

# Geometria della vita, un'esperienza laboratoriale di integrazione/correlazione tra biologia e matematica

## Premessa

*“La natura esibisce semplicemente un riflesso delle forme contemplate dalla geometria”, diceva il grande naturalista Sir D' Arcy Thompson (1860-1948). Nel fare questa affermazione, egli pensava alle spirali regolari delle conchiglie dei molluschi, delle infiorescenze dei girasoli, della tela del ragno... la crescita rappresentava l'espressione di una formula, così come una figura geometrica era il moto di una generatrice.*

*“I problemi di forma – scriveva - sono prima di tutto problemi matematici, i problemi di accrescimento sono essenzialmente problemi fisici ed il morfologo diviene ipse facto uno studioso di fisica”*

Qual è la forma delle stelle marine?

Quali sono le configurazioni create dal vento nella sabbia del deserto e quelle delle impronte sulla battigia visibili con la bassa marea?

Dal punto di vista matematico l'elemento unificante sono le simmetrie ed “i numeri magici in natura” come la successione dei numeri detti di Fibonacci, dal nome del matematico pisano che li introdusse nel suo libro *Liber abaci* del 1202.

Nel regno dei viventi, la simmetria è stata ben presto conquistata, già Darwin aveva rilevato come uno dei caratteri premiati a livello riproduttivo fosse proprio quello della simmetria. La simmetria è infatti anche un canone estetico. La simmetria dei primi organismi era **raggiata** e non bilaterale come la nostra e questo permetteva una non eccessiva specializzazione dell'organismo, gli organi potevano svilupparsi senza una localizzazione definita delle cellule deputate a formarli.

La simmetria bilaterale che a noi oggi sembra una norma è stata una fondamentale conquista evolutiva.

**Negli animali, la simmetria raggiata** si rivela particolarmente adatta in una situazione di immobilità, infatti il cibo può sempre essere catturato, da qualunque parte arrivi. Nessun animale a simmetria raggiata vive sulla terraferma, dove occorre spostarsi attivamente alla ricerca del cibo.

La **simmetria bilaterale** compare nella linea dei Platelminti ed è propria di tutti gli animali maggiormente evoluti i quali, con un graduale processo di allungamento del corpo, evidenziano lati ed estremità dapprima indefinite, potenziando l'adattamento alla locomozione.

\* Presidio di Crema

I primi animali a simmetria bilaterale dipendevano da una parte anteriore ed erano costretti a procedere lungo un'unica direzione. Conseguentemente, un'estremità veniva ad incontrare per prima il nuovo ambiente durante la locomozione attiva. Ciò indusse un processo di cefalizzazione degli organi sensoriali, con graduale definizione di un **capo** anteriore, in cui si concentrano i centri nervosi per elaborare velocemente i dati sensoriali e gli organi di senso.

Anche nel **mondo vegetale**, la bilateralità è stata conquistata successivamente, con la maggiore specializzazione, ad esempio del fiore stesso, attraverso l'introduzione di meccanismi raffinati per l'impollinazione entomofila.

Il mondo vegetale, come quello animale è altresì ricco di numeri di Fibonacci dai petali dei fiori alle spirali con cui si dispongono le squame nelle pigne degli abeti.

Perchè compaiono i numeri di Fibonacci?

Perchè la simmetria bilaterale è così diffusa in natura? Da che cosa dipende?

Queste ed altre domande sono emerse nell'attività "**Individuazione delle simmetrie fiorali**"\*.

L'esperienza è una proposta integrata in quanto coinvolge in modo trasversale concetti più propriamente matematici e abilità connesse al riconoscimento e all'individuazione di piani ed assi di simmetria su vegetali e la possibilità di condurre esperienze biologiche applicando modelli e linguaggi mutuati dalla matematica per individuare relazioni e generalizzarle poi per il riconoscimento delle specie e per la ricerca della biodiversità.

