del filo escludendo l’altro (che in alcuni casi è ben contento di essere sollevato dal compito, in altri attacca una discussione più o meno violenta per riprendersi il suo spazio, o viene a lamentarsi da noi, secondo il carattere…). Una volta trovato un ruolo per ognuno (ad esempio uno conta gli oggetti e l’altro infila i maccheroni: in questo caso è importante imparare a coordinarsi; oppure, alla fine, uno scrive la legenda e l'altro attacca il cartellino al filo…) i conflitti in genere si risolvono rapidamente.

6.5. La Tenda Matematica: 2° incontro – classe I F (29 aprile)

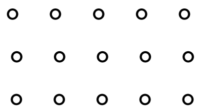
Apriamo il secondo incontro rivolgendo alla classe una domanda: come fare per rendere un po' più semplice il gioco della tenda, facendo in modo da non dover lavorare con numeri così grandi come quelli incontrati l'altra volta, che possono farci perdere il conto?

La proposta di Susy è di raggruppare gli oggetti secondo una serie di 2, 3, 2, 3, eccetera, infilando altrettanti maccheroni una volta formato ciascun gruppo. Proviamo a farci spiegare perché proprio questa serie e non un'altra, oppure gruppi tutti uguali ad esempio. Susy ci fa capire che non è obbligatorio fare così, il suo è un esempio come un altro (si noti, però, l'intuizione della "potenza ordinatrice" della strutturazione ritmica). Propongo allora il "contare per…" come modifica dell'idea di Susy. Centriamo la spiegazione sul fatto che «basta mettersi d'accordo su quanto vale un maccherone», ricollegandoci in questo modo alle conclusioni tratte al termine del precedente gioco (l'attesa). Viene naturale a questo punto decidere tutti insieme "per quanto" contare, a differenza di quanto è stato fatto nell'altra sezione. Cominciamo contando per 3. Un'altra differenza rispetto all'impostazione dell'attività nell'altra classe è che prima di iniziare diamo una dimostrazione del procedimento: chiamiamo Paola ad eseguire davanti ai compagni il conteggio e la registrazione sul filo di un piccolo mucchio di oggetti, con l'aiuto della maestra. Dopo la dimostrazione ogni coppia procede autonomamente alla costruzione del proprio filo. Chiediamo ai bambini che finiscono prima di "andare in avanscoperta", sperimentando con lo stesso mucchio di oggetti anche raggruppamenti per 4 e per 5, per poi confrontare i diversi fili che ne risultano, la loro lunghezza, la presenza di resti…Queste osservazioni verranno poi riprese dall'insegnante Elena con tutta la classe in momenti successivi.

Mentre conta il suo mucchio di pastelli Sonia esclama: «sono tantissimi! Però meno male che stiamo contando per gruppi: siamo salvi!»

Alcune difficoltà emergono alla fine del lavoro, al momento di scrivere i cartellini- legenda («scrivete quello che avete fatto»): tutti si trovano in un primo momento confusi tra "quanti gruppi" e "un gruppo di quanti". Inoltre, riesce facile dire che "1 maccherone vale 1 gruppo", mentre crea molto più imbarazzo affermare che "1 maccherone vale 3 pastelli", anche se nella pratica tutti hanno agito conformemente a questa equivalenza. Parlandone, soprattutto con le coppie o per piccoli gruppi formatisi spontaneamente, i dubbi si sciolgono. Anche in questa classe, come in prima E (Cfr. 6.3.), sembra che il procedimento più naturale per i bambini verso la struttura moltiplicativa sia la creazione di "falsi uno" – i "gruppi" – che una volta costituiti vengono trattati come delle vere e proprie unità. È necessario un po' di allenamento, e soprattutto forse la rassicurazione degli adulti che "va tutto bene, anche se all'inizio sembra un po' strano", per riuscire a compiere con disinvoltura il passaggio all'inverso, cioè tornare a considerare le diverse unità che compongono il "falso uno". Come al solito si tratta di allenarsi ad andare avanti e indietro sui propri percorsi, il che è sempre possibile se li abbiamo chiari e vivi nella memoria (che può essere aiutata con segni di vario tipo, e imparando a costruire schemi e mappe); l'esperienza della reversibilità delle operazioni (intese in senso lato come operazioni cognitive) permette, una volta interiorizzata, di compiere questi passaggi con tranquillità, e di considerare così gli elementi di un problema con atteggiamento aperto e flessibile, tenendo presente sempre la molteplicità dei loro aspetti.

6.5.1. *Il gioco della Tenda Matematica può costituire un buon punto d'avvio verso la struttura moltiplicativa; per compiere questa transizione si potrebbe cominciare a passare dalla strutturazione lineare della tenda ad una strutturazione bidimensionale, a schieramento: nel nostro caso, con un po' di tempo in più avremmo potuto cogliere l'occasione della "forma" da dare ai gruppi (cfr. 6.3.) per introdurre tale aspetto. Sottolineo questo punto perché la bidimensionalità è una caratteristica fondamentale della struttura moltiplicativa: mentre la struttura additiva è caratterizzata da una "omogeneità dimensionale" (gli addendi fanno parte della stessa classe, e normalmente non si conta il numero degli addendi), la moltiplicazione si struttura sempre intorno a due dimensioni non omogenee tra loro: nella situazione più semplice una è costituita dalle "cose" e l'altra dalle "volte" o "gruppi" ("3 volte 5 cose è come 15 cose", oppure "3 gruppi da 5 cose ciascuno è come 15 cose"...). Tali dimensioni* *vengono rappresentate bene dalla configurazione a schieramento, che le traduce in righe e colonne.*



Attraverso questo tipo di rappresentazione si evidenzia inoltre, visivamente, la proprietà commutativa della moltiplicazione: se ruoto di 90° lo schieramento (magari semplicemente ruotando il foglio dove l'ho disegnato) le righe diventano colonne e viceversa, e ovviamente la quantità totale non cambia. Posso compiere la stessa operazione anche senza muovere nulla, ma cambiando semplicemente il modo di guardare lo schieramento (attraverso un "riorientamento gestaltico", si potrebbe dire): ad esempio, se prima avevo deciso che le colonne rappresentavano le "volte" e le righe le "cose", ora guardo nuovamente lo schieramento invertendo la relazione posizione-significato delle due variabili. In questo senso si può parlare di "bistabilità del modo di guardare" la struttura. In seguito si può anche continuare ad esplorare la stessa struttura attraverso molteplici variazioni: ad esempio, sperimentando che la stessa quantità può anche essere disposta in 2 righe da 7 cose ciascuna più una unità che resta "sola", e così via... Ovviamente se ritorno alla "storia", cioè alla concreta sequenza di azioni che lo schieramento sta a rappresentare, tali "inversioni" e variazioni non sono possibili: se, ad esempio, ho fatto 5 viaggi portando ogni *volta 3 cose, non posso poi dire di aver fatto 3 viaggi portandone 5 alla volta, perché si tratterebbe di una storia ben diversa (se il viaggio è lungo, la prima possibilità potrebbe essere forse più faticosa; ma se le cose sono molto pesanti magari la seconda non mi è possibile…). A questo proposito si possono riprendere le considerazioni fatte nel primo capitolo (cfr. 1.2) a proposito dell'astrazione e dell' "intuizione visiva": è importante, per poter capire e utilizzare le strutture matematiche, utilizzare sia la modalità di comprensione "diacronica", che facilmente passa attraverso le "storie" (sequenze di azioni), sia la modalità visiva, o in generale "sincronica". La seconda modalità ha il vantaggio di superare alcuni limiti della prima, nella quale la necessaria sequenzialità delle azioni (e della loro narrazione) ci impedisce di "vedere contemporaneamente" diverse possibilità e la loro equivalenza (strutturale, anche se non semantica).*

CAPITOLO 7

INCONTRI DI RIEPILOGO

7.1

Gli ultimi incontri, nel corso dei quali si cerca di tirare le fila del discorso, costituiscono un momento fondamentale: durante il lavoro di riepilogo e di collegamento tra le diverse attività, operato dagli alunni con l'assistenza delle insegnanti, si esplicitano i significati attribuiti ad esse dai bambini e le intenzioni degli adulti; è proprio attraverso questo confronto che emerge il senso di tutto il percorso. L'occasione per questo tipo di riflessioni è offerta dal lavoro di documentazione che alla fine dell'anno ci proponiamo di svolgere attraverso la realizzazione di cartelloni da appendere in classe. Questa forma di comunicazione è rivolta soprattutto ai genitori, ma costituisce anche uno strumento utile per le insegnanti della scuola più interessate alla ricerca didattica, che possono usarlo per integrare le informazioni scambiate durante gli incontri di programmazione e autoaggiornamento. Il momento della documentazione è essenziale per dare un significato concreto a parole d'ordine come "trasparenza" e "comunicazione", e potrebbe essere sfruttato maggiormente qualora le scuole fossero intenzionate ad una reale apertura e coinvolgimento del "territorio" (la cui popolazione potrebbe farsi probabilmente un'idea più chiara di ciò che succede a scuola attraverso l'accesso a dati e materiali, racconti e spiegazioni delle attività dell'anno, realizzati nelle forme e con i mezzi più vari da bambini e insegnanti, piuttosto che dalla lettura di fumosi "piani di offerta" e "sintesi di progetti" che in genere ricordano, per attendibilità e linguaggio, le brochure delle banche o delle compagnie telefoniche). Gli stessi materiali, come si è detto, possono inoltre costituire una base di dati per la ricerca, se accuratamente raccolti e conservati, oltre che resi accessibili.