*\* nota: Il lavoro qui presentato è un segmento di un percorso didattico articolato che si pone i seguenti obiettivi:*

- *Osservare e descrivere la forma di alcuni esseri viventi*
- *Individuare le forme con asimmetria, simmetria bilaterale, simmetria centrale negli esseri viventi*
- *Riscoprire la relazione tra la forma di un essere vivente, l'ambiente ed il movimento*
- *Riscoprire l'adattamento*
- *Capire la complessità di una classificazione degli esseri viventi*

*Per questo segmento di percorso ci si è avvalsi della collaborazione del Civico Orto Botanico del comune di Trieste.*

# 1. Il protocollo: la scheda del progetto, le istruzioni per gli allievi e alcune delle schede proposte

## Scheda di progetto

TEMA GENERALE: Correlazione/integrazione tra la matematica e la biologia Argomento specifico: Individuazione delle simmetrie fiorali					
Livello: →			Secondaria 1° grado <input type="checkbox"/>		
TITOLO ESPERIENZA		“INDIVIDUAZIONE DELLE SIMMETRIA FIORALI”			
Tipologia		Osservazione                      Esperimento in laboratorio Indagine conoscitiva			
Prerequisiti		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conoscenza dei concetti matematici di simmetria assiale, rotazione e invarianza delle figure rispetto a tali trasformazioni geometriche.</li> </ul>			
Obiettivi		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sfruttare le esperienze di osservazione e manipolazione di oggetti concreti per confermare con attività motivanti la scoperta della geometria delle trasformazioni</li> <li>• Approfondire, con lo studio delle simmetrie fiorali, il riconoscimento delle specie e la biodiversità.</li> </ul>			
Materiali		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Schede preparate dal docente in base alle indicazioni dell'Orto Botanico di Trieste</li> <li>• Fiori freschi</li> <li>• Carta per lucidi</li> <li>• Matite e pennarelli da lucidi</li> <li>• Specchi rettangolari</li> <li>• Spillo</li> <li>• LIM (lavagna interattiva multimediale)</li> </ul>			
Attività/procedimento/modalità operative		<p>(Durante la prima parte dell'attività si utilizzano le schede)</p> <p><b>INDIVIDUAZIONE PIANI DI SIMMETRIA:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ricalcando la fotografia, ricopiare su un quadratino di carta per lucidi i contorni dei petali e segnare il centro, immaginandolo come il punto in cui il fiore si attacca allo stelo.</li> <li>• Appoggiare perpendicolarmente il bordo dello specchietto sul disegno, facendolo passare per il punto segnato e disporre lo specchietto in varie posizioni finché in esso si veda esattamente riprodotta la parte nascosta della figura. A quel punto, tracciare sul foglio una riga con la matita : è stato trovato il 1° asse di simmetria !</li> <li>• Provare a cercare altri assi di simmetria, ricordando che se un fiore possiede un solo piano di simmetria si dice “a simmetria bilaterale”, altrimenti possiede tre, quattro ecc. piani di simmetria.</li> </ul> <p><b>INDIVIDUAZIONE DI SIMMETRIE ROTAZIONALI,</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• utilizzare il disegno sul lucido e sovrapporlo al disegno del fiore riportato sulla scheda, facendo in modo che coincidano i due centri individuati,</li> <li>• fissare i due disegni con uno spillo posizionato nel punto segnato,</li> </ul>			