Tuttavia, l'aspetto del lavoro di documentazione che qui più ci interessa è la sua utilità per i bambini e gli insegnanti che lo attuano. In particolare mi riferirò alla nostra esperienza di documentazione condotta da bambini e insegnanti insieme. L'opera di raccolta, analisi e comunicazione dei dati svolta esclusivamente dal docente (o da un gruppo di docenti) meriterebbe un discorso a parte, e soprattutto un tempo e uno spazio nell'organizzazione scolastica che difficilmente le sono concessi.

Dal punto di vista dei bambini, il momento della rievocazione della propria esperienza di apprendimento è importante per arrivare a "costruirne" il senso attraverso un intreccio di processi individuali e collettivi di negoziazione, organizzazione, "coagulazione" di significati. In questo modo fra l'altro si comincia in genere ad attribuire un maggior valore a ciò che si è fatto. Uno stimolo utile per attivare questo tipo di processi è la possibilità di ripensare, ricostruire l'intero percorso, tutto insieme e non solo per segmenti: in questo modo emergono dalla memoria gli elementi che si mantengono costanti nella varietà delle situazioni, si chiarisce quali aspetti erano accessori, quali costituivano un passaggio fondamentale per accedere ad una conoscenza raggiunta più avanti…La ricostruzione è facilitata e arricchita soprattutto dalla discussione con i pari, stimolata quando necessario dagli adulti, il cui intervento però non dovrebbe essere troppo pressante se si vuole effettivamente capire il punto di vista dei bambini, "cosa è loro rimasto" e come lo interpretano, quali aspetti hanno assunto per loro un ruolo più importante. Il confronto tra gli obbiettivi posti all'inizio dell'anno, le intenzioni dell'insegnante nel proporre le singole attività e la visione che di esse è rimasta agli alunni possono costituire un elemento illuminante per la valutazione del lavoro. Certamente oltre alla memoria che si esplicita tramite le parole, il racconto, c'è l'acquisizione, a volte anche inconsapevole, di strumenti, modi di guardare, atteggiamenti. Questi ultimi aspetti sono anzi i più significativi, e le loro evoluzioni si verificano andando avanti, fondamentalmente, poiché «ci sono sempre delle verifiche per strade diverse» (cfr.1.3.). Tuttavia lo sforzo di ricostruire e riordinare ciò che si è fatto è importante per molti aspetti. Per prima cosa i bambini acquisiscono consapevolezza del processo di apprendimento in cui sono coinvolti e imparano a controllarlo. In questo modo anche gli strumenti di cui sopra possono essere usati più appropriatamente e con maggiore flessibilità e creatività (proprio perché si è consapevoli del loro senso e dei loro limiti). Il fatto stesso di rendersi conto di aver imparato qualcosa, e di come questo qualcosa si sia dimostrato utile in situazioni diverse, può costituire una grande soddisfazione, infondendo fiducia e desiderio di continuare a imparare. L'allenamento all'analisi metacognitiva, inoltre, aumenta le capacità di controllare e modificare i processi di risoluzione dei problemi in qualsiasi contesto. Alla base dell'acquisizione di competenze metacognitive c'è la memoria, intesa come capacità di rievocare i percorsi seguiti, i problemi incontrati, i momenti in cui si sono prese delle decisioni e compiute delle scelte. Una volta che ci si è formati un simile schema mentale è possibile capire dove nascono le proprie difficoltà, oppure su quali passaggi conviene ritornare per tentare strade diverse. Nel nostro caso, inoltre, attraverso la rievocazione dell'intero percorso abbiamo accompagnato i bambini a scoprire la permanenza di alcune strutture di base pur nella varietà (o "molteplicità semiotica") delle situazioni; hanno avuto così la soddisfazione di scoprire il "trucco" nascosto nei nostri giochi – in qualche modo abbiamo fatto tante volte le stesse cose "travestendole" da cose differenti – ma soprattutto è stato loro possibile cominciare a prendere coscienza di un aspetto fondamentale per la costruzione della conoscenza, matematica e non: la complessità del mondo può essere ridotta a modelli più semplici, che mettono in evidenza solo gli aspetti per noi interessanti in un determinato momento scartando quelli "contingenti"; grazie alla loro semplicità i modelli possono adattarsi a diverse situazioni, possono permetterci di "imparare dall'esperienza", di fare previsioni e ipotesi (ovviamente è centrale il grado di semplicità del modello: una complessità eccessiva lo rende inutilizzabile, un'eccessiva semplicità ci rende ciechi di fronte a troppi aspetti della “realtà”, conducendoci anche a fare grossi danni…ma questa è ancora un’altra storia…). Durante il nostro progetto il lavoro di mediazione degli adulti è consistito nello svolgere il percorso inverso: poiché ci eravamo posti l’obbiettivo di trasmettere strutture e modelli (insieme alla capacità di vederli, inventarli o reinventarli), abbiamo costruito intorno ad essi, come si è detto, dei “prototipi di realtà”, in cui fossero abbastanza in superficie le “strutture sottostanti” e contemporaneamente fossero presenti agganci con l’esperienza comune e la sua complessità.

Un altro aspetto utile dell’attività di riepilogo è, come si è detto, l’occasione da essa offerta agli insegnanti per valutare gli effetti che l’esperienza svolta in classe ha avuto sui bambini: certo la memoria e la capacità di verbalizzare non sono tutto, e se qualcuno non sa (o magari non vuole?) raccontare niente non significa necessariamente che sia rimasto completamente impermeabile per un anno (prima di arrivare ad una simile conclusione bisogna almeno prendersi il tempo necessario a “verificare per altre strade”, più congeniali magari allo stile cognitivo dei soggetti coinvolti, e contemporaneamente chiedersi se ci sono difficoltà linguistiche od emotive, ad esempio, che bloccano la verbalizzazione dell’esperienza); viceversa la capacità di rievocare in modo ricco e dettagliato ciò che si è fatto anche mesi prima è una prova quasi certa che, se non altro, “qualcosa si è smosso”, e probabilmente le riflessioni metacognitive di cui sopra hanno cominciato a svilupparsi. In questo senso la nostra esperienza durante gli ultimi incontri dell'anno è stata molto positiva: i bambini si sono ricordati molte più cose di quanto ci aspettassimo, considerando la loro età e il tempo trascorso, in particolare dalle prime attività svolte. Probabilmente il nostro pessimismo era in parte influenzato anche dalla comune esperienza in merito all'abilità straordinaria, caratteristica degli studenti di ogni età, nel dimenticare notevoli quantità di informazioni in tempi brevissimi. Il risultato per noi sorprendente dei brain storming di riepilogo ci è servito da ulteriore dimostrazione che ciò che viene veramente capito e scoperto in situazioni significative difficilmente si dimentica.

Prima di passare alla descrizione di quest'ultima parte del percorso vorrei sottolineare ancora un punto: l'inserimento del lavoro sulla memoria nel contesto di un'attività collettiva di documentazione rivolta ai genitori può costituire per i bambini uno stimolo alla motivazione, creando inoltre un'atmosfera molto più distesa di quanto sarebbe possibile fare in un momento dedicato esplicitamente alla "verifica" (alla quale in genere viene automaticamente collegata da insegnanti e alunni la richiesta di "ricordare").

7.2. Il cartellone sul Gioco dell'Attesa – classe I E (29 aprile)

Nei giorni precedenti la classe aveva già costruito un cartellone di documentazione sulla Ballata degli Elefanti, utilizzando quella che abbiamo chiamato "tecnica dei post-it".

Con lo stesso metodo avviamo la riflessione che ci servirà a creare il cartellone del Gioco dell'Attesa. La tecnica è vicina a quella del brain storming. Ogni bambino ha in dotazione un po' di foglietti "post-it" (quelli che si possono attaccare e staccare), su ciascuno dei quali scrive un ricordo o una riflessione sul gioco. Man mano che scrivono i bambini vanno ad attaccare i propri foglietti su un grande quadrato di cartoncino nero appeso alla parete, per poi tornare al banco e comporre altri "pensieri". Poiché i primi bigliettini appesi sono molto uniformi, riportando sempre frasi come "ho contato 12 lenticchie", "ho contato un tappo al giorno", "io contavo le foglie", eccetera…, dopo un po' provo a chiedere di scrivere anche qualcosa sui problemi incontrati e le soluzioni trovate. Da questo momento comincia ad emergere una varietà di riflessioni su diversi aspetti del gioco.

Ci interrompiamo per cominciare a ordinare i bigliettini per categorie: *regole, problemi, riflessioni, soluzioni, emozioni…*

Si discute sulla scelta delle categorie da utilizzare e soprattutto su quale sia quella più opportuna in cui inserire ciascuno dei bigliettini attaccati finora. I bambini ricominciano poi a scrivere e ad attaccare i nuovi post-it sul cartellone, inserendoli autonomamente nel gruppo che ritengono più adatto. Alla fine si procede ad una nuova lettura delle riflessioni emerse e ad una ulteriore discussione sulla loro classificazione.

Nei giorni successivi la maestra trascrive al computer il cartellone così creato, aggiungendovi una spiegazione del Gioco dell'Attesa, poi stampa, ritaglia e incolla il tutto per costruire una “copia definitiva” del cartellone da appendere in classe.

Riporto di seguito il contenuto dei due cartelloni sui giochi che più ci hanno impegnato nel corso dell’anno in I E: il Gioco dell’Attesa e la Ballata.

Il Gioco dell’Attesa 1

Il Gioco dell’Attesa nasce dall’idea di far sperimentare in prima persona cosa si può contare facilmente e cosa ha bisogno di un’operazione ulteriore per poter essere contata. L’occasione è data dalle visite periodiche di Maria: nell’attesa di una sua venuta, i bambini riempiono, ogni giorno, di cose diverse, la loro busta trasparente, appesa ad un filo e ben visibile; Maria dà loro le consegne individuali.
I materiali: noci, pietre, bottoni, tappi, conchiglie, foglie, riso e lenticchie (sia a cucchiaiate sia a chicchi) farina, sale.

Alla fine del percorso rimettiamo in ordine le nostre idee e scoperte, prepariamo un cartellone, con la tecnica dei post-it; molto liberamente i bambini mettono per iscritto le loro idee e, successivamente, si cerca di ordinarle secondo i vari argomenti emersi.

Le regole

Le regole nei giochi ci stanno molte regole.
Le regole erano che si doveva mettere ogni giorno qualcosa.
Le regole: ogni giorno dovevamo mettere una cosa
Si doveva mettere una cosa per ogni bustina.
Ogni giorno si doveva mettere qualcosa
Esempio di regola: devi mettere 1 cosa al giorno.
Ognuno metteva una cosa al giorno

Gradimento

Il Gioco dell’Attesa era molto bello
Mi è piaciuto.
Giocare è come imparare
Maria è venuta e ci ha “imparato” a giocare e noi abbiamo imparato.
Io ho scoperto che mancavano le lenticchie.
E’ un gioco matematico
C’era la matematica
La farina non si può contare ed invece le lenticchie, si.
Il sale non si può contare e le noci si

Io ho scoperto che pure il sabato e la domenica si metteva la farina.

Cosa abbiamo fatto

Io ho messo un bottone
Io ogni giorno mettevo un cucchiaio di lenticchie.
Mi ricordo che Tommaso e Giorgio mettevano le foglie che erano molto verdi.
Io mettevo una foglia ogni giorno fino a quando non arrivava Maria.
Io ho messo ogni giorno delle lenticchie
Io ho messo la farina
Abbiamo fatto questo gioco perché dovevamo aspettare Maria e quando arrivava contavamo le cose che avevamo messo.
Io mettevo una lenticchia
Io ho messo ogni giorno una noce
Io mettevo una foglia al giorno
Ogni giorno io mettevo una conchiglia
Giorgio metteva una foglia ogni giorno come me.
Io mettevo un cucchiaio di sale al giorno
Io mettevo un cucchiaio di farina
Io mettevo una pietra al giorno
Io ho messo ogni giorno un cucchiaio di sale.
Io ho messo un cucchiaio di riso al giorno.
Io mettevo sempre una pietra
Io mi ricordo che all'ultimo avevo 11 pietre.
Io mettevo il riso
Però non mi ricordo che altro ho messo
Mi ricordo che gli altri mettevano tante belle cose per esempio Ilaria e Luisa mettevano tante noci.

I problemi

Le cose difficili e le cose facili
Tante cose alla volta
Il sale non si può contare perché è fino, quello doppio si può contare.
Quando è venuta Maria, quelli che tenevano il sale, la farina, le lenticchie, sembravano che avessero messo più cucchiai.
Gli assenti avevano meno cose.
Mi ricordo che Ludovica e Teresa mettevano tanta farina.
Teresa aveva fatto i cucchiai grandi
Perché faceva dei cucchiai tanto grandi

La farina era un problema
Teresa e Ludovica non si trovavano con la farina.
Quelli che mettevano la farina si accorgevano che non si poteva contare.
Il giorno che è venuta Maria non si contava la cosa di Teresa.
Non si contava la cosa di Teresa perché lei faceva i cucchiai grandi.

Teresa non si trovava con la farina
Non si poteva contare il riso perché era piccolo.
Non si poteva contare il riso perché era difficile.
Il sale era un problema grosso
Ad un certo punto erano finite le lenticchie.
Gaia non poteva più fare perché erano finite le lenticchie.
Io, quando erano finite le lenticchie, non potevo più mettere i cucchiai di lenticchie.

Una soluzione

Prendevamo un bicchiere e ci mettevamo le cose che non si potevano contare.
Poi abbiamo deciso di prendere un bicchiere e farci un segno dove dovevamo arrivare.

Così hanno creato "un misurino", un bicchiere di plastica trasparente, su cui hanno disegnato una linea, che determinava il livello delle cose difficili da contare: al posto del cucchiaio allora un misurino…
Solo che hanno scelto un bicchiere grande ed hanno messo il segno molto in alto e così dopo due giorni la provvista di lenticchie era finita!
Un altro problema.

E poi abbiamo risolto perché è venuto Massimo e ci ha portato le lenticchie.

I bambini avevano tenuto il conto dei giorni in cui non avevano potuto mettere le lenticchie ed hanno recuperato.

Il gioco della Ballata degli Elefanti

1.Abbiamo rispettato le regole del gioco: si faceva una fila di passi indietro ed avanti.

1. *Si parte dalla linea di partenza.*
2. *Si gioca in 1- 2- 3- 4- 5 bambini*
3. *Prendiamo due dadi: il dado blu si va avanti ed il dado rosso si va indietro.*
4. *I gettoni di due colori per segnare i passi avanti e i passi indietro.*
5. *Quelli che vogliono giocare si devono mettere in cerchio*

1. Si parte dalla canzone della "Ballata degli Elefanti" che indica il senso del gioco

1. Grande discussione su punto in cui si deve partire; inizialmente il gruppo di bambini che giocano si dispone lungo la parete, ma qualcuno suggerisce di cercare un punto diverso di partenza, altrimenti i passi indietro non si possono fare. Ma dove mettere la linea di partenza? Si danno un gran da fare: contano le mattonelle della stanza del sole, ma è difficile stabilire il dove, ad un certo punto Diana conta 10 mattonelle partendo da una parete e mette un segno a terra, poi corre sul lato opposto e conta altre 10 (in senso inverso) e mette un altro segno, riparte a contare, dal primo segno, due mattonelle, corre sul secondo segno e ne conta due ancora e sposta così i segni. Ripete questo andirivieni un altro paio di volte, finché non trova dove lei riteneva opportuno mettere la linea di partenza: giusto a metà della stanza, così si potevano fare "molti passi sia in avanti sia indietro".

2. il primo gruppo che gioca è formato da 5 bambini; successivamente, per permettere di "ragionare sulle cose che accadono" il gioco si è svolto a due alla volta.

3. organizzazione del gioco, in una fase successiva: chi dà le consegne? Sarà la maestra? Sarà un compagno? Il destino, saranno i dadi a decidere…

4. sempre in un secondo momento, il gioco si fa più completo (e complesso): i marcatori dei passi, gettoni di colore diverso ed il compagno che prende nota sulla lavagna.