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• colorare, per facilitare il lavoro, il bordo di un petalo (lo stesso per entrambi),</li> <li>• far ruotare lentamente il disegno superiore, fino a fargli compiere un giro completo e osservare se vi sono posizioni intermedie in cui i contorni delle due figure si sovrappongono esattamente, contandole.</li> <li>• Il loro numero ( che al minimo è 1 quando la figura si sovrappone a se stessa solo dopo aver fatto un giro completo) è detto ORDINE ROTAZIONALE della figura!</li> </ul> <p>Ripetere queste attività per ciascuna scheda fornita. Se la scuola è dotata di una LIM, il docente deve caricare le stesse immagini riportate sulle schede degli alunni e gli schemi risolutivi, affinché essi possano, a turno, verificare il numero di piani di simmetria e il n. di simmetrie rotazionali trovate (NOTA: la LIM consente la rotazione di una figura rispetto ad un'altra con il semplice tocco di un dito).</p>
Tempo	2h circa per la prima attività sopra descritta. È opportuno però ripeterla in momenti diversi della stagione dei fiori, alternando le osservazioni in laboratorio con quelle fatte nell'ambiente e favorendo momenti di scambio e di analisi dei risultati ottenuti.
Documentazione	Relazione sul quaderno delle attività sperimentali con la descrizione anche grafica delle diverse fasi. L'insegnante può fotografare le attività per la realizzazione di un cartellone.
Conclusioni	<p>Gli alunni applicano ad "oggetti" naturali schematismi e regole della geometria e si accorgono che il rigore in questo caso deve essere trascurato! La sovrapposizione dei petali "uguali" non è mai perfetta e questo li aiuterà nelle osservazioni fatte sul campo ad evitare categorizzazioni che si rivelerebbero poi errate.</p> <p>Riconoscere aspetti simmetrici nei fiori, così come nelle foglie, è importante per il riconoscimento delle specie, sempre con l'attenzione ad evitare le regole: il gelsomino ha 4 petali, ma ne può avere anche cinque!</p> <p>Se l'attività viene proseguita analizzando vari fiori che i ragazzi possono osservare nell'ambiente, i ragazzi acquisiscono la conoscenza che molte famiglie sono connotate dal possedere una simmetria caratteristica per tutte le specie ad essa appartenenti.</p> <p>Se l'attività viene proseguita analizzando i fiori diversi che compaiono al trascorrere del tempo, i ragazzi acquisiscono la conoscenza che in primavera e all'inizio dell'estate c'è una prevalenza di fiori a simmetria raggiata (molto più primitiva dal punto di vista evolutivo); mentre alla fine dell'estate ed in autunno prevalgono le specie a simmetria bilaterale (che si sono evolute successivamente)</p> <p>Con l'aiuto dell'insegnante si può arrivare a concludere che questa differenziazione ha prodotto una maggior specializzazione del fiore stesso che ha reso più efficiente l'impollinazione!</p> <p>Con lo stereomicroscopio si possono osservare i singoli fiori delle Compositae e notare che i fiori ligulati dell'orlo sono a simmetria bilaterale mentre l'infiorescenza tutta assume una configurazione diversa.</p>
Strumenti di verifica	Esposizione orale dell'attività sperimentale Rappresentazione grafica dei valori ottenuti Verifica scritta : questionario V/F e/o risposte multiple e/o domande aperte
Proposta da	Gruppo di lavoro del presidio ISS di Crema

## 2. Istruzioni per gli alunni

Per questa attività avrai bisogno di:

- fogli di carta trasparenti
- matite e pennarelli
- uno specchietto
- uno spillo

... e buone capacità di attenzione e osservazione!

- ricopia su lucido i contorni del fiore disegnato accanto alla foto
- segna con una penna il punto che immagini corrisponda a quello cui è attaccato lo stelo.

### PER I PIANI DI SIMMETRIA

- Ora appoggia perpendicolarmente il bordo dello specchietto sul disegno, facendolo passare per il punto che hai segnato e disponi lo specchietto in varie posizioni finché in esso vedrai esattamente riprodotta la parte nascosta della figura. A quel punto traccia sul foglio una riga con la matita: hai trovato il 1° asse di simmetria!
- Prova a cercare altri assi di simmetria. Ricorda: se un fiore possiede un solo piano di simmetria si dice “a simmetria bilaterale”, altrimenti possiede tre, quattro ecc. piani di simmetria.

### PER LE SIMMETRIE ROTAZIONALI,

- devi utilizzare il disegno sul lucido e sovrapporlo al disegno del fiore facendo in modo che coincidano i due punti di attacco dello stelo,
- colora, per facilitare il tuo lavoro, un bordo di un petalo (lo stesso per entrambi),
- fissa i due disegni con uno spillo posizionato nel punto segnato,
- comincia ora a far ruotare lentamente il disegno superiore, fino a fargli compiere un giro completo,
- durante la rotazione devi osservare se vi sono posizioni intermedie in cui i contorni delle due figure si sovrappongono esattamente e devi contarle.
- il loro numero ( che al minimo è 1 quando la figura si sovrappone a se stessa solo dopo aver fatto un giro completo) è detto ORDINE ROTAZIONALE della figura!