5. regola per iniziare qualunque gioco: il cerchio come configurazione "democratica" per prendere le decisioni, per condividere, per organizzare.

Le scoperte

1. Si tira il dado e quel numero che esce ti dice quanti passi devi fare.
2. Se il dado è rosso fai tanti passi indietro di quanti dice il dado.
3. Per fare i passi ho scoperto che bisognava contare i quadretti.
4. Questo gioco mi ha fatto scoprire i numeri ed anche le regole.
5. Ho scoperto che questo gioco fa imparare a contare.
6. Se parti dalla linea e fai un passo avanti e fai un passo indietro è come se non ti sei mosso.
7. Io ho fatto 8 passi da elefante per andare indietro, con il dado blu; invece per andare avanti io ho fatto due passi da elefante.
8. Ho scoperto che se faccio 4 passi è uguale a quando faccio due passi e poi due passi.
9. Ho scoperto che un passo avanti e due indietro è come se avessi fatto solo un passo indietro.
10. Scoperta matematica: fare 3 passi avanti e uno dietro sembra che ne hai fatto due in avanti.
11. Io ho scoperto che se faccio 1 passo avanti e poi 1 passo indietro sarebbe che non hai fatto niente.
12. Ho scoperto che questo gioco serve per imparare a contare.
13. Ho scoperto che camminavo sulle linee.
14. Ho scoperto che se parti dalla linea di partenza e fai 5 passi indietro e poi fai 5 passi avanti è come se non ti sei mosso.

Quello che abbiamo fatto

1. abbiamo deciso quale era la partenza
2. abbiamo messo la linea di partenza
3. abbiamo contato con i passi la linea di partenza
4. abbiamo contato le mattonelle
5. quando abbiamo contato i mattoncini abbiamo fatto i passi
6. per contare i passi contavamo le mattonelle
7. contavamo i mattoncini per fare i passi tutti uguali
8. per giocare alla Ballata degli Elefanti abbiamo usato le fiches
9. per ricordare i passi si mettevano i gettoni
10. 4 bambini hanno giocato ed abbiamo messo i gettoni
11. abbiamo messo i gettoni sugli angoli
12. mettevamo un gettone per ogni passo
13. abbiamo fatto un passo e poi due passi e poi 3 passi indietro e 2 passi in avanti

14. io ho fatto 3 passi in avanti e 4 passi indietro

15. io ho fatto tanto tempo fa un passo indietro e 2 in avanti

16. quando abbiamo giocato in classe io ho fatto 8 passi in avanti, 1 passo indietro e poi 2 passi avanti

17. io 3 passi indietro e 1 avanti

18. io ho fatto 3 passi in avanti e 4 indietro

19. Maria ha detto: “fai 10 passi in avanti o indietro”

20. i bambini dicevano le consegne

21. un bambino tirava un dado se usciva 1 faceva un passo avanti

Gradimento

A me è piaciuto proprio tutto.

Mi è piaciuta molto la Ballata degli Elefanti.

Questo gioco l’abbiamo imparato a memoria e ci siamo divertiti molto a giocare.

Mi è piaciuto quando i bambini tiravano i dadi.

Io mi sono divertita.

Mi è piaciuto giocare agli Elefanti e fare i passi da elefante.

7.3. La mappa dei quattro giochi – classe I F (3 maggio)

La nostra intenzione era quella di proporre anche qui "la tecnica dei post-it" brevettata dalla maestra Daria, affrontando durante l'incontro con me uno dei giochi e lasciando poi alla classe il compito di costruire i cartelloni per le altre attività in tempi successivi.

In effetti le cose vanno in tutt'altro modo. La richiesta dell'insegnante e mia di «ricordare che cosa abbiamo fatto insieme dall'inizio dell'anno» suscita in un primo momento un po' di sgomento. Una volta rassicurati i bambini che non è necessario ricordare *proprio tutto,* ma solo le cose che sembrano a ciascuno le più importanti (o, in caso di difficoltà, "quelle che vengono", senza troppa preoccupazione), comincia una discussione molto partecipata e appassionata. Decidiamo di non interromperla e, dopo un po', approfittando della ricchezza di ricordi e riflessioni che sta emergendo, proviamo ad organizzarle in una mappa che faccia emergere i punti fondamentali di ogni gioco e i "ponti" tra uno e l'altro. Cominciamo a rievocare i giochi uno alla volta, in ordine cronologico. Per ognuno di essi cerchiamo di selezionare due o tre punti fondamentali.

Una delle proposte fatte dai bambini con più convinzione ed entusiasmo generale giunge per me inaspettata: si tratta dell'ultimo punto della Ballata degli Elefanti, "Tornando indietro il primo diventa ultimo" (ved. figura 8). Tale riflessione non era stata infatti esplicitata durante i nostri incontri all'inizio dell'anno: la sua origine, come vengo a scoprire nel corso della costruzione della mappa dei giochi, è da ricondursi allo spettacolo teatrale tratto da "Hansel e Gretel", a cui la classe ha assistito in aprile. I bambini, vedendo i personaggi alle prese con percorsi e segni (i famosi sassolini bianchi), e sentendo le loro riflessioni in merito, (tra cui appunto la considerazione a proposito del primo sassolino lasciato sulla strada dai protagonisti, che “diventa l’ultimo” incontrato dai due ragazzi nel momento in cui questi compiono il percorso a ritroso per tornare a casa), si sono subito ricordati della propria esperienza con la Ballata, si sono entusiasmati “rivedendosi” nella favola, e una volta tornati a scuola hanno ripreso la discussione sul nostro primo gioco.

Quando i punti sembrano emersi in modo abbastanza chiaro chiedo ai bambini di provare a formularli in modo sintetico e dettarmeli cosicché io possa scriverli alla lavagna. Ciò non sempre risulta facile, e spesso ci sono piccole discussioni anche su come scrivere le cose, sull’uso dei termini fondamentali, sulle soluzioni che ci permettono di scrivere il minor numero possibile di parole senza perdere il senso…

Una volta completato questo lavoro per i primi due giochi proponiamo ai bambini di collegare con delle frecce i punti simili, quelli che accomunano un gioco all’altro.

In seguito continuiamo svolgendo le stesse operazioni per le altre due attività.

Alla fine ci ritroviamo tutto il percorso dell’anno scritto alla lavagna e finiamo di collegare tutti e quattro i giochi tra loro, sempre sottolineando prima i punti simili e poi mettendoli in relazione con una freccia. Ci ritroviamo anche delle “sorprese”: colleghiamo uno dei punti (chiamiamolo A) del gioco 4 con un altro (B) del gioco 1, scopriamo che già avevamo unito con una freccia il punto B ad un ulteriore punto (C) nel gioco 3: ce ne eravamo dimenticati. Qualcuno deduce che allora A è collegato anche con C. Si discute se sia o no necessario esplicitare questo collegamento con una freccia da A a C. Alla fine decidiamo che non serve, e anzi è meglio non aggiungere frecce inutili che creerebbero troppa confusione, dal momento che, a ben guardare, questi collegamenti "transitivi" si ripresentano altre volte nel nostro schema.

La mappa del percorso dell'anno è riportata nella sezione "Figure".

FIGURA 8

7.4. Il cartellone "giochiamo con la matematica" – classe IF

Alla fine dell'anno, una volta terminati gli incontri, i bambini di IF hanno costruito un cartellone con alcune fotografie, disegni e riflessioni sul percorso svolto insieme a me. Ognuno ha scelto liberamente una situazione da disegnare e descrivere: l'attività più "gettonata" è stata il gioco del riso, probabilmente a causa delle difficoltà che ci aveva creato e di tutto il tempo che ci era stato necessario per venirne a capo, con una soddisfazione proporzionata all'impegno. Credo valga la pena di riportare per intero le riflessioni dei bambini per comprendere meglio il loro punto di vista sulla nostra esperienza.

- Io e i miei amici abbiamo fatto il gioco del Mostro del Riso poi noi abbiamo rubato il riso. Era un bello giorno.

- Noi cerchiamo di prendere e rimettere la farina della stessa quantità

- Il riso e la quantità del mistero (titolo di un disegno che rappresenta Maria Pezzia con in mano un sacchetto trasparente pieno di chicchi, attorniata dai bambini)

- Io e i miei amici stiamo giocando al gioco del riso con Maria che ci spiega che cosa dobbiamo fare. Allora viene il mostro e ci chiede ogni giorno un cucchiaio di riso, viene da noi e ci chiede «mi date un cucchiaio di riso?»

- Noi abbiamo fatto il Gioco del Mostro e quando dovevamo prendere il riso dal mostro non ci trovavamo mai la stessa quantità.

- Noi stiamo dando il riso al mostro e ce l'ha spiegato Maria e noi l'abbiamo seguita e abbiamo fatto bene.

- Noi stiamo facendo questo: stiamo facendo che contiamo pezzi di puzzle e mettiamo un maccherone per ogni pezzo.

- Noi abbiamo studiato e abbiamo capito che certe cose si possono contare e alcune no perché la cose piccole sono piccole e poi sono sciolte per esempio la farina e io ho detto mettete un segno e andava bene. Sono passati mesi e abbiamo pensato che raggruppare è meglio per contare i numeri grandi.

- Io ho imparato che il riso non si può contare perché se no ci mettiamo un anno o due anni e quindi non si può contare perché è piccolo e non si può contare e dopo Maria se ne va.

- Maria ci ha fatto imparare come si fanno i gruppi.

- Per trovarci della stessa quantità i bicchieri di riso facevamo un gioco e ce davamo il riso al mostro ma lo stesso non ci trovavamo.

- Io e tutti i miei amici abbiamo imparato che per fare la stessa quantità dobbiamo mettere un segno sul bicchiere.

- Io sto mettendo il riso nello scatolo.

- Io ho capito che si doveva dare quattro cucchiai di riso però non ci trovavamo perché dovevamo contare i chicchi di riso però si doveva fare un modo più presto.

- Io metto il riso nello scatolo e lo tolgo ma non riesco ad avere la stessa quantità.

CAPITOLO 8

INTERVISTA ALLE INSEGNANTI

8.1

L'idea di intervistare le insegnanti che hanno partecipato alla ricerca è nata dall'esigenza di comprendere meglio la loro valutazione del progetto realizzato insieme, in particolare alla luce della precedente esperienza professionale di ciascuna maestra e degli esiti del percorso riscontrati durante l'avvio del lavoro in seconda. Le interviste sono state infatti registrate (in due momenti separati) alla metà di dicembre del 2004, cioè nell'anno scolastico successivo rispetto a quello in cui si è svolta la ricerca. Il punto di vista delle insegnanti è particolarmente significativo per la valutazione di un progetto come il nostro, non solo in quanto esprime il vissuto di alcune delle protagoniste dell'intervento, ma anche perché le maestre hanno accesso ad informazioni che al ricercatore inevitabilmente mancano: le insegnanti hanno modo infatti di osservare quotidianamente il comportamento di ciascun bambino e le sue evoluzioni, sia durante il periodo della ricerca che successivamente; inoltre sperimentano direttamente le difficoltà o le risorse espresse dalla classe nell'affrontare le nuove attività proposte: possono così ipotizzare delle relazioni tra ciò che è stato "seminato" durante lo svolgimento della ricerca-intervento e ciò che "si raccoglie" in seguito. Tali difficoltà o nuove risorse possono essere individuate anche da ciascuna insegnante in se stessa, pensando a come l'impostazione del lavoro costruita durante il progetto abbia stimolato, ispirato, o magari bloccato, il proprio modo di affrontare nuovi argomenti e situazioni.

Oltre a ciò, credo possa risultare interessante per il lettore mettere a confronto diversi modi di vedere e interpretare lo stesso progetto: i punti di vista, il vissuto, le opinioni delle due insegnanti sono infatti, per molti aspetti, differenti sia tra loro sia dai miei, com'è inevitabile date le differenze nei nostri percorsi di vita e di formazione professionale, e considerando anche il ruolo diverso che ciascuna di noi ha assunto nel corso del progetto.

Avevo inizialmente preparato domande identiche da sottoporre ad entrambe le intervistate: alcune piccole differenze sono dovute alla diversa "piega" presa dal discorso durante le due conversazioni.

Poiché le interviste sono piuttosto lunghe ho sottolineato alcune frasi o parole chiave, con l'intenzione di aiutare il lettore ad individuare "a colpo d'occhio" i diversi argomenti affrontati, così da potersi orientare meglio nel testo. In particolare ho messo in evidenza le questioni che sono emerse come più significative durante le conversazioni stesse oppure nei capitoli precedenti.

8.2. Intervista a Daria

Maria P.: Ci sono state (nel metodo di lavoro – nei contenuti) differenze tra il progetto dell'anno passato e il tuo precedente modo di lavorare? Quali sono le principali? Come le valuti?

Daria: Le differenze sono soprattutto nei contenuti: non avevo mai sperimentato quel tipo di giochi e attività. Il metodo, l'approccio, per altri aspetti è simile a quello che ho usato in passato. Ho sempre lavorato per sfondi, anche dedicando molta attenzione al corpo, alla manipolazione: dal mio primo anno di insegnamento ho cominciato a prendere contatto con il MCE e a sperimentare i loro metodi. Spesso uso del materiale strutturato, come il multibase, il tangram, i regoli: comincio col a darlo ai bambini per giocare liberamente, per poi arrivare in un secondo momento a scoprire le relazioni tra le parti. Ad esempio usiamo il multibase per rappresentare situazioni concrete legate alle operazioni (magari un quadrato del multibase può rappresentare una tavoletta di cioccolata che vogliamo dividere tra un certo numero di bambini…). Si può usare per i cambi, per la scrittura polinomiale del numero, per comprendere i concetti di punto, linea, superficie…Lo uso fino alla quinta per fare diverse cose, anche i decimali, le frazioni. Però non separo mai il materiale strutturato dalle "storie" concrete che stanno dietro alle situazioni problematiche. Spesso faccio anche costruire i materiali ai bambini, magari con l'aiuto di qualche genitore o amico esperto. Ad esempio abbiamo costruito il geopiano, le scacchiere, l'anno scorso le case degli orsi (cfr. 2.5., fase 8. N.d.R.).

L'idea è quella di partire sempre dal corpo, dalle mani, dal gioco, dal piacere, però anche di arrivare a sapere quattro cose , se no è una tragedia!

M.P.: Quali sono le difficoltà dei bambini per quanto riguarda l'aritmetica che hai riscontrato più frequentemente nel corso della tua carriera di insegnante? E quelle più difficili da superare? Hai idea delle cause di queste difficoltà?

D.: La difficoltà più frequente è legata alla <u>differenza di genere</u>: c'è quest'idea che le ragazze non sono, non devono essere portate per la matematica. Bisogna fare un gran lavoro sull'autostima, perché c'è un pesante condizionamento da parte delle famiglie. Qui da noi per esempio c'è Imma che è brava ma è presa dall'ansia di non capire. Poi c'è la questione del "problema", che peraltro spesso è legata anche alle cose che ho appena detto: <u>gli insicuri, o le insicure, imparano più facilmente gli aspetti meccanici della matematica, e sono spaventati dalla situazione problematica da affrontare. È necessario accompagnarli, far loro vedere che cosa sono capaci di fare.</u>

Ci sono anche ad esempio i rapporti topologici, le operazioni geometriche, come simmetria , traslazione, ordine: per alcuni sono di un'evidenza assoluta, per altri no.

Ma la difficoltà più ricorrente è proprio quella di inquadrare le situazioni problematiche, come ho detto prima: c'è un'inibizione iniziale, che però si sblocca in genere. Molti dei miei alunni che avevano questo tipo di insicurezze hanno poi scelto dei percorsi di studio scientifici. <u>A volte un fattore che crea inibizioni può essere anche la maggiore velocità di alcuni compagni</u>.

M.P.: Pensi che in alcuni casi, come questo che hai citato, il lavoro di gruppo possa avere effetti negativi?

D. : Il gruppo può essere negativo se la situazione si ripete sempre uguale; ci dev'essere invece un certo dinamismo, dei cambiamenti. È importante anche dare dei compiti individuali all'interno del gruppo, e poi cercare di vedere, di capire perché un bambino partecipa in un certo modo o in un altro. In genere cerco di non bloccare i più intuitivi. Ad esempio c'era un mio alunno, Ottavio, che proponeva alla classe delle varianti dei problemi, e noi provavamo a risolverle…Anche copiare può servire, oppure invidiare un po' il compagno più bravo può essere uno stimolo, può generare l'ambizione di far bene che è positiva. Comunque i bambini si aiutano molto, e li stimolo in questo.

Il lavoro di gruppo funziona, ma è importante che ci sia sempre lo spazio anche per il lavoro individuale.

M.P.: Ti sembra che il modo di lavorare sperimentato lo scorso anno possa contribuire in qualche maniera a superare alcune di queste difficoltà, o magari ad evitare che si presentino? In particolare quali?