### Adesso continua da solo...

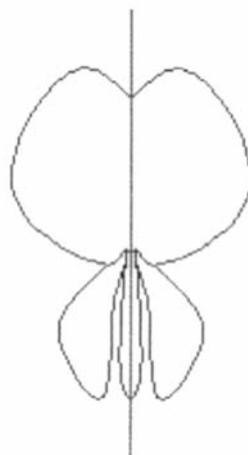
Ora ripeti queste procedure disegnando, dopo averlo bene osservato, il fiore che ti è stato dato.

Accanto, schematizza con estrema regolarità il contorno dei suoi petali e completa le schede libere.

Approfondiremo più avanti l'utilità dello studio delle simmetrie floreali per il riconoscimento delle specie e per la ricerca della BIODIVERSITÀ

SCHEDA N. 1 (nota: in questa è già individuato un asse di simmetria)

Nome scientifico	Spartium junceum
Nome volgare	ginestra comune
Famiglia	Leguminose
Numero petali	
N.° piani di simmetria	
Ordine di simmetria rotazionale	
Periodo di fioritura	Maggio/giugno
Caratteristiche	Specie colonizzatrice di suoli scoperti. Ama le zone soleggiate. Presente in tutta l'Italia.



Osservazioni:

.....

.....

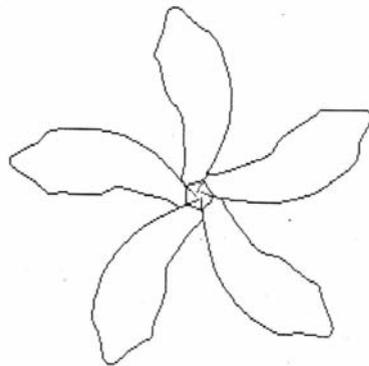
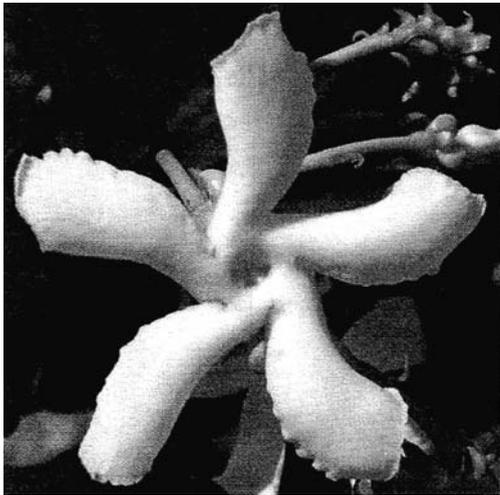
.....

.....

.....

SCHEDA N. 3

Nome scientifico	Trachelospermum jasminoides Lem
Nome volgare	falso gelsomino
Famiglia	Apocynacee
Numero petali	
N.° piani di simmetria	
Ordine di simmetria rotazionale	
Periodo di fioritura	Maggio/settembre
Caratteristiche	Pur essendo originario della Cina, Corea e Giappone, viene coltivato in tutt'Italia come pianta ornamentale e per l'estrazione dei profumi.



Osservazioni:

.....

.....

.....

.....

.....