D.: Il fatto per me più importante è che lavorando in questo modo, in particolare con alcune persone, c'è sempre da imparare, da scoprire, da divertirsi. Ad esempio non avevo mai fatto un'attività come il Gioco dell'Attesa, che è stato molto interessante.

Si continua a scoprire che niente è ovvio e banale, anche per una vecchia maestra come me. Ci sono spazi di possibilità dove ancora possono avvenire cose che non ti aspetti. Anche perché i bambini fanno delle speculazioni su questi fatti. Loro sono persone serie, che si pongono delle domande, l'hai visto anche tu. Io non avevo mai dedicato così tanto tempo, tanta attenzione a certi problemi, ad esempio alla questione del "facile o difficile da contare". Poiché una cosa per te è scontata pensi che debba esserlo anche per i bambini. E questo è il più grande pericolo nell'insegnamento. Il fatto di non banalizzare fa anche sì che i bambini si pongano domande sulle cose che sembrano ovvie e non lo sono. Questo li favorisce, li aiuta ad affrontare i problemi, accresce la loro capacità di problematizzare anche: cioè, si tratta di capire cosa significa "un problema": porsi domande, fare ipotesi, trovare soluzioni…Mi sembra che i bambini abbiano acquisito questo. Ovviamente non tutti, parlo in generale. Un'altra cosa che mi ha colpito è stato il modo in cui hanno partecipato alcuni bambini: c'è ad esempio chi ha qualche difficoltà di linguaggio, ma è molto bravo col pensiero astratto in altre situazioni; proprio con il pensiero matematico, ad esempio. Mi ha stupito vedere questo perché ero abbastanza convinta che chi ha difficoltà col linguaggio non può riuscire bene nemmeno nel campo della matematica, invece non è così.

M.P.: Quali sono seconde te le maggiori difficoltà incontrate dai bambini durante il progetto? Pensi che siano state superate? Che debbano esserlo quest'anno?

D.: Ma che significa per te “difficoltà”? Per me è un ostacolo difficile da superare. Ci sono stati dei momenti critici durante il progetto, che sono stati poi superati. Non è che i bambini hanno difficoltà: è che bisogna rispettare dei tempi, accompagnarli, fermarsi, tornare indietro per poi ricominciare, ritornare sui propri passi. Tutto questo, che poi significa anche rendersi conto che “le cose non sono semplici”, è fondamentale.

M.P.: Volevo capire però se non ci sono state, secondo te, nell’approccio usato, degli aspetti, dei modo di affrontare le cose, che magari hanno creato alcune difficoltà invece che risolverle.

D.: No, direi di no. Innanzitutto, è stato molto importante il modo in cui abbiamo fatto attenzione al tuo ingresso in classe, non io, intendo noi tre insieme. Sono stati importanti i tempi lunghi di programmazione e di realizzazione per far sì che la persona nuova entrasse in sintonia con la classe, per stabilire una relazione, per conoscersi. La persona esterna che arriva deve avere il tempo di “adeguarsi”, in qualche modo, al clima, allo stile di lavoro della classe. Ferma restando l’importanza della diversità delle persone, degli approcci, questa sintonia è fondamentale, anche se non è facile: io dico sempre che è un “evento alchemico”, infatti si verifica molto di rado che due persone adulte, con percorsi, esperienze molto diverse, riescano a creare una sintonia. Certo se l’insegnante per esempio ha paura di essere osservata, non ha una reale disponibilità, allora non crea le possibilità per questa sintonia. Spesso quando si lavora in team questa capacità delle persone di entrare in sintonia non viene molto considerata, ma in realtà è un problema, noi nella scuola ne soffriamo molto la mancanza.

M.P.: Lavorando con i bambini oggi, cosa ti sembra sia loro "rimasto" delle attività dell'anno scorso (ricordi, competenze, strumenti, modelli, modi di *affrontare le cose...)?*

D. : E' rimasto tanto. Il percorso dell'anno passato ha dato buoni frutti. In matematica anche più che in altri ambiti si sente com'è importante *tenere presenti* i collegamenti, le differenze e le analogie tra le esperienze. Stiamo rievocando spesso ciò che è stato fato l'anno scorso, i bambini ci pensano, si ricordano…

M.P.: Sulla base del percorso dell'anno passato, che preoccupazioni ti restano per il proseguimento del lavoro didattico? Pensi che invece ci saranno delle cose più facili da affrontare?

D.: Non ho preoccupazioni! Però ho, diciamo… un'aspirazione: vorrei trovare sempre una maniera diversa di fare, la motivazione per percorrere strade nuove. Io so che quando c'è questo piacere da parte mia, ai bambini passerà il piacere di imparare quelle cose. Valuto positivamente tutto il clima, il percorso dell'anno passato, sia quello svolto insieme a te che senza. Il mio desiderio è che possa continuare il divertimento e il senso di scoperta che c'era l'anno scorso. Certo facciamo anche delle esercitazioni, vanno fatte; però per esempio quest'anno vedo che i bambini si divertono anche a studiare le tabelline: le costruiscono loro, le esplorano…

M.P.: Come ti sembra che i bambini abbiano vissuto l'esperienza nel suo complesso?

D.: L'esperienza è stata positiva per tutti. I bambini dicevano che la matematica era la cosa più bella tra quelle che facevano a scuola, sono proprio le loro parole. Lo dicono anche quest'anno. L'aspetto fondamentale comunque è la relazione che si è creata fra gli adulti. Ci dev'essere il tempo per crearla. Anche per i bambini sono importanti i tempi distesi.

M.P.: Se si dovesse riproporre in una prima, quali aspetti riproporresti del lavoro dell'anno passato e quali preferiresti scartare o cambiare?

D.: Mah, certamente si potrebbero anche inventare altre attività oltre a quelle che abbiamo svolto l'anno scorso, a seconda delle esigenze che potrebbero emergere nella situazione. Ci sono tante cose che si possono fare. È importante quando si propone un progetto rispettare la storia della classe, gli sfondi su cui si sta lavorando. Il progetto va in ogni caso trasformato e adattato in base alla storia di ciascuna classe.

M.P.: Che argomenti ti sembra che si "aprano" per le classi successive?

D.: Per prima cosa la struttura moltiplicativa. Tutto il lavoro sulle operazioni si sviluppa in maniera molto naturale a partire da ciò che si è fatto l'anno scorso. Poi sulle quattro operazioni si continua a lavorare per tutti i cinque anni. Molto sta alla creatività della classe (dei bambini e degli adulti) nel dare forma a questo apprendimento, a questo percorso.

M.P.: Avevo pensato di chiederti come hai vissuto la tua partecipazione al progetto, ma in realtà hai già risposto, mi sembra. Però vorrei anche capire se ci sono stati per te degli aspetti negativi, o dei momenti di fatica, di difficoltà per esempio…

D.: Qualche volta ho pensato che queste collaborazioni hanno bisogno di molto tempo: avrei voluto più tempo per parlare con te, con Elena, per confrontarci un po' di più. Poi, lo sai, c'è anche il fatto che il lavoro non è stato condiviso per bene con le altre classi, qualcuno se ne è anche lamentato. Io ogni tanto mi faccio prendere dal delirio di onnipotenza, e insomma mi son detta «mannaggia, non ho fatto bene, non sono riuscita». Però, in realtà non è che ne abbia avuto più di tanto la possibilità. Non si riesce a fare tutto. Un'altra cosa che mi dispiace è che non ho scritto. Ho scritto poco, solo qualche appunto schematico, pedissequo, dei percorsi fatti con i bambini: mi sarebbe piaciuto avere il tempo poi per fare, anche per me, una riflessione più approfondita, più accurata su quello che avveniva, proprio perché l'ho ritenuto un momento significativo. D'altra parte, è sempre così: uno o fa o scrive. E io in genere non scrivo.

Anche la documentazione, così com'è resta un patrimonio che ha significato più che altro per la classe. Se ci fosse stato più tempo avrebbe potuto essere fatta meglio, in modo da renderla utilizzabile appieno anche dalle persone che non hanno avuto la possibilità di partecipare.

M.P.: Hai voglia di raccontare qualche episodio che ti ha colpito particolarmente in un senso o nell'altro, positivo o negativo, in quest'esperienza?

D.: Le esperienze fatte insieme a te sono state tutte significative, devo dir la verità, e motivanti anche: i bambini si sono divertiti, li ho visti partecipare. È stata anche difficile, impegnativa come esperienza. Tante cose avrebbero potuto essere approfondite, si sarebbe potuto continuare, creare altre situazioni…

D.: Ti sembra che si sia dedicato troppo tempo ad alcune attività, magari a scapito di altre cose più importanti?

R.: No.

D.: Avresti voglia di continuare un lavoro di questo tipo (integrazione fra percorso quotidiano della classe e argomenti innovativi)?

R.: Sì, soprattutto è importante per me ricevere stimoli dall'esterno. Per esempio, semplicemente il fatto di doversi "inventare una maniera perché Maria Pezzia entri in classe", già ti mette in movimento. È già una cosa che cambia l'iter che normalmente segui quando fai scuola. Maria viene, e questa cosa deve avere un senso, deve avere una motivazione, ci dev'essere un perché, dobbiamo costruirlo insieme. Tutto questo secondo me è interessante. Per me era una scommessa vedere che cosa usciva. Era una novità anche per me, anche se ho avuto altre esperienze di collaborazione con persone esterne alla classe in passato. In genere però funzionavano in un modo diverso: ad esempio, ti dicevo prima di quel mio amico falegname che è venuto a scuola per aiutarci a costruire il geopiano. Insomma, si prendeva riga squadra, compassi, sega…però io sapevo che alla fine usciva il geopiano. Invece qui era molto più aperta la situazione, non sapevamo cosa sarebbe successo, e questo mi è piaciuto molto. È stato stimolante per me, e quindi ripeto le cose che ho detto prima: questa è una condizione importante del mio fare la maestra; se non c'è più niente che mi stimoli….(ride) vado in pensione! O no?

8.3. Intervista ad Elena (con la partecipazione della collega dell' "ambito antropologico", Anna)

M.P.: Ci sono state (nel metodo di lavoro – nei contenuti) differenze tra il progetto dell'anno passato e il tuo precedente modo di lavorare?

E.: In verità ho fatto solo un ciclo di matematica prima di questo. Comunque le differenze sono tantissime. Anche prima ho sempre cercato di utilizzare la manipolazione, soprattutto con il materiale strutturato, regoli, multibase… Però era un uso, mi viene da dire, più “casuale” quasi, che voluto. Cioè, erano dei tentativi che facevo quando mi trovavo di fronte ad una difficoltà dei bambini, per risolverla.

M.P.: Quali sono le difficoltà dei bambini per quanto riguarda l’aritmetica che hai riscontrato più frequentemente nel corso della tua carriera di insegnante? E quelle più difficili da superare? Hai idea delle cause di queste difficoltà?

E.: Mi sembra che uno dei problemi principali sia stato in passato la comprensione del valore posizionale delle cifre. Ora mi sembra più facile spiegarlo ai bambini, lo capiscono meglio. Poi può dare delle difficoltà l’acquisizione del concetto di quantità, la corrispondenza per esempio tra la parola “uno” e la relativa quantità. Questo però mi sembra sia stato acquisito bene grazie al lavoro dell’anno scorso. Adesso l’unica con cui sono veramente in difficoltà è Marina. Con lei non ho ancora trovato un metodo, non so come fare. Le sto provando tutte: il lavoro in gruppo, individuale, la manipolazione…Con lei torno indietro, alle basi, facciamo e rifacciamo le stesse cose, ma sembra che non riesca a memorizzare nulla. Non dico una memoria “astratta”, o verbale: mi sembra che non abbia nemmeno la memoria dei gesti. Non so, è un grosso scoglio.

M.P.: Quali sono seconde te le maggiori difficoltà incontrate dai bambini durante il progetto? Pensi che siano state superate? Che debbano esserlo quest’anno?

E.: Penso che <u>la difficoltà maggiore sia stata sulla questione del "continuo e discreto", ci siamo rimasti per molto tempo, ma poi è stata superata</u>. Hanno capito, anche con lo schema che abbiamo fatto alla fine, che ci sono delle cose che possono essere contate e delle cose che abbiamo la necessità di misurare.

M.P.: Lavorando con i bambini oggi, cosa ti sembra sia loro "rimasto" delle attività dell'anno scorso (ricordi, competenze, strumenti, modelli, modi di affrontare le cose...)?

E.: E come si fa a rispondere? Io dovrei dire "tutto"! Abbiamo costruito proprio le basi, io non posso dire «quello che…». A parte che poi è stato un percorso, siamo partiti dal nulla e siamo arrivati a dei concetti. Come ricordi, ad esempio i bambini ricordano moltissimo il gioco del Mostro, quello li aveva molto colpiti, forse per la storia, forse anche perché era stato più difficile.

M.P.: Sulla base del lavoro dell'anno scorso, che preoccupazioni ti restano per il proseguimento del lavoro didattico?

E.: Quello che mi tormenta è riuscire a trovare delle tecniche ugualmente valide per arrivare all'acquisizione di altri concetti matematici, quali per esempio la moltiplicazione e la divisione. Perché loro il concetto di addizione e sottrazione ormai l'hanno acquisito, diciamo, almeno per quanto riguarda il significato. Però anche con la tecnica mi sembra che le cose procedano: ora addirittura stiamo facendo le addizioni in colonna, che sono programma di seconda, ma non sono sempre facili. Usiamo sempre questa tecnica di raccontare delle storie: abbiamo costruito un “palazzo”, usando come mattoni i pezzi del multibase, per introdurre le operazioni in colonna. Il palazzo è a più piani e a più stanze, e poiché c’è una festa ci sono persone che salgono e scendono, si trasferiscono da una stanza all’altra…All’inizio, ad esempio, avevo detto che non potevano stare più di 9 persone nella prima stanza. Però se sono dieci che facciamo, non li possiamo cacciare…Allora Franco ha pensato che le persone quando arrivavano a 10 si raggruppavano e andavano all’altra festa al piano di sopra…Io l’avevo buttata lì all’inizio come provocazione, e loro si sono ingegnati per trovare delle soluzioni. Il fatto è che si sono abituati a porsi dei problemi e risolverseli, anche. Diciamo che non si arrendono.

Anna: La collega di inglese mi ha raccontato che i bambini si sono posti da soli il problema di trovare la regola per formare il plurale, e l’hanno poi trovata, facendo attenzione a tutti i casi in cui avevano incontrato delle parole al plurale. Ormai sono abituati a ragionare così.

E.: Si sono formati una struttura mentale per la quale hanno imparato che di tutto possiamo trovare matematicamente una soluzione. Poi abbiamo cominciato quest’anno a impostare i problemini, a capire cosa significa scrivere i dati numerici del problema. Abbiamo cominciato a dare una strutturazione alla matematica, anche perché poi abbiamo detto « ragazzi, è vero che la matematica è un gioco, però se noi vogliamo poi parlare la lingua della matematica dobbiamo utilizzare determinate cose e non altre, per capirci». Abbiamo ripreso la questione del segno “=”, che non significa identità, ma indica che ho “la stessa quantità” da una parte e dall’altra del segno. Ora utilizzano quel segno e sanno che cosa significa. Sanno che usiamo i segni, come questo, per “stilizzare” un percorso che abbiamo fatto con il gioco. Ormai sono abituati a rappresentare le cose schematicamente, l’hanno fatto fin dall’inizio, anche in altri ambiti. Ora è una cosa naturale.

M.P.: Come ti sembra che i bambini abbiano vissuto l’esperienza nel suo complesso?

E.: Benissimo. Fra l’altro sono rimasti male l’altro giorno, quando sei passata a salutare, perché speravano che ti fermassi a fare lezione, e invece te ne sei andata subito…

M.P.: Ti sembra di aver fatto delle “scoperte” o di aver avuto delle “sorprese” lavorando a questo progetto?

E.: Sì, direi proprio di sì.

M.P.: Se si dovesse riproporre in una prima, quali aspetti riproporresti del lavoro dell’anno passato e quali preferiresti scartare o cambiare?

E.: No, non ne scarterei nessuno. Tant'è vero che ne abbiamo anche parlato in programmazione con le altre insegnanti, per il progetto di rifare il percorso quest'anno nelle altre prime, e abbiamo pensato di riproporlo allo stesso modo.

M.P.: Che argomenti ti sembra che si "aprano" per le classi successive?

E.: Innanzitutto, come ho detto, la soluzione dei problemi. Si tratta di associare il problema a una "storia"…

A.: Poi loro sono abituati a inventare le storie, lo facciamo sempre. In questo caso si trovano a inventare una storia di una situazione problematica…Anche con l'italiano sono abituati ad analizzare delle storie, capire quali problemi ha incontrato un personaggio. Fanno ipotesi, si chiedono "cosa sarebbe successo se…". Tante volte non si riesce ad andare avanti perché tutti hanno la loro proposta, la loro opinione.