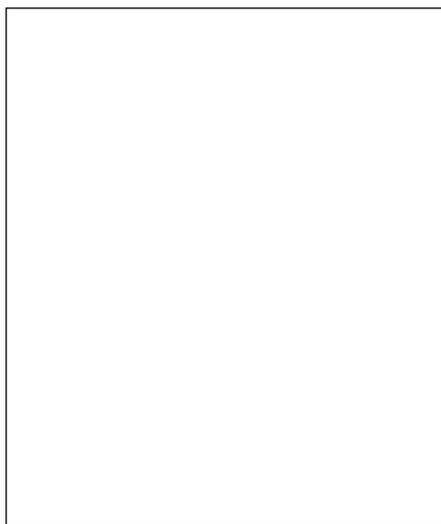
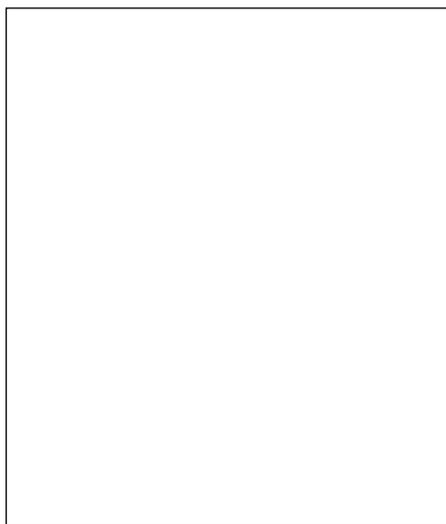
L'ultima tipologia è la più complessa e richiede sia il disegno del fiore posto sul banco, che il riconoscimento delle caratteristiche del fiore stesso.

SCHEDA N. 5 *adesso continua da solo ...*

Nome scientifico	
Nome volgare	
Famiglia	
<b>Numero petali</b>	
<b>N.° piani di simmetria</b>	
<b>Ordine di simmetria rotazionale</b>	
Periodo di fioritura	
Caratteristiche	

**Disegna e colora il fiore che vedi:**

**Fai lo schema della disposizione dei suoi petali:**



**Osservazioni:**

.....

.....

.....

.....

.....

### 3. Uno stralcio di diario di bordo

...In laboratorio, li vedo molto sicuri di sé: trovare il numero degli assi di simmetria e l'ordine di simmetria rotazionale dei fiori fotografati e disegnati sulle schede sembra a loro ovvio e scontato:

*«ma è chiaro prof, se il fiore ha 5 petali valgono le regole del pentagono, se ne ha sei quelle dell'esagono, se ne ha tre del triangolo...».*

Sembra che nessuno abbia dubbi e tutti concordemente sostengono che i due numeri da individuare coincidano in ogni caso.

Li invito a provare comunque, a sperimentare utilizzando i materiali che hanno a disposizione (specchio, carta per lucidi ecc.). Sembra lo facciano solo per compiacermi, un po' come quando a volte li costringo a formalizzare il procedimento risolutivo di un problema che hanno velocemente e intuitivamente già risolto in modo corretto.

Cominciano i primi problemi nei fiori che hanno petali asimmetrici o che, subdolamente piegano le loro estremità tutte in un verso... lo specchio viene appoggiato e riappoggiato...

*«ma sì, è simmetrico lo stesso anche se le punte dei petali si guardano...»,  
«non hai capito niente! Vero prof che nel gelsomino non ci sono assi di simmetria?».*

C'è addirittura chi tenta di distendere queste punte caparbie per raddrizzarle e raggiungere la regolarità ambita: 5 come il l'ordine di simmetria rotazionale!...

L'ulteriore passo che comporta il disegno di uno dei fiori messi davanti a loro in un vaso spiazza la maggior parte degli sperimentatori. Le strategie sono differenti: c'è chi sceglie fiori piccolissimi ritenendo l'impegno proporzionato alle dimensioni e chi invece sceglie quelli più turgidi e consistenti che sembrano non temere modifiche da manipolazione o appassimento precoce (sono le alunne più attente a questo aspetto).

Il numero degli stami sembra essere indipendente dal numero dei petali e non coincide neppure il tipo di simmetria.

I ragazzi discutono, confrontano i loro disegni con quelli già fatti delle schede di primo tipo e si rendono conto che devono utilizzare solo il contorno dei petali: mi fa piacere che ci siano arrivati da soli.

*«È per convenzione?» mi chiede qualcuno.*

Mi piace che considerino anche questo fatto: abbiamo già altre volte notato l'importanza di condividere e accettare a priori alcuni limiti o indicazioni nell'esaminare un fenomeno, soprattutto quando le variabili sembrano infinite...

Il disegno è comunque molto più impegnativo del previsto.

Chiedo ai ragazzi il perché di tutta questa difficoltà.

*«Sono fiori complicati...»*