E.: Il passaggio naturale è stato quello di arrivare a vedere tutto in questo modo, come qualcosa da affrontare e risolvere. È positivo, si riflette in tutto, anche nelle scienze, nelle uscite, nell'osservazione delle cose, quando gli si chiede «come mai secondo te è così?»…

A.: Una volta è arrivato Alessandro che piangeva: aveva un pacco così di figurine, erano tantissime, e aveva paura di averne persa qualcuna per le scale. Mi ha detto «Maestra, me le conti? Sono troppe, non riesco a contarle tutte». Allora ho provato a suggerirgli di raggrupparle. Si è ricordato i giochi dell'anno scorso, e si è messo da solo a fare dei mucchietti da dieci, poi un paio rimanevano fuori, e insomma se le è contate tutte. Saranno state più di cento.

E.: Sì, anche a Fausto è capitata una cosa del genere con un mazzo di carte…Chiaramente noi li spingiamo molto, in fondo sono bambini di seconda, però poi loro fanno. L'unica difficoltà che ho adesso, a proposito di gruppi di dieci, è che non tutti sanno contare bene "per 10", magari fanno confusione tra "cinquanta", "settanta"…Il concetto è chiaro, ma devono acquisire per bene l'automatismo. Là non c'è niente da fare, devono ricordarsi le parole, ci vuole un po' di tempo.

M.P.: Come hai vissuto la tua partecipazione al progetto (difficoltà, disagio, fatica, divertimento, soddisfazione...)

E.: Devo dire che mi sono molto divertita e "mi sono molto soddisfatta"! E anche Anna, credo, quando le è capitato di partecipare.

M.P.: Hai in mente qualche episodio che ti ha colpito in modo particolare?

E.: Mi è piaciuto quando dovevamo contare la farina e Fausto voleva metterla tutta nelle cannucce. Là ci mettemmo un'ora. Mi sono divertita da morire anche perché Fausto è un tipo molto testardo e voleva avere per forza ragione, e allora quella per me era una sfida proprio personale! (ride)

M.P.: Ti sembra che si sia dedicato troppo tempo ad alcune attività, magari a scapito di altre cose più importanti (quali)?

E.: No, perché dove ci siamo fermati è stato perché era necessario. Non perché non avevamo altro da fare!

M.P.: Avresti voglia di continuare un lavoro di questo tipo (integrazione fra percorso tradizionale e argomenti innovativi)?

E.: Sì, assolutamente. Però non è possibile al momento, pare…

CONCLUSIONI

Al termine di questo primo anno di sperimentazione credo di poter affermare che il percorso svolto è stato significativo per tutte le persone coinvolte, grandi e piccole.

I bambini hanno acquisito delle basi solide a partire dalle quali costruire il lavoro sulle strutture delle operazioni (lavoro che, a detta delle insegnanti, sta proseguendo ora, in seconda, in modo naturale e proficuo, e che nel suo svolgimento sta tenendo sempre presenti, come punti di riferimento, le esperienze e le scoperte dell'anno passato); gli alunni si sono anche abituati ad individuare problemi e attivare diverse strategie di soluzione, sia in modo autonomo che attraverso il confronto intersoggettivo, e hanno sperimentato, così facendo, il gusto e la passione per la ricerca, per la discussione, per la scoperta; oltre a ciò, hanno cominciato a confrontarsi con le esigenze di coerenza interna del discorso matematico, verificando anche, nella pratica, l'utilità di tale coerenza nel momento in cui si cercano di elaborare interpretazioni delle situazioni e strategie di risoluzione dei problemi (cfr. in particolare 1.3 , *3.3.4.* e *3.7.1*: "stare al gioco").

Per quanto riguarda, invece, il ruolo degli adulti, abbiamo potuto verificare l'importanza di affrontare il lavoro in classe a partire da alcune idee chiare a proposito del funzionamento delle strutture elementari della disciplina e dei loro rapporti (origini comuni, analogie, differenze) con la "conoscenza di senso comune”: tali idee sono emerse attraverso un preliminare percorso di confronto reciproco tra gli insegnanti e i ricercatori, volto a decostruire, mettere alla prova, rafforzare ove necessario le basi dei nostri “saperi aritmetici”, la consapevolezza delle loro radici e significati. In questo modo abbiamo potuto costruire delle ipotesi di partenza e alcuni obbiettivi espliciti e condivisi, tramite i quali abbiamo dato una direzione iniziale alla ricerca, compiuto delle scelte, interpretato le difficoltà dei bambini. Detto questo, è necessario però sottolineare che, nella misura in cui “le cose hanno funzionato”, ciò è avvenuto soprattutto perché la direzione data al percorso è stata di volta in volta modificata per rispondere agli stimoli provenienti dai bambini e alle loro esigenze di comprensione, più o meno esplicitate. Il tentativo di “chiarirsi le idee” il più possibile su ciò che si vuole trasmettere e perché va sempre accompagnato da una disponibilità degli adulti a lasciare che tali idee vengano ulteriormente messe alla prova, arricchite e modificate dall’interazione con i bambini. In questo modo non soltanto “i grandi” approfondiscono la propria visione delle cose e provano a loro volta “il piacere della scoperta”, come è accaduto a noi in questo caso, ma diventano anche dei migliori “mediatori di cultura”. Le attività utili e significative che si potrebbero svolgere (e che noi stessi avremmo potuto svolgere durante la sperimentazione) sono molte: quelle da noi scelte hanno avuto certamente degli aspetti positivi e interessanti, ci hanno permesso di mettere in luce, e spesso, di conseguenza, anche di risolvere, diversi problemi: non è detto che ciò sarebbe accaduto, o non nella stessa misura, se la medesima serie di attività fosse stata “calata dall’alto” in un contesto diverso.

BIBLIOGRAFIA

[DE] Dehaene S., *Il pallino della matematematica*, Mondadori, Milano 2000

[DI] Dieudonné J., *L'arte dei numeri. Matematica e matematici oggi*, Mondadori – De Agostini, Novara 1995

[E]Enzensberger H.M., *Il mago dei numeri*, Einaudi, Torino 1997

[FE] Feyerabend P.K., *Dialogo sul metodo*, Laterza, Bari 1993

[FR] Freire P., *L'educazione come pratica della libertà*, Mondadori, Milano 1973

[G1]Guidoni, P., "L'emergenza dell'oggetto matematico. Passi verso un approccio risonante sul doppio piano di conoscenza e motivazione nella formazione matematica di base", appunti non pubblicati, 2001

[G2]__________"Oggetto - individuo/ gruppo - classe/ proprietà – sostanza: metastrategie cognitive necessarie a mettere ordine nell'esperienza fenomenologica e culturale del mondo, a monte della differenziazione fra strategie di pensiero matematico, pensiero fisico e pensiero linguistico – proposizionale", appunti non pubblicati, 1999

[G3]___________"Ristrutturazione delle discipline e dell'organizzazione didattica per rendere risonante la mediazione fra saperi codificati, comprensione e motivazione", appunti non pubblicati

[GIT]Guidoni P., Iannece D., Tortora R., "Multimodal language strategies activated by students in understanding and communicating mathematics", proceed. of CERME 3, Bellaria 2003

[KU] Kuhn T.S., *Dogma contro critica*, Cortina, Milano 2000

[LN] Lakoff G., Núñez R., *Where mathematics comes from*, Basics Books, New York 2000

[MA] Mautone O., "Relazione sul laboratorio degli elementi", circolazone interna al 73° CD di Napoli

[MI] Milani Lorenzo, *Lettera a una professoressa*, Libreria Editrice Fiorentina, Firenze 1967

[LE] Movimento di Cooperazione Educativa, Lebohec P., *Il testo libero di matematica*, La nuova Italia, Firenze 1995

[MC1] MCE, Pea B., *Laboratorio del numero*, Emme Edizioni Petrini Junior, Torino 1987

[MC2] __________., *Laboratorio delle operazioni aritmetiche*, Emme Edizioni Petrini Junior, Torino 1988

[PI] Piaget J., *Introduzione all'epistemologia genetica*. *Il pensiero fisico*, Emme Edizioni, Milano 1984

[PO] Pontecorvo C., Ajello A.M., Zucchermaglio C., *Discutendo si impara. Interazione sociale e conoscenza a scuola*, La Nuova Italia Scientifica, Roma 1991

[SI] Siety A., *Matematica, mio terrore*, Salani, Milano 2003

[SP] Spring J., *L'educazione libertaria*, Antistato, Milano 1981

[VY] Vygotskij L.S., *Il processo cognitivo*, Bollati Boringhieri, Torino 1997

[WA] Watzlawick P., Helmick Beavin J., Jackson D.D., *Pragmatica della comunicazione umana*, Astrolabio, Roma 1997

FIGURE